Ewald Bichler

Explorative Studie zum langfristigen Taschencomputereinsatz im Mathematikunterricht

Der Modellversuch Medienintegration im Mathematikunterricht (M³) am Gymnasium

Verlag Dr. Kovač

Schriftenreihe

Didaktik

in Forschung und Praxis

Band 52

ISSN 1616-5586 (Print)

Verlag Dr. Kovač

Ewald Bichler

Explorative Studie zum langfristigen Taschencomputereinsatz im Mathematikunterricht

Der Modellversuch Medienintegration im Mathematikunterricht (M³) am Gymnasium

Verlag Dr. Kovač

Hamburg
2010

VERLAG DR. KOVAČ GMBH
FACHVERLAG FÜR WISSENSCHAFTLICHE LITERATUR

Leverkusenstr. 13 · 22761 Hamburg · Tel. 040 - 39 88 80-0 · Fax 040 - 39 88 80-55

E-Mail info@verlagdrkovac.de · Internet www.verlagdrkovac.de

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation
in der Deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet
über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

ISSN: 1616-5586 (Print)

ISBN: 978-3-8300-5306-4
eISBN: 978-3-339-05306-0

Zugl.: Dissertation, Universität Würzburg, 2010

Printed in Germany

Gedruckt auf holz-, chlor- und säurefreiem, alterungsbeständigem Papier. Archivbeständig nach ANSI 3948 und ISO 9706.

„Wo kämen wir hin,
wenn jeder sagte,
wo kämen wir hin
und keiner ginge,
um zu sehen,
wohin wir kämen,
wenn wir gingen.“

(Kurt Marti)

Inhaltsverzeichnis

Dank

Diese Arbeit konnte nur zustande kommen, weil es viele Personen gab, die mich auf diesem Wege konstruktiv begleitet haben. An dieser Stelle nehme ich die Gelegenheit wahr, diesen zu danken.
Zunächst danke ich meinem Doktorvater Prof. Dr. Hans-Georg Weigand herzlich. Er ist ursächlich dafür verantwortlich, dass ich mich auf wissenschaftliche Weise mit der Thematik des Taschencomputereinsatzes beschäftigt habe. Während der ganzen Zeit hat er mich dabei begleitet, ohne aber meinen Weg oder meine Ideen einzuschränken. Er hat mir dabei die Freude an der akademischen Arbeitsweise aufgezeigt. Die Zusammenarbeit war von außerordentlicher Offenheit, Freundlichkeit und Synergie geprägt. Für den Zeitraum der Promotion war ich sowohl an der Schule als auch an der Hochschule tätig. Herr Prof. Dr. Weigand hat dies unkompliziert ermöglicht.
Frau Prof. Dr. Regina Bruder danke ich für ihre Bereitschaft, als Zweitgutachter für meine Arbeit zu fungieren, sowie für ihr Interesse an meiner Arbeit.
Danken möchte ich allen Kolleginnen und Kollegen am Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik der Universität Würzburg für die freundliche und offene Zusammenarbeit. Besonders sei nochmals für den selbst gebastelten Doktorhut gedankt, der stets einen Ehrenplatz haben wird. Da meine hauptsächliche Kommunikation auf elektronischem Wege stattgefunden hat, bedanke ich mich bei Herrn Michael Schuster, der stets jedes Netzwerkproblem gelöst hat und manches Mal verlängerter Arm war. Frau Heike Kus danke ich für die Übernahme jeglichen Schriftverkehrs vor Ort.
Mein Dank gilt ebenso allen Kolleginnen und Kollegen, die im Modellversuch M³ tätig waren. Ohne ihre Mitarbeit wären viele Untersuchungen nicht möglich gewesen. Es sollen sich hier ausdrücklich alle Lehrkräfte angesprochen fühlen, auch wenn ich sie nicht namentlich aufliste. Insbesondere danke ich Frau Elisabeth Arnold (auch für die Mitarbeit bei MMM), Herrn Frank Fritsche, Herrn Martin Heß und Herrn Korbinian Seidel, die mir immer für konstruktive Diskussionen zur Verfügung standen (und stehen).
Die Mitwirkung des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus sowie des Staatsinstituts für Schulqualität und Bildungsforschung ist ein Baustein im Untersuchungsfeld M³. Hier danke ich Herrn Dieter Götzl, Herrn Peter

Popp, Herrn Christian Scheungrab, Frau Birgit Schöffler und Herrn Thomas Sienz.
Der Leitung meiner Schule, stellvertretend Herrn Peter Renoth, danke ich für die Bereitschaft, meine Abordnung an die Universität zu unterstützen. Ebenso danke ich für die Unterstützung, die so manche Teilnahme an einer Tagung ermöglicht hat und noch ermöglichen wird. Herrn Ulrich Kosterhon danke ich für die Erstellung eines dissertationsfreundlichen Stundenplans.
Die vorliegende Arbeit wäre ohne einen Taschencomputer nicht möglich gewesen. Die Zusammenarbeit mit dem Unternehmen Texas Instruments erwies sich stets als konstruktiv. Ich danke an dieser Stelle Herrn Gerhard Decleir, Herrn Stephan Griebel, Herrn Dirk Ritschel, Herrn Koen Stulens und Frau Dagmar Volz. Die Minute-Made-Math-Materialien fanden großen Anklang. Sie werden weiterhin entwickelt. Für die bisherige Zusammenarbeit bedanke ich mich bei Herrn Frank Fritsche, Herrn Berthold Meyer, Frau Carolyn Hearns, Frau Dr. Hildegard Urban-Woldron und Herrn Dr. Wilfried Zappe. Herrn Dr. Hubert Langlotz danke ich zudem für die zahlreichen Gespräche und Anregungen zum Taschencomputereinsatz. Für den (beiderseitig) gewinnbringenden Austausch über technische Finessen der Adobe-Software danke ich Herrn Rick Snow vom Center for Distance Learning in Neufundland/Labrador, wir haben „distance learning“ wörtlich genommen.
Für die aufmunternden Worte, die hilfreiche Eröffnung anderer Sichtweisen und die konstruktiven Anmerkungen danke ich Herrn Prof. Dr. Josef Dorfmeister.
Herrn Martin Brüning danke ich für die Korrektur von so vielen Tests. Frau Elena Schultheiß danke ich für die Transskription der Interviews.
Hervorzuheben sind die Leistungen aller Schülerinnen und Schüler, die an den verschiedenen Gymnasien die Herausforderung des Taschencomputers angenommen und die ihre Erfahrungen zur Verfügung gestellt haben. Sie alle, die sich hier nicht namentlich benennen lassen, spielen eine zentrale Rolle in der vorliegenden Arbeit. Ihnen sei herzlich für ihre Mitarbeit gedankt. Ganz besonders danke ich allen „meinen“ Schülerinnen und Schülern, die es mir ermöglichten, mich stets vom Nutzen eines TC im Unterricht überzeugen zu können, die mich aber auch im nötigen Maße erdeten.
Allen meinen Freundinnen und Freunden, die stets darauf bedacht waren, mir trotz aller Arbeit die Bedeutung des Entspannens und der Gemeinschaft aufzu-

zeigen, sei es mit Kinobesuchen, vergnüglichen Abenden, gemeinsamen Unternehmungen oder einfach durch spontanes Erscheinen zu einem Glas Wein, danke ich ausdrücklich und verschärft.
Meinen Eltern Sofie und Hans Bichler danke ich für ihre Unterstützung. Unkompliziert haben sie geholfen, so manche organisatorische Klippe zu umschiffen.

Meiner Frau Sabine danke ich für die vielen wertvollen Gespräche über didaktische und methodische Fragestellungen und das wiederholt kritisch-konstruktive Durchsehen meiner Arbeit.
Schließlich bin ich meiner ganzen Familie, meinen Kindern Michael, Eva und Sebastian und meiner Frau Sabine, außerordentlich dankbar. Sie haben mir diesen Weg nicht nur ermöglicht, sondern ihn aktiv mitgetragen. Dabei haben sie auch immer mein Arbeitspensum und die sich dadurch ergebende Anspannung ertragen, mich aber gleichzeitig stets motiviert. Ohne diese Unterstützung wäre die vorliegende Arbeit niemals möglich gewesen.

Ergolding im Juni 2010

Ewald Bichler

Einleitung

Vorschläge für einen Computereinsatz im Mathematikunterricht gibt es seit den 1960er Jahren. Mit dem Aufkommen der Personal Computer in den 1980er Jahren wurde diese Diskussion dann verstärkt auch unter didaktischen Gesichtspunkten geführt. Für den Mathematikunterricht ist neben dem Einsatz von Lern- und Übungsprogrammen, Funktionenplottern, Dynamischen Geometrie-Programmen und Tabellenkalkulationsprogrammen vor allem der Einsatz von Computer-Algebra-Systemen (CAS) interessant und herausfordernd, da dadurch zentrale Inhalte des Mathematikunterrichts und der Mathematik, das Arbeiten mit der mathematischen Formelsprache auf der symbolischen Ebene, unmittelbar beeinflusst werden. Einerseits kann der Schüler[1] dadurch von kalkülhaften Berechnungen befreit werden, andererseits zählt das Erlernen eines derartigen Arbeitens zu den zentralen Inhalten des Mathematikunterrichts.

Die Diskussion um die Bedeutung eines CAS für den Mathematikunterricht lässt sich in drei Phasen unterteilen. Die erste Phase begann mit der Einführung des CAS „Derive" für PC im Jahr 1988. Es wurden zahlreiche Unterrichtsvorschläge unterbreitet, wie ein CAS den Unterricht von kalkülhaften Berechnungen entlasten, und es zu einer Verschiebung hin zu mehr Modellieren und zu mathematisch anspruchsvolleren Tätigkeiten kommen kann. Allerdings wurden damals nur wenige empirische Studien durchgeführt. Die zweite Phase begann 1995 mit der Einführung des ersten Taschencomputers (TC) mit einem CAS[2]. Mit einem solchen tragbaren Gerät stand ein CAS nun jederzeit zur Verfügung - im Unterricht, zu Hause und auch in Prüfungen. Neben vielen Unterrichtsvorschlägen gab es jetzt auch verstärkt wissenschaftlich begleitete empirische Un-

[1] In der vorliegenden Arbeit wird, um die Übersichtlichkeit zu wahren, von Schülern gesprochen. Hierunter sind stets weibliche und männliche Personen zu verstehen, wenn nicht beide Geschlechter gesondert erwähnt werden.

[2] Texas Instruments TI-92

tersuchungen. *„Die didaktischen Diskussionen drehten sich um den richtigen Zeitpunkt des Einsatzes eines TC, um die Frage, ob TC bei Prüfungen überhaupt, teilweise oder stets zugelassen werden sollten und schließlich darum, welche Bedeutung Handrechenfertigkeiten zukünftig noch besitzen werden.“*[3] Die dritte Phase setzte zu Beginn des neuen Jahrtausends ein und ging mit der Erkenntnis einher, dass sich TC im Mathematikunterricht nur partiell durchgesetzt haben, lange nicht in der Weise, wie es manche erwartet oder erhofft hatten. Weigand stellt hierzu fest: *„Insgesamt wurde sicherlich die Komplexität der Integration Neuer Technologien und vor allem von Computeralgebrasystemen in den ‚normalen' Unterricht unterschätzt, welche durch die wechselseitige Beziehung von Veränderungen auf verschiedenen Ebenen entsteht: der technischen, inhaltlichen und methodisch-didaktischen Ebene.“*[4] An dieser Stelle setzt die „Theorie der instrumentellen Genese“[5] an, welche sich damit beschäftigt, wie aus dem TC als einem technischen Gerät ein hilfreiches mathematisches und didaktisches Werkzeug werden kann. Dies ist ein sehr komplexer und zeitaufwändiger Prozess, der eine Neubewertung vieler mathematischer Inhalte und Methoden und insbesondere seitens der Lehrkraft ein entsprechendes Arrangement in einer auf spezifische Inhalte abgestimmten Lernumgebung verlangt.

Um derartige Prozesse einer sinnvollen Integration des TC in den „normalen“ Mathematikunterricht beobachten und verstehen zu lernen, sind grundsätzliche theoretische Überlegungen und langfristige empirische Untersuchungen notwendig. Die vorliegende Arbeit versteht sich als Beitrag dazu.

Im Schuljahr 2003/2004 wurde vom Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus ein Modellversuch (der **M**odellversuch **M**edienintegration im **M**athematikunterricht, kurz **M³**) zum Einsatz eines TC im Mathematikunterricht initiiert. Dieses zunächst auf zwei Jahre angelegte, auf drei Schulen und auf eine Jahrgangsstufe begrenzte Projekt wurde dann in den folgenden Jahren

[3] (Weigand, 2006), S.89f
[4] (Weigand, 2006), S.90f
[5] (Trouche, 2005)

schrittweise erweitert. Diese Erweiterungen bezogen sich auf die Zahl der beteiligten Schulen, die Zahl der Lehrkräfte und auf die Jahrgangsstufen. Die Schulen wurden durch eine Ausschreibung in erster Linie aufgrund ihrer geographischen Lage[6] ausgewählt. Viele Lehrkräfte verfügten anfangs über keine Erfahrung im Unterrichten mit TC. Die beteiligten Klassen wurden nicht nach speziellen Kriterien ausgewählt oder gar zusammengesetzt, sondern entstammten der regulären Klassenbildung der Schulen. Das gesamte Projekt unterlag somit realistischen schulorganisatorischen Rahmenbedingungen.

In diesem Untersuchungsfeld fand die vorliegende explorative Studie statt. Der Verfasser dieser Arbeit war dabei insofern in die Studie eingebunden, als er zum einen Lehrer in einer Projektklasse war, die mit TC gearbeitet hat, zum anderen die Projektlehrkräfte und Schulen koordiniert sowie die Durchführung der Studie geleitet hat.

Im Folgenden wird ein Überblick über den Aufbau der vorliegenden Arbeit gegeben.

Im **ersten Kapitel** wird zunächst erläutert, was unter einem *Taschencomputer* (TC) zu verstehen ist. Es wird herausgearbeitet, wie sich der TC in die Folge der Rechenhilfsmittel für den Mathematikunterricht einreiht. Besonders hebt sich ein TC dadurch hervor, dass in ihm ein *Computer-Algebra-System* (CAS) integriert ist. Diese Komponente ist für den Mathematikunterricht insofern von besonderer Bedeutung, als ein CAS alle kalkülorientierten Berechnungen die zu den zentralen Inhalten des Mathematikunterrichts gehören, „auf Knopfdruck" ausführen kann. Möglichkeiten und Chancen, aber auch Probleme, Schwierigkeiten und Konsequenzen des CAS-Einsatzes müssen deshalb besonders diskutiert und analysiert werden.

Im **zweiten Kapitel** wird ein didaktisches Gerüst entwickelt, welches den Einsatz eines TC im Mathematikunterricht stützt. Dieses wird *Drei-Säulen-Modell*

[6] Hierdurch sollte erreicht werden, dass möglichst flächendeckend Schulen in Bayern zur Verfügung standen, an denen gesammelte Erfahrungen weitergegeben werden konnten.

genannt: Die drei Säulen sehen den TC als *Rechenwerkzeug*, als *Lernwerkzeug* und als *Lehrwerkzeug*. Jeglicher Einsatz eines Mediums muss sich am Erreichen der Ziele des Mathematikunterrichts rechtfertigen. Eine Auseinandersetzung mit bestehenden didaktischen Prinzipien und Vorschlägen zum CAS-Einsatz ordnet das Drei-Säulen-Modell in die aktuelle didaktische Diskussion ein. Schließlich wird das Drei-Säulen-Modell für den TC erläutert und an Beispielen verdeutlicht.

Im **dritten Kapitel** werden vorhandene empirische Untersuchungen dahingehend analysiert, welche Aussagen sich zum Einsatz eines TC daraus ableiten lassen. Die meisten dieser Studien sind auf einen kurzen Untersuchungszeitraum angelegt. Die beteiligten Lehrkräfte sind oftmals gezielt ausgewählt, der Unterricht findet eng begleitet oder mit einem eigens entwickelten Konzept statt, welches gemeinsam durchgeführt wird. Im Hinblick auf die vorliegende Arbeit wurden Studien betrachtet, die sich fast ausschließlich mit dem Einsatz eines TC beschäftigen, es werden aber auch Ergebnisse zum Einsatz von graphikfähigen Taschenrechnern dargestellt, wenn sie sich auf einen TC übertragen lassen. Die Analyse der zentralen Aussagen der vorgestellten Studien führt zu Fragestellungen für die vorliegende explorative Untersuchung. Insbesondere wird dabei gefragt, inwieweit sich vorhandene Ergebnisse langfristig bestätigen lassen. Zusätzlich betreffen diese Fragen langfristige Effekte in dem hier betrachteten realistischen Untersuchungsfeld. Gerade bei der Diskussion um eine ministerielle Zulassung von TC für den Mathematikunterricht spielen diese Effekte eine entscheidende Rolle. Dann werden die Untersuchungswerkzeuge dargestellt, welche zur Beantwortung der Fragen verwendet worden sind. Diese Untersuchungswerkzeuge werden auch in ihrer Entwicklung und Umsetzung während des langfristigen Projektes beschrieben. Anhand der vorliegenden Daten werden Ergebnisse bestätigt, Hypothesen und Vermutungen gebildet, Effekte beobachtet, welche dann Grundlage für weitere Untersuchungen sein können.

Die Auswertung ist in drei Teilen angelegt. Einen Teil bildet eine externe quantitative Untersuchung zur Feststellung der händischen Rechenfertigkeit und des Leistungszuwachses. Einen weiteren Teil bilden die Schilderungen des im Untersuchungsfeld tätigen Verfassers, der sowohl als Lehrkraft unterrichtet als auch alle beteiligten Lehrkräfte und Schulen koordiniert hat. Der dritte Teil der Untersuchung besteht aus einer qualitativen Untersuchung, welche Interviews mit Schülern und Lehrkräften zum Gegenstand hat.

Das **vierte Kapitel** stellt den gesamten Modellversuch M³ in seiner zeitlichen und personellen Entwicklung dar. Dabei werden die insgesamt sechs Phasen dieses Versuchs (Schuljahr 2003/2004 bis Schuljahr 2008/2009) beschrieben. Das Projekt M³ ist langfristig angelegt, seine Rahmenbedingungen sowie sein personeller und struktureller Aufbau haben sich im Laufe des Projektes verändert. Dieser Entwicklung wurde ein eigenes Kapitel gewidmet, damit sie kompakt zusammengestellt nachvollzogen werden kann.

Das **fünfte Kapitel** beschäftigt sich mit der Darstellung der Ergebnisse der Untersuchungen in der Jahrgangsstufe 10. Zunächst werden die Ausgangssituationen in den einzelnen Phasen des Projekts geschildert. Daran schließt sich die Darstellung der Ergebnisse aus TC-freien Eingangs- und Endtests an. Es folgen die Auswertungen eines Tests, bei dem der TC verwendet worden ist. Wertungsfragebögen bei Schülern und Lehrkräften geben einen Einblick in die Einstellungen, die sie zu dem TC entwickelt haben, insbesondere bezogen auf drei Untersuchungsjahre. Stundenprotokolle der Lehrkräfte liefern einen Einblick in die Verwendung des TC im Klassenzimmer. Eine Durchsicht der Klassenarbeiten gibt Eindrücke, wie sich der Einsatz des TC in Prüfungen niedergeschlagen hat. Schließlich folgt eine Zusammenstellung wichtiger Beobachtungen bei den regelmäßigen Treffen der Lehrkräfte, die sowohl zum Erfahrungsaustausch als auch zur Fortbildung genutzt worden sind.

Das **sechste Kapitel** stellt die Ergebnisse der Untersuchungen in der Jahrgangsstufe 11 zusammen. Es beginnt mit einer Schilderung der Ausgangssituationen in den entsprechenden Phasen des Modellversuchs. Dann folgen die Ergebnisse der TC-freien Eingangs- und Endtests in den Klassen der Jahrgangsstufe 11 analog zum vorherigen Kapitel. Schließlich werden die Ergebnisse aus zwei Tests vorgestellt, in denen die Schüler den TC nach ihrem eigenen Ermessen einsetzen durften. Neben den Bearbeitungen von Aufgaben unter Zuhilfenahme des TC wurde hier zusätzlich jeweils ein eigens entwickelter Fragebogen eingesetzt, um Erkenntnisse darüber zu erhalten, wann im Laufe der Lösungsprozesse die Schüler den TC einsetzen. Die Resultate werden in Beziehung zu den Angaben der Lehrkräfte gesetzt, aber auch in Beziehung zu gemeinsamen Effekten bezogen auf einzelne Klassen. Im Anschluss daran werden die Ergebnisse von Wertungsfragebögen für Schüler dargestellt. Es schließen sich die Ergebnisse der Wertungsfragebögen für die Lehrkräfte an, wobei hier insbesondere auf eine zeitliche Entwicklung über ein Schuljahr eingegangen wird. Eine Begutachtung der Klassenarbeiten liefert einen Blick auf die Veränderung von Prüfungsaufgaben. Interviews mit Schülern verschiedener Modellschulen liefern schließlich Sichtweisen von Schülern bzgl. des erlebten TC-Einsatzes in ihrem Unterricht. Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung flossen bereits in die Entwicklung eines speziellen Unterrichtsmaterials für Lehrkräfte ein. Dieses Material kombiniert in kompakter Weise mathematischen und didaktischen Inhalt mit Bedienung. Das Material wird „MinuteMadeMath“ genannt.

Im **siebten Kapitel** erfolgt eine Zusammenfassung der zentralen Ergebnisse der Untersuchung. Zusätzlich erfolgt ein Ausblick auf weitere Fragestellungen, die im Rahmen zukünftiger Forschung geklärt werden müssen.

Im **Anhang** sind die jeweiligen Fragebögen und Testaufgaben abgedruckt. Ebenso finden sich dort Beispiele der Materialreihe „MinuteMadeMath“[7]. Die Transskripte der Interviews sind nicht abgedruckt. Auch die Protokolle der Pro-

[7] Beispiele aus der Reihe „MinuteMadeMath“ sind mittlerweile auf dem TC „TI Nspire™ CAS“ in der deutschen Version vom Hersteller vorinstalliert. Die aktuell verfügbaren Beispiele lassen sich unter www.minute-made-math.com abrufen. Ein Team von Lehrkräften arbeitet an der Neu- und Weiterentwicklung dieser Materialien.

jekttreffen sowie die Erfahrungsberichte der Phasen I und II sind nicht im Anhang abgedruckt. Diese Daten werden vom Autor verwahrt und können Interessierten – unter Wahrung des Vertrauensschutzes – zur Verfügung gestellt werden.

In der explorativen Studie kristallisieren sich Fragen und Bereiche heraus, die es in zukünftiger Forschung eingehender zu betrachten gilt. Die bereits beobachteten Effekte lassen den langfristigen Einsatz eines TC in einem positiven Licht erscheinen und weisen auf den möglichen Gewinn durch den Einsatz dieses Werkzeugs hin.

Es sei insbesondere schon jetzt hervorgehoben, dass sich die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit vor dem Hintergrund der realitätsnahen Bedingungen des Modellprojekts auf die heutige Unterrichtsrealität gut übertragen lassen.

1 Vom Rechenschieber zum Taschencomputer

1.1 Der Begriff „Computer-Algebra-System“

Im Begriff „Computer-Algebra-System“ stecken die beiden Wörter „Computer“ und „Algebra“. Beide Begriffe haben in der Geschichte der Mathematik eine lange Tradition.

Der arabische Mathematiker Mohammed ibn-Musa-al-Khuwarizmi hat um 800 n.Chr. zwei grundlegende mathematische Werke verfasst[8]. Eines dieser Werke (Al-djabr wa’l muqabala) beschäftigt sich mit mathematischen Rechenverfahren zur Lösung von Gleichungen, insbesondere von quadratischen Gleichungen. Bereits im Titel steckt hierbei ein noch heute gängiges Lösungsverfahren, „al-djabr“ bedeutet „Ergänzung“. Aus dem Begriff „al-djabr“ entwickelte sich als Oberbegriff für diese Disziplin der Mathematik unser heutiges Wort „Algebra“. Ein weiteres Werk von al-Khuwarizmi beschäftigt sich mit dem Rechnen mithilfe des indischen Positionssystems und trägt - in der nur noch erhaltenen lateinischen Übersetzung - den Titel „De numero Indorum“. (Da man dies al-Khuwarizmi zugeschrieben hat, sprechen wir heute von „arabischen“ Ziffern.) Das Rechnen nach den in diesem Werk beschriebenen Verfahren nannte man „Rechnen nach Art des al-Khuwarizmi“, woraus sich der Begriff „Algorithmus“[9] entwickelt hat.

Besondere Bedeutung hat das algorithmische Rechnen für die Entwicklung von Rechenmaschinen, welche in der Lage sind, numerische Rechnungen automatisiert durchzuführen (also diejenigen Rechnungen nach Art des al-Khuwarizmi). Aus dem lateinischen Wort „computare“, welches „berechnen, ausrechnen“ bedeutet, leitet sich der Begriff Computer für eine Rechenmaschine ab. Dass eine Rechenmaschine nicht ausschließlich auf numerisches Rechnen beschränkt bleiben muss, hat die britische Mathematikerin Ada Lovelace, welche als dieje-

[8] vgl. (Kaiser, et al., 1998), S.29 ff
[9] ebd.

nige Mathematikerin gilt, welche das erste „Computerprogramm" geschrieben hat, bereits 1843 angemerkt, als sie die vom italienischen Gelehrten Luigi Menebrea in französischer Sprache angefertigte Beschreibung der Analytical Engine von Charles Babbage in das Englische übersetzt und mit eigenen Notizen versehen hat[10]:

"*Many persons who are not conversant with mathematical studies imagine that because the business of the engine [= Analytical Engine von Charles Babbage, Anm. d. Autors] is to give its results in numerical notation, the nature of its processes must consequently be arithmetical and numerical rather than algebraical and analytical. This is an error. The engine can arrange and combine its numerical quantities exactly as if they were letters or any other general symbols; and in fact it might bring out its results in algebraical notation were provisions made accordingly.*"[11]

Aus dieser Anmerkung lassen sich aus heutiger Sicht Aspekte finden, welche sich in einem Computer-Algebra-System widerspiegeln.

Eine Begriffseingrenzung von „Computer-Algebra" ist nicht leicht. „Computer-Algebra" ist als Oberbegriff für eine mathematische Disziplin einerseits sowie für konkrete Software- und Hardwarelösungen andererseits zu sehen. Eine heute übliche Definition ist:

„Computer Algebra is a subject of science devoted to methods for solving mathematically formulated problems by symbolic algorithms, and to implementation of these algorithms in software and hardware."[12]

Der zentrale Aspekt beim Computer-Algebra-System ist also die Verwendung und Umformung von symbolischen Ausdrücken. *„Bereits im Jahre 1981 wurde die Zahl der Computer-Algebra-Pakete auf über 60 geschätzt, diese unterteilten sich in general purpose Systeme und Systeme für Spezialaufgaben, wie zum Bei-*

---

[10] (Hearn, 1988), S.10
[11] Quelle: (Hyman, 1982), S. 210
[12] vgl. (Grabmeier, 2002), S.2

spiel für Gruppentheorie, Zahlentheorie und andere algorithmisch besonders gut erschlossene mathematische Disziplinen“[13]. Computer-Algebra-Systeme (CAS) sind also in unterschiedlichen Ausprägungen vorhanden. Wie ein CAS für die Schule aussehen kann, soll im Folgenden dargelegt werden. Dazu ist aber zunächst ein umfassender Blick auf schulische Rechenhilfsmittel nötig.

1.2 Rechenschieber und Rechenmaschine

Rechenhilfsmittel werden in der schulischen Mathematik in allen Jahrgangsstufen eingesetzt.

Bereits im Primarbereich beim Entwickeln des Zahlbegriffs kommt eine Vielzahl von Rechenhilfsmitteln (wie Finger, Plättchen, Schüttelschachteln, Stäbe, Würfel) zum Einsatz. Alle diese Rechenhilfsmittel dienen nicht nur dazu, Werkzeuge zum Rechnen zu sein, sondern sie haben auch eine didaktische Funktion. Sie dienen der Veranschaulichung von mathematischen Inhalten, im Primarbereich natürlich eher auf der enaktiven und ikonischen Ebene. In den Sekundarbereichen wird die Veranschaulichung durch weitere Rechenhilfsmittel wie Taschenrechner oder Computer ergänzt.

Schon immer wurde Rechenhilfsmitteln ambivalent begegnet, so etwa beim Rechenschieber. Albert Rohrberg setzte sich Ende der 1920er Jahre für die Verbreitung des Rechenschiebers („Rechenstabs“) im schulischen Gebrauch ein und hat hier viele Vorschläge für den Unterricht publiziert. In seinem Buch[14] beschreibt er bereits, welche Widerstände gegen den Rechenschieber vorhanden waren und wie sehr argumentiert werden musste, um die pädagogische Bedeutung, welche weit über ein mechanisches Rechenhilfsmittel hinausging, hervorzuheben. *„Ich bin der Ansicht, daß der Stab ein Lernmittel ist, wie andere auch; und weil die Eltern sich nicht sträuben dürfen, für ein Buch, einen Atlas, ein Reißzeug, einen Tuschkasten, für Sportkleidung u.a.m. die erforderlichen*

[13] (Grosche, et al., 2003), S.112
[14] (Rohrberg, 1928)

Beträge aufzuwenden, so dürfen sie es auch nicht bei einem Rechenstabe.[15]" Rohrberg unterstreicht hier die Bedeutung des Rechenschiebers als Lernmittel unabhängig von den Beschaffungskosten – eine Diskussion, wie sie derzeit bei Taschenrechner, Graphikrechner und Taschencomputer in der Schule erneut auftritt.

Rohrberg hat sich kurze Zeit später auch mit den mechanischen Rechenmaschinen beschäftigt und deren Bedeutung für das Unterrichten von Mathematik herausgestellt: „*Selbstverständlich gehört in jede Schule heute eine Rechenmaschine (…)*"[16] Auch Felix Klein schreibt: „*Lassen Sie mich diesen Abschnitt mit dem Wunsche abschließen, daß bei ihrer großen Bedeutung die Rechenmaschine auch in weiteren Kreisen, als das heute leider noch der Fall ist, genau bekannt würde. Vor allem sollte natürlich jeder Lehrer der Mathematik mit ihr vertraut sein, und es müßte sich gewiß auch ermöglichen lassen, daß jedem Primaner unserer höheren Lehranstalten einmal eine solche Rechenmaschine vorgeführt wird.*"[17] Trotz ihrer starken Verbreitung im Wirtschaftsleben und überall dort, wo viel gerechnet werden musste, konnten mechanische Rechenmaschinen keinen Einzug in die Schulen finden. Erhard Anthes gibt hier vor allem den hohen Kosten die Schuld, weniger den didaktischen Ideen zum gewinnbringenden Einsatz im Unterricht[18].

Bis etwa Mitte der siebziger Jahre wurden Rechenschieber im Mathematikunterricht der Schulen verwendet und dann durch Taschenrechner abgelöst.

Die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik forderte im Jahre 1978 in einer Stellungnahme[19] einen „*kontrollierten Einsatz von Taschenrechnern ab dem 7. Schuljahr aller Schulformen*". Seit dieser Zeit ist der elektronische Taschenrech-

[15] (Rohrberg, 1928), S.15
[16] (Rohrberg, 1930), S. 100
[17] (Klein, 1933), S.24
[18] (Anthes, 1996/1997)
[19] (GDM, 1978)

ner etabliertes Hilfsmittel, bei dem die Diskussion nur noch um die Frage geht, ab welcher Jahrgangsstufe er eingesetzt wird.

Bevor auf die didaktischen Erwartungen, welche mit dem Einsatz von Taschenrechnern verbunden waren und sind, näher eingegangen wird, soll zunächst das Medium „Taschenrechner" als solches näher beleuchtet werden. Mit dem Begriff „Taschenrechner" wird mittlerweile eine Vielzahl an Geräten bezeichnet. Iim Folgenden wird dargelegt, dass Taschenrechner in die vier Kategorien „Taschenrechner", „wissenschaftlicher Taschenrechner", „Graphikrechner" und „CAS-Rechner" eingeteilt werden können.

1.3 Taschenrechner

Ein Taschenrechner ist ein elektronisches Hilfsmittel, welches in der Lage ist, arithmetische Operationen automatisch auszuführen. Eingabe und Ausgabe erfolgen numerisch. Er hilft dabei, elementare Rechnungen, die überwiegend der Grundrechenarten bedürfen (einschließlich „Spezialfunktionen" wie Prozentrechnung oder Speicherung von Werten), auszuführen.

1.4 Wissenschaftlicher Taschenrechner

An der Schule hat sich in den siebziger Jahren ein Taschenrechner etabliert, den man üblicherweise „wissenschaftlicher Taschenrechner" nennt, weil er über die Grundrechenarten hinaus auch besondere – für den Schulunterricht benötigte – mathematische Rechenoperationen wie Wurzel ziehen, potenzieren, logarithmieren, berechnen trigonometrischer Funktionswerte oder berechnen statistischer Größen, beherrscht. In entsprechenden Taschenrechnerrichtlinien der Kultusministerien wurde dem unüberschaubaren „Zoo" von derartigen Geräten meist so begegnet, dass man solche Taschenrechner dadurch klassifiziert hat, dass sie nicht programmierbar sind und keine graphischen Darstellungen ermöglichen.

1.5 Graphischer Taschenrechner (GTR)

Mitte der achtziger Jahre sind wissenschaftliche Taschenrechner entwickelt worden, die auch noch über die Funktionalität der Programmierung verfügten. Allerdings haben sich programmierbare Taschenrechner ohne Möglichkeit graphischer Darstellungen im Unterricht nicht durchsetzen können.

In Zusammenhang mit der Programmierbarkeit wurden Geräte entwickelt und produziert, die zusätzlich über die Möglichkeit verfügten, graphische Darstellungen auf einem integrierten Display zu ermöglichen. Solche Taschenrechner bezeichnet man als Graphikrechner[20] oder graphikfähige Taschenrechner, kurz GTR. Die Programmierung ermöglicht das Hinzufügen noch nicht vorhandener Funktionalitäten durch den Benutzer des GTR. Mittlerweile haben die Hersteller immer mehr Funktionen standardmäßig in einen GTR implementiert. Die meisten GTR verfügen heute über folgende Möglichkeiten:

- alle Funktionalitäten eines wissenschaftlichen Taschenrechners
- graphische Darstellungsmöglichkeit
  (von Funktionsgraphen, Diagrammen, geometrischen Objekten)
- mathematische Operationen an graphischen Objekten
  (wie z.B. Schnittpunkt-/Nullstellen-/Extremwertbestimmung, Ablesen von Koordinaten)
- Programmierbarkeit
- Operationen mit Listen und Matrizen
- Lösen von Gleichungen über numerische Methoden (z.B. Newton-Verfahren)
- numerische Berechnung von Ableitung, Integral (über numerische Näherungsverfahren)

Die Eingabeform ist bei den über den wissenschaftlichen Taschenrechner hinausgehenden Möglichkeiten meist menügesteuert, d. h. das im Hintergrund ablaufende Programm bietet dem Benutzer Eingaben an. Die Eingabe ist an der

[20] Der erste Graphikrechner war der CASIO fx-7000G und kam im Jahr 1985 auf den Markt.

mathematischen Symbolsprache orientiert, es werden aber nur numerische Berechnungen durchgeführt.

1.6 Taschenrechner mit Computer-Algebra-Systemen, Taschencomputer (TC)

Computer-Algebra-Systeme (kurz: CAS) gibt es seit Ende der sechziger Jahre. Der erste Vertreter dieser Gattung dürfte das Programm MacSyma gewesen sein, welches ab 1966 beim Massachusetts Institute of Technology (MIT) basierend auf der Programmiersprache LISP im Rahmen der Forschungen rund um den Themenbereich der künstlichen Intelligenz entwickelt worden ist[21]. Weitere CAS auf Personal-Computern folgten, wie die in den achtziger Jahren entwickelten CAS Maple, Mathematica oder DERIVE. Durch die Steigerung der Leistungsfähigkeit und der Speicherressourcen von Taschenrechnern wurde CAS-Software Mitte der neunziger Jahre auf einem Taschenrechner implementiert und der erste Computer-Algebra-fähige Taschenrechner, der TI-92, war entwickelt. In Abgrenzung zu PC-Software soll diese Gattung mit „TC" (Taschencomputer) bezeichnet werden.

Der wesentliche Unterschied der TC zu den GTR ist die Fähigkeit zu symbolischen Rechnungen.

[21] (Moses, 2008), S.4

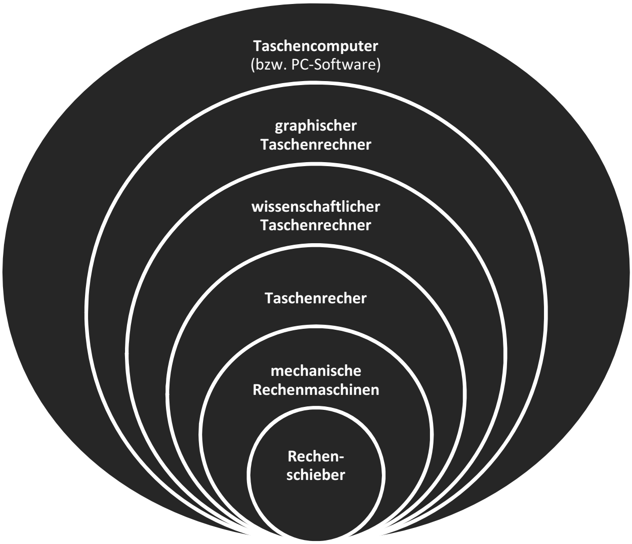


Abbildung 1-1: Entwicklung und Beziehung der Rechenhilfsmittel vom Rechenschieber zum Taschencomputer

Aufgrund der rasanten Entwicklungen in der Computertechnologie sind seit einigen Jahren Taschenrechner verfügbar, welchen zusätzlich zu den dargestellten Möglichkeiten eines GTR Fähigkeiten der Computer-Algebra zur Verfügung stehen. Darüber hinaus integrieren diese Geräte meist auch noch die Möglichkeiten einer Dynamischen Geometrie-Software sowie einer Tabellenkalkulation.

Dies ist die technische Seite der Entwicklung. Im Folgenden soll dargestellt werden, welche Bedeutung diese Hilfsmittel für den Unterricht hatten und haben und was folglich unter einem Computer-Algebra-System zu verstehen ist, welches im Mathematikunterricht der Schule Anwendung findet.

2 Entwicklung eines didaktischen Drei-Säulen-Modells für den Rechnereinsatz

Im Folgenden wird ein didaktisches Modell für den Einsatz eines Rechners (dieser Begriff soll als Überbegriff für TR, GTR und TC verstanden werden) im Unterricht entworfen und dann auf den TC bezogen. Es ist das Ziel, das didaktische Potential, das in diesen Systemen steckt, herauszustellen und damit die Möglichkeiten für den Mathematikunterricht aufzuzeigen, die sich dadurch ergeben.

2.1 Vom didaktischen Dreieck zum Drei-Säulen-Modell

Der komplexe Prozess des Unterrichtens, bei dem Inhalt, Schüler/-innen und Lehrperson in Wechselbeziehung stehen, wird stark vereinfacht durch das „didaktische Dreieck" visualisiert[22]. Die Pfeile stehen hierbei für die Beziehungen zwischen Mathematik und Personen einerseits und zwischen Lehrenden und Lernenden andererseits.

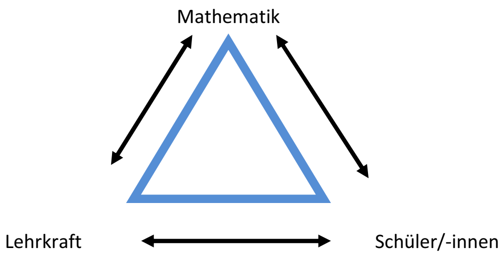


Abbildung 2-1: Das didaktische Dreieck - Grundform

Die Beziehungen werden durch die Gestaltung der Lehr- und Lernumgebung und durch die Auswahl von Medien hervorgerufen oder unterstützt.

Ein Rechner kann Einfluss haben auf die Beziehung zwischen Schüler und Lehrkraft. Er kann aber auch die Sichtweise der Lehrkraft auf den Unterrichtsinhalt,

[22] Dieses Modell wird bereits Comenius zugeschrieben (vgl. (Hopmann, 1999), S. 78). Es wird in der heutigen Literatur nur noch sehr selten verwendet, weil es die multifaktoriellen Prozesse des Unterrichts zu wenig berücksichtigt. Hier wird es verwendet, da die Beziehungen des Rechners zu den drei „Ecken" gut herausgestellt werden können.

insbesondere auf die Vermittlung desselben, verändern. Es ergeben sich ebenso neue Möglichkeiten in der Wechselbeziehung zwischen Schüler und mathematischem Inhalt.

So kann der Rechner sowohl die Eckpunkte des didaktischen Dreiecks beeinflussen als auch die gegenseitige Beziehung zwischen diesen Eckpunkten. Folgende Darstellung veranschaulicht diesen Sachverhalt:

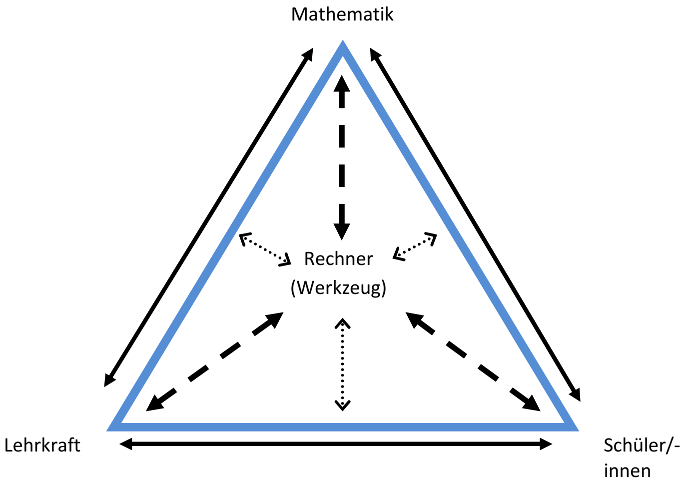


Abbildung 2-2: Das didaktische Dreieck mit Rechner

Die Auswirkungen des Rechners lassen sich somit verschiedenen Kategorien zuordnen. Wenn wir einmal die Beziehungen des Rechners zu den drei Eckpunkten isoliert hervorheben (wohl wissend, dass das nur in Grenzen möglich ist), dann lassen sich folgende drei Kategorien unterscheiden:

Diese Kategorien sehen den Rechner einmal als Werkzeug[23] zum **Rechnen**[24] (Eckpunkt „Mathematik"), zum **Lernen** (Eckpunkt „Schüler") und zum **Lehren** (Eckpunkt „Lehrkraft").

[23] Der Begriff „Werkzeug" steht hier für ein vielseitig verwendbares, evtl. auch selbst formbares Hilfsmittel. (Vgl. hierzu auch Abschnitt 2.3.5)
[24] Dieses Wort wird hier sehr weit gefasst. Auch das Erzeugen graphischer Darstellungen soll dazu zählen, da „im Inneren des Rechners" ja **gerechnet** wird.

Die Nutzung eines Rechners wird dem „Rechnen“ zugeschrieben, wenn der Rechner zum Einsatz kommt, indem algorithmische Tätigkeiten an ihn übertragen werden. Solche Tätigkeiten sind z. B. das Berechnen von Termausdrücken oder das Erzeugen graphischer Darstellungen mathematischer Objekte wie Funktionsgraphen.
Die Nutzung eines Rechners wird dem „Lernen“ zugeschrieben, wenn der Rechner zum Einsatz kommt, um das Verständnis mathematischer Begriffe, Zusammenhänge oder Lösungsstrategien zu unterstützen. Dies kann z. B. geschehen, indem das eigene Vorgehen durch Bildung von Kontrollergebnissen überprüft wird oder indem etwa Funktionsgraphen einer Funktionenschar zu verschiedenen Parametern gezeichnet werden.
Die Nutzung eines Rechners wird dem „Lehren“ zugeschrieben, wenn der Rechner zum Einsatz kommt, um den Weg, den eine Lehrkraft zum Erreichen eines Lernziels beschreitet, durch den Rechner gestaltet wird. So kann z. B. bei der Einführung des Ableitungsbegriffs der Rechner verwendet werden, um die Idee der Linearisierung zu verdeutlichen.
Die Einsatzmöglichkeiten und Auswirkungen des Rechners werden dabei jeweils durch die technischen Möglichkeiten, durch die Inhalte und durch Überlegungen auf der didaktischen Ebene vorgegeben, ermöglicht oder begrenzt.

Diese drei Kategorien können als Säulen gesehen werden, auf denen die Integration des Werkzeugs in den Unterricht ruht, folglich wird dieses Modell als ***Drei-Säulen-Modell*** des Rechners im Unterricht bezeichnet.

Nochmals sei darauf hingewiesen, dass diese drei Säulen nicht scharf getrennt voneinander existieren, es gibt Wechselbeziehungen. Setzt man etwa den Rechner als Kontrollinstrument ein, kann dies in die Säule „Rechenwerkzeug“ fallen , und zwar aufgrund der Rechenfähigkeiten des Geräts bzgl. der betrachteten Mathematik, es kann aber auch der Säule „Lernwerkzeug“ zugeordnet werden, wenn der Schüler den Rechner als Kontrollinstrument im eigenen individuellen Lernprozess nutzt. Ebenso könnte eine Lehrkraft den Rechner als Kontrollinstrument gezielt zur Vermittlung bestimmter Methoden einsetzen, dann wird man dies der Säule „Lehrwerkzeug“ zuordnen. Eine Einordnung in die Säulen ist also stets bezogen auf das, was in einer bestimmten Unterrichtssituation mit dem Einsatz des Rechners bezweckt wird.

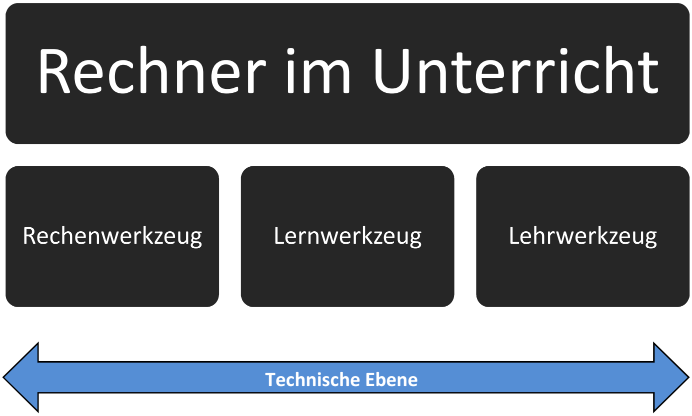


Abbildung 2-3: Die drei Säulen des Rechnereinsatzes im Unterricht

2.2 Die Ziele des Mathematikunterrichts und das Drei-Säulen-Modell

Die Rechtfertigung des Rechnereinsatzes im Unterricht muss im Hinblick auf ein besseres – oder anderes – Erreichen der Ziele des Mathematikunterrichts erfolgen. Im Folgenden soll deshalb auf die Beziehung zwischen Rechnereinsatz und allgemeinen Zielen des Mathematikunterrichts eingegangen werden.

Heinrich Winter[25] hat einen Bezugsrahmen für die Bedeutung des Mathematikunterrichts für die Allgemeinbildung bereitgestellt:

„Der Mathematikunterricht ist dadurch allgemeinbildend, dass er drei Grunderfahrungen ermöglicht:

(G1) Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen und angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
(G2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,
(G3) in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben.“

Der Rechner stützt diese drei Grunderfahrungen: *„Der Einsatz neuer Technologien ist für alle drei Grunderfahrungen gleichermaßen bedeutsam und hilfreich: Zum einen ist der Computer ein leistungsfähiges Werkzeug zur Unterstützung von Modellbildungen und Simulationen (G1), zum anderen kann er (…) den Aufbau adäquater Grundvorstellungen mathematischer Begriffe positiv beeinflussen (G2) und schließlich beflügelt der Computer heuristisch-experimentelles Arbeiten beim Problemlösen (G3).“*[26]

In der didaktischen Literatur finden sich zahlreiche Überlegungen zu den Zielen des Mathematikunterrichts. Hischer[27] hat eine Synopse erstellt, bei der er die

[25] (Winter, 1996), S.37
[26] (Danckwerts, et al., 2006), S.7
[27] nach (Hischer, 2002), S.202-212

Literatur zusätzlich im Hinblick auf den Einsatz von Neuen Medien[28] einbezogen hat. Die Synopse wird an dieser Stelle in einer Übersicht angeführt (Hischer unterteilt die Ziele in sechs Kategorien, welche wiederum in je drei Aspekte untergliedert sind. Diese Aspekte „Mathematik“, „Schule“, „Mathematikunterricht“ beziehen sich auf die Ausprägungen der Kategorien in der Mathematik als Wissenschaft, in der Schule als Lernraum und im konkreten Unterricht):

[28] Der Rechner zählt zu diesen Neuen Medien.

	ASPEKTE		
KATEGORIE	**Mathematik**	**Schule**	**Mathematikunterricht**
Kreativität	Schöpferisch Heuristisch Induktiv Experimentell Spielraum des Denkens	Entfaltung der schöpferischen Kräfte, Förderung geistiger Initiativen, Raumgebung für Spielraum	Entwicklung von Strategien, schöpferisches Tun, Begriffsbildung, Ausgestaltung von Spielräumen, Entwicklung von Kreativitätsroutinen
Erkenntnis	Prototyp für andere Wissenschaften, Mittel der Erkenntnisgewinnung, beweisend, deduktiv, experimentell	Förderung rationalen Denkens, Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch	Mathematisches Ordnen, Axiomatisieren, Formalisieren, Argumentieren, Begründen, Beurteilen, Hinterfragen,
Anwendung	Anwendbare Wissenschaft (Technologie), Hilfswissenschaft, Lieferant transferierbarer Methoden, Modellierung	Lebensvorbereitung, Weltorientierung, Mitverantwortlichkeit, Abschätzung von Folgen, vernetztes Denken	Mathematisieren, Modellierung, Abstraktion, Interpretation, (fächerübergreifende) Anwendung
Sprache	Formale Wissenschaft, formale Systeme	Sprachfähigkeit	Übersetzung zwischen verschiedenen Sprachebenen, Exaktheit, Ausdrucksvermögen
Individuum und Gemeinschaft	Stabile Wissenschaft, logische Wissenschaft	Persönlichkeitsentwicklung, soziale Entwicklung, Ausdauer, Frustrationstoleranz, Selbstständigkeit, Kommunikation	Individuelle Lernprozesse, Unterrichtsgegenstand als Gegenstand des Bildungsprozesses, Ziele fördernde Unterrichtskultur
Kultur und Geschichte	kulturhistorisches Gebiet, Sammlung gelöster und ungelöster Probleme	Kulturelle Kohärenz, kulturelle Werte	Historische Verankerung, Genese von Begriffen und Strategien

Tabelle 2-1: Ziele des Mathematikunterrichts

Sieht man die rechte Spalte als Ausprägungen der Ziele im Mathematikunterricht an, dann zeigen sich vielfältige Möglichkeiten, den Rechner als Rechen-, Lern- und Lehrwerkzeug einzusetzen. So lässt sich z. B. die Entwicklung von Strategien durch den Einsatz eines Rechners als Lernwerkzeug fördern. Begründen und Hinterfragen kann durch den Einsatz des Rechners als Rechenwerkzeug unterstützt werden. Mit dem Rechner als Lehrwerkzeug lassen sich etwa Begriffsbildungen begleiten. Die Beziehung des Rechners zu diesen Aspekten zeigen auch die Thesen, die Leuders für den Einsatz eines Computers formuliert:

- *„Der Computer kann interaktiver Lernpartner sein*
- *Der Computer entlastet vom Kalkül und schafft neue Freiräume*
- *Der Computer ist ein dynamisches Werkzeug für das Gewinnen mathematischer Erkenntnisse (epistemisches Werkzeug)*
- *Der Computer ist ein Werkzeug für das Lösen mathematikhaltiger Probleme (heuristisches Werkzeug)*
- *Der Computer ist ein universelles Modellierungswerkzeug“*[29]

Der Rechner lässt sich also in den allgemeinen Zielen insofern verankert sehen, indem er als ein methodisches Hilfsmittel angesehen werden kann, um diese Ziele zu erreichen. Zusätzlich spielt er dabei eine bedeutende Rolle zur Realisierung integrativer Medienpädagogik im Mathematikunterricht. Unter *integrativer Medienpädagogik* versteht man nach Hischer[30] die Integration einerseits der drei Bereiche Mediendidaktik (Verwendung des Mediums im Unterricht), Medienkunde (Kompetenz im Umgang mit Medien) und Medienerziehung (Anleitung zum bewussten, reflektierten und kritischen Umgang mit den Medien), andererseits aber auch die Integration der Medien in alle Unterrichtsfächer.

In analoger Weise lässt sich der Rechnereinsatz im Mathematikunterricht in den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss[31] der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (KMK) verankern. Die folgende Abbildung[32] zeigt die Kompetenzen, welche durch das Unterrichtsfach Mathematik vermittelt werden.

[29] (Leuders, 2007), S.203-208
[30] vgl. (Hischer, 2002), S. 55
[31] (KMK, 2004)
[32] nach (KMK, 2004), S.7

Abbildung 2-4: Kompetenzen, die das Fach Mathematik vermittelt (KMK)

Die Bedeutung, die dem Rechnereinsatz für die Vermittlung dieser Kompetenzen beigemessen wird, zeigt auch die „Empfehlung der KMK zur Stärkung der mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Bildung“, in der empfohlen wird, *„Computerprogramme (z.B. Tabellenkalkulation, Dynamische Geometrie, Computer-Algebra) sowie Taschenrechner (z.B. mit Graphikfunktion oder CAS) in allen MINT-Fächern[33] verbindlich zu nutzen“*[34].

[33] Darunter versteht man Fächer der Bereiche Mathematik, Informatik, Naturwissenschaft und Technik.
[34] (KMK, 2009), S. 5

2.3 Bestehende didaktische Überlegungen und das Drei-Säulen-Modell

Im Folgenden werden einige allgemeine didaktische Prinzipien, die in der didaktischen Diskussion der letzten Jahre im Zusammenhang mit Computereinsatz – vor allem mit Berücksichtigung von CAS - formuliert worden sind in ihrer Beziehung zum *Drei-Säulen-Modell* dargestellt.

2.3.1 Das Auslagerungsprinzip als Kommunikation mit ExpertInnen

Peschek[35] hat für den Einsatz von CAS im Mathematikunterricht das „Auslagerungsprinzip“ als didaktisches Prinzip formuliert. Eingebettet in das Allgemeinbildungskonzept „Kommunikation mit ExpertInnen“ kann der Schüler mehr oder weniger rein operatives (symbolisches) Wissen und Können an die „Maschine“ CAS auslagern. Damit ist die Hoffnung verbunden, dass das rein Operative im Unterricht an Bedeutung verliert zugunsten der Schulung anderer Kompetenzen. Eigentlich wichtige mathematische Tätigkeiten wie Problemlösen, Argumentieren, Begründen, Modellieren können dadurch mehr in den Vordergrund rücken. So kann z.B. bei Anwendungsaufgaben der Aspekt des Modellierens der realen Situation und des Interpretierens betont werden. Folgende Abbildung[36] veranschaulicht diesen Effekt:

[35] vgl. (Peschek, et al., 2002)
[36] Abbildung aus (Peschek, et al., 2002), S. 191

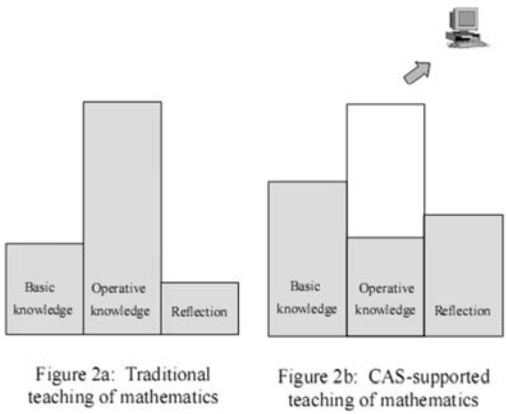


Abbildung 2-5: Auslagerungsprinzip

Die technischen Möglichkeiten des Rechners - etwa, ob ein TR teilweise radizieren kann, welche Grenzwerte ein TC bestimmen kann und welche nicht[37] - haben Einfluss auf die Möglichkeiten der Auslagerung. Technische Möglichkeiten korrelieren also mit der Möglichkeit an „Auslagerungen", eine Tatsache, welche moderne Werkzeuge unter einem sehr ambivalenten Licht erscheinen lässt. Den vorher genannten Hoffnungen steht gegenüber, dass die „Auslagerung" eines Rechenverfahrens das Unterrichten des Verfahrens unter Umständen in Frage stellen kann: *„Many mathematics teacher fear the changes that they envision with CAS-enriched classrooms. If the CAS does the symbolic manipulation, they wonder what is left for them to teach."*[38] Buchberger formuliert drastisch: "*Die Lage ist inzwischen noch viel extremer geworden: Es gibt (…) nun auch Softwaresysteme (…) mit denen alles, was man im Gymnasium oder in den Mathematikvorlesungen in den Ingenieurswissenschaften lernt, aber auch fast alles, was in den ersten zwei Jahren eines regulären Mathematikstudiums geboten wird – und noch einiges darüber hinaus – auf Knopfdruck zur Verfügung*

[37] Dies wird bedingt durch die Algorithmen, welche diese Berechnungen durchführen sowie durch die Leistungsfähigkeit der verwendeten Rechnerarchitektur.
[38] (Heid, 2002), S.664

steht.“[39] Buchberger[40] spricht hier von der „Trivialisierung durch den Computer“. Liegen Methoden vor, mit denen ein durch diese Methode beherrschter Aufgabenkreis sozusagen automatisch gelöst werden kann, so ist dieser Aufgabenkreis „trivialisiert“ und ist nicht mehr primär interessantes Gebiet schöpferischer Mathematik. Eine solche Trivialisierung mathematischer Gebiete bedeutet jedoch nicht, dass der Mathematikunterricht damit trivial wird, wie Hischer[41] treffend feststellt.

TC können symbolisch rechnen und erlauben somit die „Auslagerung“ symbolisch operativer Rechnungen (Termumformung, Differenzieren, …). So kann z. B. das Berechnen der Lösungen einer quadratischen Gleichung an einen TC „ausgelagert“ werden. Der Schüler wendet den entsprechenden Befehl zum Lösen der Gleichung an, z. B. „$\mathrm{solve}(x^2-2x-1=0,x)$“, der TC liefert als Lösung „ $x=-\left(\sqrt{2}-1\right) \text{or}\ x=\sqrt{2}+1$“. Ohne TC würde man vermutlich die Lösungsformel anwenden, entsprechend einsetzen und umformen. Dieses rein Operative übernimmt der TC.

Peschek hat deutlich darauf hingewiesen, dass eine „Auslagerung“ (generell, also nicht nur auf CAS bezogen) nur dort erfolgen soll, wo es didaktisch sinnvoll erscheint[42] - und das hängt von der Klasse ab, von der Lehrkraft und vom Ziel, das im Unterricht angestrebt wird. Es kann und darf nicht Ziel eines CAS-Einsatzes sein, den Unterricht unverändert zu lassen und lediglich alle operativen Teile an den Rechner „auszulagern“.

Setzt man den TC zum „Auslagern“ ein, so kann dies sowohl beim Einsatz als *Rechenwerkzeug* (etwa die Berechnung einer Ableitung einer Funktion) als auch beim Einsatz als *Lernwerkzeug* (ein Schüler überprüft den Term der Ableitungsfunktion, den er von Hand berechnet hat, indem er den entsprechendem Be-

[39] (Buchberger, 2000), S.16
[40] vgl. (Buchberger, 1989)
[41] (Hischer, 2002), S. 102f
[42] Vgl. (Schneider, 2002), S.35f

fehl am TC anwendet) und ebenso beim Einsatz als *Lehrwerkzeug* erfolgen (der Lehrer lagert etwa bei einer Extremwertaufgabe alle symbolischen Rechnungen auf den TC aus, weil es ihm nicht auf das Bilden der Terme und das Lösen von Gleichungen, sondern auf die Zusammenhänge mit den Ableitungen ankommt). „Auslagerung“ ist ein Prinzip in der Mathematik, das häufig vorkommt (etwa bei elementaren Algorithmen wie dem Divisionsalgorithmus). „Auslagerungen“ dienen oft zum Bilden von Modulen, die es „nur“ noch treffend einzusetzen gilt.

2.3.2 Das Bausteinprinzip (Modulprinzip)

Bausteine (bzw. Module) in der Mathematik können *„Lösungsformeln (etwa für quadratische Gleichungen), ein Satz (wie der „Umfangswinkelsatz“) oder ein Algorithmus (wie etwa der Heron-Algorithmus)“* sein.[43] Ihnen ist gemeinsam, dass sie als Ganzes angewendet werden, ohne dass sie stets neu hinterfragt oder gar hergeleitet werden. Der Einsatz von Bausteinen beim Lösen einer mathematischen Aufgabenstellung kann schematisch am Beispiel von Modellierungsaufgaben wie folgt dargestellt werden[44]:

[43] (Weigand, et al., 2002), S.75
[44] vgl.(Lehmann, 1999)

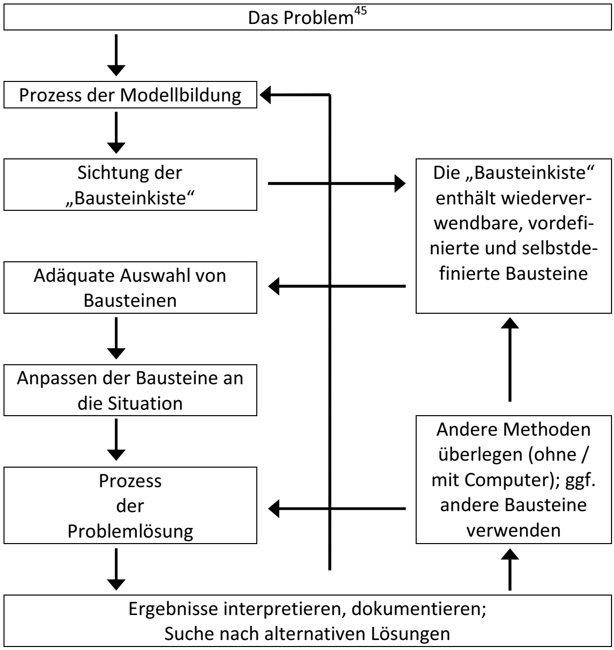


Abbildung 2-6: Problemlösen mit Computer-Algebra-Systemen und ihren Bausteinen

Die in einem TC implementierten Menüpunkte und Befehle lassen sich als Bausteine ansehen. Im Zuge der Weiterentwicklung der Geräte (bzw. der entsprechenden Software) können sich solche Menüoptionen ändern und ergänzt werden.

Losgelöst von den „vorgefertigten“ Bausteinen, die in unterschiedlichen Geräten unterschiedlicher Hersteller abgewandelt zur Verfügung stehen, ist es möglich, dass Schüler selbst (eigene) Bausteine entwickeln können. TC sind programmierbar, d. h. Schüler können eigene Bausteine durch das Schreiben von Programmen erstellen. Dazu müssen sie die jeweilige Programmiersprache erlernen. Eine weitere Möglichkeit ist das Konstruieren von Bausteinen durch Definition entsprechender Terme oder Funktionen. Ebenso ist es möglich, in der dynamischen Geometrie Bausteine durch „Makros“ zu konstruieren.

[45] Abbildung nach (Lehmann, 1999), S.14

Buchberger[46] spricht vom *„White-Box / Black-Box – Prinzip“*, wenn in der „White-Box“ – Phase alle für ein Problem notwendigen Zusammenhänge hergeleitet und begründet werden. Ergebnis der „White-Box“ – Phase ist das Verstehen eines Bausteins, der das gegebene Problem löst. Dieser Baustein wird in der „Black-Box“ – Phase dann als Einheit verwendet. Ein Beispiel wäre das Behandeln des Ableitens von Potenzfunktionen („White-Box“ – Phase). In der „Black-Box“ – Phase kann dann der TC verwendet werden, um die entsprechenden Terme zu erhalten.
Die Reihenfolge könnte aber auch vertauscht werden, indem man z.B. den Befehl zum Bilden der Ableitung am TC verwendet („Black-Box“ – Phase), um Vermutungen über die Ableitungsregel bei Potenzfunktionen aufzustellen, die man dann erst anschließend beweist („White-Box“ – Phase).

Schüler können Bausteine, seien sie nun vorgefertigt oder selbst erstellt, nutzen, indem sie sie zum *Rechnen* einsetzen (z. B. Baustein zur Bestimmung der Lösungen einer quadratischen Gleichung).
Sie können sie zum *Lernen* einsetzen, indem sie etwa durch Anwendung geeigneter Bausteine ihre hergeleiteten Ergebnisse kontrollieren.
Bausteine können auch eingesetzt werden, um ganze Lernfelder zu öffnen und entdeckendes Lernen zu unterstützen. Ein Beispiel ist der Baustein „parabel(x,p,q)“, wobei $\mathrm{parabel}(x,p,q) = x^2 + p \cdot x + q$ ist. Folgende Abbildung[47] zeigt, welches Lernfeld durch diesen Baustein umrissen werden kann. Im Laufe der Analyse des Bausteins lassen sich die Einflüsse der Parameter auf den Graphen erforschen, ebenso die Nullstellen, aber auch die Lage von Punkten im Bezug auf den Graphen. Die Linien zeigen mögliche Wege bei der Analyse des Bausteins.

[46] (Buchberger, 1989)
[47] Abbildung aus (Lehmann, 2002), S.7

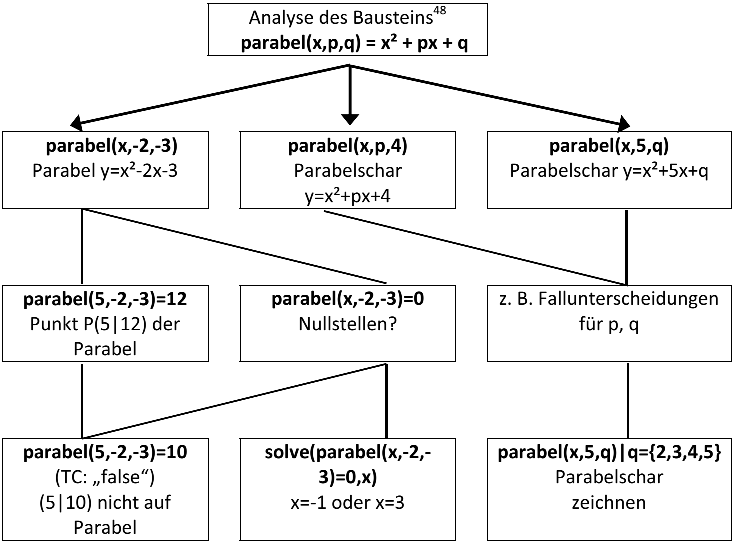


Abbildung 2-7: Der Baustein "parabel"

Bausteine können auch ganz gezielt zum *Lehren* von Mathematik eingesetzt werden, so kann z. B. das gemeinsame Erstellen eines Bausteins, der zu einer gegebenen Funktion deren lokale Extremwerte ausgeben soll, Motivation oder auch vertiefte Wiederholung für den gesamten Themenbereich „lokale Extremwerte“ sein. Auf einem TC kann ein solcher Baustein so aussehen, dass er bei Eingabe eines Funktionsterms durch Anwenden der Kriterien über erste und zweite Ableitung (beide lassen sich am TC bilden und mit entsprechenden Bedingungsabfragen auf Vorzeichen überprüfen) entsprechende Ergebnisse ausgibt. Wendet man diesen Baustein etwa auf die Funktion $x \mapsto x^4$ an der Stelle 0 an, so liefert er kein Ergebnis, da hier die Ableitungskriterien nicht anwendbar sind. Eine Lösungsmöglichkeit bestünde darin, kleine Intervalle um die Stelle 0 zu betrachten und das Verhalten der zugehörigen Funktionswerte bzw. Ableitungen zu testen. Auf diese Weise kann ein solcher Baustein die Thematik von hinreichenden und notwendigen Kriterien sowie auch die (exakte) Definition von lokalen Extremwerten vertiefen.

[48] vgl. (Lehmann, 2002)

2.3.3 Die Gerüstmethode[49]

Auf den Ideen der Black-Box / White-Box – Prinzipien baut die „Gerüstmethode“ auf. Im Laufe des Mathematikunterrichts wird Wissen erworben, welches z. T. aufeinander aufbaut. Für manches Wissen werden Fähigkeiten benötigt – etwa Lösen von Gleichungen – die u. U. nicht zur Verfügung stehen. Hier kann ein CAS als Gerüst wirken. Dies soll an einem Beispiel verdeutlicht werden. Dazu dient das Bestimmen der Lage von Geraden im Raum als diejenige Fertigkeit, die auf der Fertigkeit, Gleichungssysteme zu lösen, aufbaut.

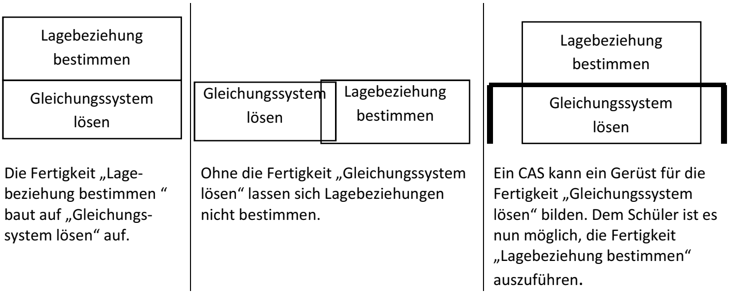


Abbildung 2-8: Gerüstmethode

Die Idee der „Gerüstmethode“ kann dazu führen, den gezielten Einsatz eines CAS im Laufe des Lernprozesses zu fördern, so könnte ein CAS etwa zur Lösung quadratischer Gleichungen verwendet werden (auch symbolisch), um den Schüler durch Experimentieren zu Vermutungen anzuregen, die es dann im Folgenden nachzuweisen gilt. Das Bilden und Benutzen solcher Gerüste birgt aber die Gefahr, dass die so überbrückten „Lücken“ nicht mehr aufgefüllt werden, weil ja ein Werkzeug zur Verfügung steht, welches dies für den Schüler erledigt. Kutzler beschreibt[50] einige Methoden des Einsatzes eines CAS (TC) im Rahmen der Gerüstmethode, die sich dadurch unterscheiden, welchen Stellenwert die zu überbrückende Fertigkeit spielt, oder anders formuliert, wie wichtig der

[49] In (Kutzler, 1995) wird von „Gerüstdidaktik“ gesprochen. Da an dieser Stelle die Methode im Vordergrund steht, wird der Ausdruck „Gerüstmethode“ verwendet.
[50] (Kutzler, 1995)

Lehrkraft die Tatsache ist, dass die Schüler dieses Verfahren verstanden haben bzw. selbsttätig von Hand ausführen können.

In diesem Sinne ist, um in der Metapher zu bleiben, der TC ein mögliches „Gerüst“ beim Bau des Hauses „Mathematik“, das als Hilfe dient, das zeigt, wohin der weitere Weg führt, aber nicht das Aufeinandersetzen der Ziegelsteine überflüssig macht.

Der TC kann hierbei also als *Rechenwerkzeug* zum Einsatz kommen (in der Rolle eines Gerüsts), als *Lernwerkzeug*, indem der Schüler den TC als Gerüst nutzt, um einen Schritt weiter zu kommen, aber auch als *Lehrwerkzeug*, indem die Lehrkraft gezielt Gerüste verwendet oder bereitstellt.

2.3.4 Wechsel der Darstellungsformen („Rule Of Three“)

Mithilfe eines CAS (oder auch TC) ergibt sich der Zugang zu symbolischen (CAS), numerischen (TR) und graphischen (GTR) Darstellungen eines mathematischen Objekts. *„Die leichte Verfügbarkeit verschiedener Darstellungen und Darstellungsformen erhöht natürlich deren Effizienz. (…) Schüler/innen können diese wichtigen mathematischen Darstellungen dadurch besser kennenlernen, sie können lernen, sie zu interpretieren und zu verwenden, um damit mathematische Sachverhalte und Überlegungen darzustellen und darüber zu kommunizieren.“*[51]

Die Bedeutung des Wechsels der Darstellungen wird auch in den KMK-Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss hervorgehoben[52]:

[51] (Schneider, 2002), S.201
[52] (KMK, 2004), S.8

(K 4) Mathematische Darstellungen verwenden
Dazu gehört: – verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden, – Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen, – unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln.

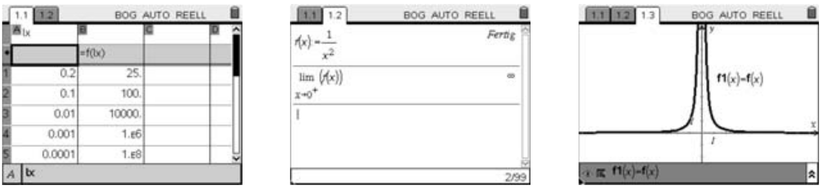
Tabelle 2-2: KMK-Bildungsstandards (Auszug)

Heugl nennt das gezielte Verwenden mehrerer Darstellungsformen mit einem CAS „window-shuttle-Technik“: *„Arbeiten mit der Window-Shuttle-Technik bedeutet also, daß sich ein Begriff, eine Problemlösung durch mehrmaliges Hin- und Herpendeln („Shutteln“) zwischen verschiedenen Darstellungsformen, das heißt zwischen verschiedenen Fenstern des CAS, entwickelt.“*[53] Als ein Beispiel gibt er an: *„So kann etwa in ständiger Wechselwirkung zwischen Algebra- und Grafikfenster die Auswirkung algebraischer Operationen auf den Graphen untersucht werden, oder es können sich aus der Untersuchung des Graphen Ideen für Aktivitäten im Algebrafenster ergeben.“*[54] Ferner stellt Heugl fest[55], dass es dadurch zu einer qualitativen Veränderung von Vorstellungen über mathematische Begriffe kommen kann. Hierbei bezieht sich Heugl auf die Darstellungen und Ergebnisse von Dörfler[56]. *„Zur Vermeidung einer einseitigen Sichtweise und für ein umfassendes Begriffsverständnis ist es aber auch wichtig, Darstellungsformen zueinander in Beziehung zu setzen und zwischen diesen Darstellungen ‚übersetzen‘ zu können. (..) Mit dem Dargestellten – und damit auch mit den mathematischen Objekten – kann auf eine neue Art und Weise operiert werden.“*[57] Weigand und Weth sprechen hier vom *„Prinzip der adäquaten Visualisierung“*[58].

[53] (Heugl, et al., 1996), S.200
[54] (Heugl, et al., 1996), S.200
[55] (Heugl, et al., 1996), S.197ff
[56] (Dörfler, 1991)
[57] (Weigand, et al., 2002), S.36f
[58] (Weigand, et al., 2002), S.36

In der didaktischen Literatur wird immer wieder großer Wert auf die Berücksichtigung verschiedener Darstellungsformen gelegt: *„A principal feature is the balance attained among graphical, numerical and algebraic/analytic techniques and communications. We believe that students must value all of these methods of representation, understand how they are connected in a given problem, and learn how to choose the one or ones most appropriate for solving a particular problem."*[59]

Beim Wechsel der Darstellungsformen kann das CAS als *Rechenwerkzeug* eingesetzt werden, etwa, um einen Grenzwert zu berechnen. Betrachten wir das Verhalten der Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{x^2}$ bei Annäherung „von rechts" an die Definitionslücke $x = 0$, so lässt sich dies in verschiedenen Formen darstellen:



numerische Darstellung | symbolische Darstellung | graphische Darstellung

Abbildung 2-9: verschiedenen Darstellungsformen

Werden verschiedene Darstellungsformen eines mathematischen Objektes insbesondere auch gezielt im Unterrichtsverlauf genutzt, so kann man diesen Einsatz eines CAS dem Einsatz als *Lehrwerkzeug* zuordnen. Wenden Schüler diese Darstellungsformen selbst an, ist eine Zuordnung zum *Lernwerkzeug* möglich.

„Mit mehreren Darstellungen umgehen, die Darstellungen wechseln zu können, ist eine ganz wichtige Kompetenz, die einen ausgesprochen lernfördernden Charakter hat.[60]*"* Dies wird durch den Einsatz eines CAS ermöglicht. Eine offene Frage ist, inwieweit der Gebrauch verschiedener Darstellungsformen durch die bloße Verfügbarkeit eines CAS bereits beeinflusst wird oder wie stark eine gezielte Hinführung im Unterricht erfolgen muss.

---

59 (Finney, et al., 1999), S. (vi)
60 (Sjuts, 2007), S.40

2.3.5 Instrumentelle Genese

Werkzeuge und Medien haben Auswirkungen auf das Betreiben von Mathematik, das Unterrichten von Mathematik und das Setzen von Schwerpunkten[61]. So wird man z. B. verstärkt Graphen betrachten, wenn ein GTR zur Verfügung steht. Werkzeuge hatten und haben immer Einfluss auf Arbeitsweisen, beispielsweise ermöglichen Rechenhilfsmittel das intuitive oder induktive Aufstellen von Hypothesen sowie deren Falsifikation oder Erhärtung durch Beispiele. Dies sind Arbeitsweisen, die eher den Naturwissenschaften zugeschrieben werden, weniger der Mathematik[62].

Im Besonderen spielt in dieser Arbeit (moderne) Technologie in Form eines Computer-Algebra-Systems eine entscheidende Rolle. Die Soziologin Degele[63] beschreibt als einen Haupteinfluss der sog. Computerisierung der Gesellschaft die „Informierung von Wissen“, womit sie meint, dass vorhandenes Wissen neu in Form gebracht wird. Bei dem Prozess tritt der Computer als Hilfsmittel beim Zugriff bzw. Zugang zum Wissen auf. Überträgt man dies auf CAS, so kann man daran denken, dass der Einsatz von CAS bei einem breiteren Personenkreis die Lösung von Problemen ermöglicht, zu deren Behandlung man vorher nicht fähig war. Das Wissen wächst aufgrund der Vergrößerung des „know-what“. Zusätzlich tritt nach Degele aber auch ein Eingriff in die Form und Operationsweise des Wissensprozesses ein („know-how“), dieser Eingriff ist aber oft eher unbeabsichtigt und unreflektiert. In dieser qualitativen Veränderung steckt der größte Teil des Wandels der „computerisierten“ Gesellschaft und daher zugleich die größte Herausforderung für die Weiterentwicklung. Für den Mathematikunterricht mit einem CAS bedeutet dies eine Erhöhung des „know-what“, es stehen Möglichkeiten zur Termumformung, zur symbolischen Bestimmung von Ableitungstermen zur Verfügung, welche auch auf Terme und Funktionsty-

[61] Dies gilt im Übrigen nicht nur für die Mathematik, sondern auch für alle anderen Wissenschaften und Lebensbereiche.
[62] vgl. (Thomas, 2005)
[63] (Degele, 2000), S.10ff

pen angewendet werden können, welche bisher (ohne CAS) nicht betrachtet wurden oder werden konnten. Unter Umständen geht damit eine Änderung des „know-how“ einher, wenn man etwa an den Einsatz von Bausteinen oder an die Vorschläge der Gerüstmethode denkt.

Ein Medium wie CAS kann im Mathematikunterricht als „Mittel zum Zweck“ verwendet werden (etwa zur gezielten Umformung von Termen), es kann aber auch selbst zum Unterrichtsinhalt werden, z. B. bei Genauigkeitsfragen numerischer Algorithmen, Grenzen des Speichers bzw. Darstellung der Zahlen oder Aufbau symbolischer Umformungsalgorithmen. Dies zeigt, dass die Benutzung des Mediums und der vermittelte Inhalt nicht trennscharf sind, daher ist es für ein Unterrichtskonzept zentral, in welcher Bedeutung man den Einsatz von CAS sieht. CAS kann als Hilfsmittel und/oder als Werkzeug verstanden werden. Diese beiden Begriffe sollen im Folgenden näher erläutert werden.

Von einem **Hilfsmittel** spricht man nach Hischer[64], wenn es nur für diejenigen Zwecke verwendet wird, für die es konstruiert worden ist. Ein einfaches Beispiel für ein Hilfsmittel ist ein Korkenzieher, der in der Regel nur zum Ziehen von Korken verwendet werden wird, und nur in äußersten Notfällen anders, etwa zum Öffnen einer Dose. Für den Mathematikunterricht würde dies bedeuten, dass CAS nur im Rahmen seiner vom Hersteller implementierten Befehle eingesetzt wird, um bestimmte Vorgänge (analog dem Korkenzieher) erheblich zu erleichtern. Trouche[65] bezeichnet dies mit „artifact“ und dehnt diesen Begriff auch auf Algorithmen (konstruiert für einen speziellen Zweck) aus: *„An artifact is a material or abstract object, aiming to sustain human activity in performing a type of task (a calculator is an artifact, an algorithm for solving quadratic equations is an artifact).“*[66]

Dagegen spricht man von einem **Werkzeug**, wenn es ein vielseitig verwendbares, womöglich sogar selbst formbares Hilfsmittel ist. Ein solches Werkzeug ver-

[64] (Hischer, 2002), S.241f
[65] (Trouche, 2002), S.144
[66] (Trouche, 2005), S.144

leiht seinem Benutzer Macht in dem Sinne, dass er selbst entscheiden kann, wann und für welche Zwecke er dieses Werkzeug (im Rahmen der durch das Werkzeug vorgegebenen Grenzen) einsetzt. Das Werkzeug ist also anpassbar und erlaubt seinen gewinnbringenden Einsatz beim Lernen und individuellen Lernfortschritt.[67] Trouche nennt dies „instrument“: *„An instrument is what the subject builds from the artifact*[68]*”*.

Der Benutzer hat also entscheidenden Anteil daran, ein Hilfsmittel als Werkzeug zu benutzen, indem er es geeignet für seine Zwecke formt. Diesen Vorgang, den Trouche „instrumentelle Genese“ nennt, ist sehr komplex. Er wird beeinflusst von den Eigenschaften des Hilfsmittels (seinen Möglichkeiten und Grenzen), vom Unterricht, vom Wissen und Können des Benutzers sowie von den Arbeitsmethoden, die dem Benutzer bekannt sind.

Folgende Abbildung verdeutlicht diesen Prozess (die Begriffe wurden übersetzt, anstelle von „artifact“ wird der Begriff „Hilfsmittel“, anstelle von „instrument“ der Begriff „Werkzeug“ verwendet):

[67] vgl. (Hischer, 2002), S. 241f

[68] (Trouche, 2005), S.144

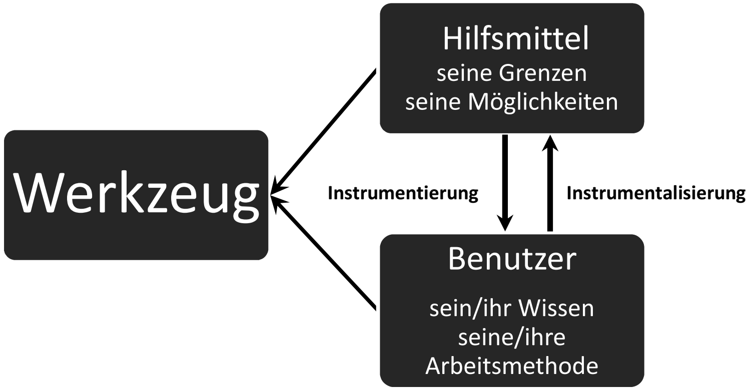


Abbildung 2-10: Die instrumentelle Genese

Die instrumentelle Genese ist ein Prozess, der aus zwei Komponenten besteht: Eine Komponente wirkt auf das Hilfsmittel und wird vom Benutzer gestaltet, sie nennt Trouche „Instrumentalisierung“. Der Benutzer nimmt Einfluss auf das Hilfsmittel, in einer ersten Phase sucht und wählt er etwa geeignete Menübefehle aus. Die Gestaltung kann aber auch umfangreicher sein, z. B. kann der Benutzer bestimmte Bausteine programmieren oder sich Dokumente für gewisse Zwecke bereitstellen (so lässt sich z. B. in einem CAS ein Dokument vorbereiten, in das nur noch der Funktionsterm einer Funktion einzugeben ist und welches dann Terme von Ableitungsfunktionen und die entsprechenden Graphen liefert).

Andererseits hat die Gestaltung des Hilfsmittels einen Einfluss auf den Benutzer, z. B. kann er, da er nun einen Baustein zum Anzeigen von Funktionsgraphen und deren Ableitungen hat, Monotonieuntersuchungen anders angehen als vorher. Das Wissen und die Arbeitsweisen des Benutzers verändern sich. Diese Komponente der instrumentellen Genese, welche in Richtung des Benutzers wirkt und durch das Hilfsmittel verursacht wird, nennt Trouche „Instrumentierung“.

Beide Gestaltungsprozesse machen aus dem Hilfsmittel CAS ein individuelles Werkzeug CAS.

In diesen Prozess der instrumentellen Genese greift die Nutzung des CAS als Rechen-, Lern- und Lehrwerkzeug ein. Das CAS stellt etwa bestimmte Möglichkeiten bereit (wie das symbolische Gleichungslösen), welches im Rahmen der Instrumentierung auf den Benutzer wirkt, andererseits lässt sich das CAS durch den Benutzer gestalten und es können individuelle Bausteine (zum „Rechnen“) angelegt werden. Im Prozess von Instrumentalisierung und Instrumentierung bildet sich das CAS als *individuelles Lernwerkzeug* aus.

Der Prozess der Instrumentierung muss im Unterricht angestoßen werden. Trouche weist ausdrücklich darauf hin, dass es Aufgabe der Lehrkraft ist, eine entsprechende Lehr- und Lernumgebung zu gestalten, in der die instrumentelle Genese erfolgreich ablaufen kann. Die Lehrkraft hat die Aufgabe, analog der eines Dirigenten, die verschiedenen Orchestermitglieder (Schüler) auf einen gemeinsamen Weg zu führen, es ist also eine instrumentelle Orchestrierung (*„instrumental orchestration“*[69]) nötig. *„To control this dispersion requires the school institution to take the building construct of instrumental geneses into account. Instrumental orchestrations, integral parts of a didactic exploitation system are plans of actions, allowing to guide students' instrumented action. These obviously require some didactic engineering (..) drawing-out the metaphor, we could say that to build an orchestration, one must have a musical score.*[70]*“*

[69] (Trouche, 2002)
[70] (Trouche, 2002), S.210

2.3.6 Abschließende Bemerkung

Der Einsatz eines Rechners, insbesondere eines CAS, als *Rechenwerkzeug*, *Lehrwerkzeug* und *Lernwerkzeug* findet sich verankert in den derzeitigen didaktischen Theorien und Überlegungen wieder.

In der vorliegenden Arbeit steht der Taschencomputer im Mittelpunkt der Betrachtung. Unter einem Taschencomputer wird ein tragbarer Rechner verstanden, der folgende Werkzeuge integriert: Ein CAS, einen Funktionenplotter, eine Tabellenkalkulation, ein Dynamisches Geometrie-System sowie die Möglichkeit der Programmierung. Für ein solches Gerät wird im Folgenden das *Drei-Säulen-Modell* dargestellt.

2.4 Das Drei-Säulen-Modell für den TC

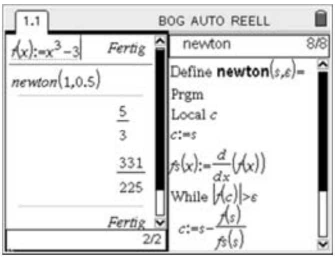
2.4.1 Der TC als Rechenwerkzeug

2.4.1.1 Numerische Berechnungen

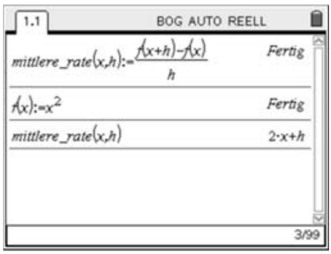
Der TC ermöglicht numerische Berechnungen wie etwa das Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren, das Potenzieren, Wurzelziehen, die Berechnung von Logarithmen oder die Berechnung von Funktionswerten trigonometrischer Funktionen. Weiterhin können numerische Berechnungen von bestimmten Integralen, Werten von Ableitungen an einer Stelle oder statistische Größen wie Mittelwerte und Standardabweichungen (basierend auf einer Liste von Zahlen) durchgeführt werden. Derartige operative numerische Berechnungen können vom Benutzer an das Hilfsmittel TC ausgelagert werden.

2.4.1.2 Programmierung

Die numerischen Möglichkeiten werden ergänzt um die Möglichkeit der Programmierung[71]. So können z. B. iterative Prozesse wie die das Newton-Verfahren zur Nullstellenbestimmung oder diskrete Prozesse wie Wachstumsvorgänge durch Schreiben entsprechender Programme behandelt werden. Ebenso ist es möglich, Funktionen (wie etwa eine Funktion, die den Differenzenquotienten beschreibt) auf einem TC zu definieren und zu speichern. Hierzu betrachte man exemplarisch folgende Abbildungen:



Ein Programm zum Newton-Verfahren



Die mittlere Änderungsrate einer Funktion f im Intervall [x;x+h]als Funktion *mittlere_rate(x,h)*

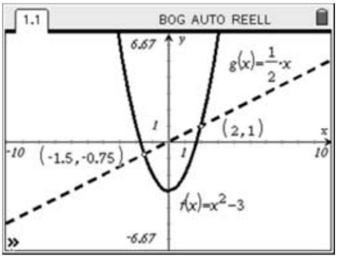
Abbildung 2-11: Programmierung am TC

[71] Hierunter wird verstanden, dass ein Programmeditor mit Standard-Struktur-Elementen wie Schleifen, Bedingungen, etc. vorliegt, welcher die Erzeugung von Prozeduren und Funktionen und deren Speicherung am TC durch den Benutzer ermöglicht.

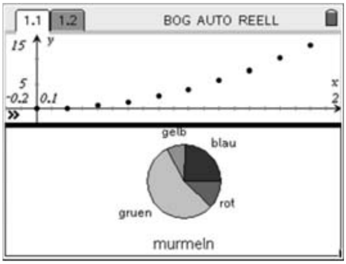
Auf diese Weise lassen sich am TC durch den Benutzer Bausteine anfertigen. Der Benutzer hat die Möglichkeit, sein Werkzeug TC eigenen Bedürfnissen anzupassen.

2.4.1.3 Graphische Darstellungen

Die Möglichkeit graphischer Darstellungen erlaubt neben dem Zeichnen von Funktionsgraphen, Datenplots oder dem Zeichnen statistischer Darstellungen z. B. das graphische Lösen von Gleichungen durch Bestimmung der Koordinaten entsprechender Schnittpunkte.



Zeichnen von Graphen,
Bestimmung von Schnittpunkten



Datenplot (oberer Teil),
Kuchendiagramm (unterer Teil)

Abbildung 2-12: graphische Darstellungen am TC

In diesem Zusammenhang ist nochmals ersichtlich, dass der Begriff „Rechenwerkzeug“ einen weiten Einsatz umfasst. Hier ist nicht nur das bloße „Rechnen“ im Sinne des arithmetischen Rechnens gemeint, sondern alle Tätigkeiten, bei denen im Rechner implementierte Algorithmen bzw. Bausteine zum Einsatz kommen. Solche Algorithmen erlauben meist das Auslagern von händischen Tätigkeiten an den Rechner, wie etwa das Zeichnen von Graphen.

2.4.1.4 Symbolische Berechnungen

Der TC kann traditionelle (zu verstehen im Bezug auf einen TR) Operationen wie Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren, Wurzel ziehen, Potenzieren oder Logarithmieren symbolisch ausführen. Folgende Abbildungen verdeutlichen exemplarisch die symbolischen Rechenfähigkeiten.

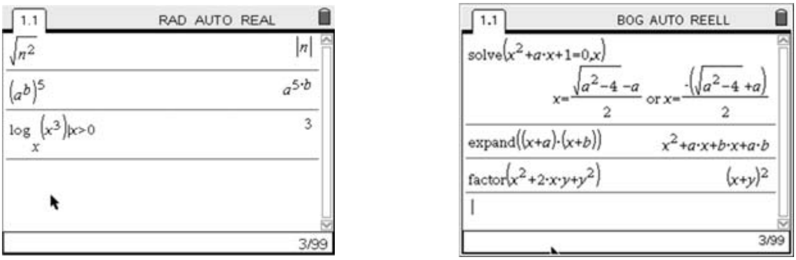


Abbildung 2-13: symbolische Berechnungen am TC

Die symbolischen Rechenmöglichkeiten eines TC müssen aber auch kritisch im Hinblick auf ihren Einsatz im Mathematikunterricht gesehen werden. Analog zum TR, der Fragen danach aufgeworfen hat, was man noch im Kopf oder händisch rechnen können muss, wirft der TC die Frage auf, welche symbolischen Termumformungen man noch händisch ausführen können muss. Diese Thematik schlug sich etwa 1992 in der 10. Tagung des Arbeitskreises „Mathematikuntericht und Informatik“ der GDM nieder, ihr Titel lautete *„Wie viel Termumformung braucht der Mensch?“*[72] Natürlich ist diese Frage nicht kontextfrei zu beantworten. Heid sagte 2003 dazu folgendes: *„Algebra is the area of school mathematics that has the most potential to be affected by CAS, because CAS perform most school algebra routines quickly and on command. This potential raises the questions ‘What algebra should be taught in schools?’ The answer to the proceeding question depends on one’s definition of ‘school algebra’.”*[73]

Um mit dem TC symbolisch arbeiten zu können, muss der Benutzer natürlich über Kompetenzen verfügen, Terme aufbauen, strukturieren, lesen und interpretieren zu können. *„CAS require students to enter and read formal symbolic language, with little or no tolerance for deviations nor acceptance of user-designed notations.”*[74] Die Ausbildung dieser Fähigkeiten muss also beim Einsatz eines TC im Mathematikunterricht sogar noch zunehmen.

[72] (Hischer, 1993)
[73] (Heid, 2003), S.41
[74] (Heid, 2003), S. 44

2.4.2 Der TC als Lernwerkzeug

2.4.2.1 Der TC als individuelles Kontroll-Hilfsmittel

Der TC kann den einzelnen Schüler beim Arbeiten unterstützen. Er wird dadurch in der Hand des Schülers zum individuellen Kontroll-Hilfsmittel.

Aus der Lernpsychologie ist bekannt, welchen Einfluss Rückmeldungen auf das Lernen haben. Positive Rückmeldung verstärkt das Vorgehen, negative erzwingt eine Änderung des Vorgehens. Der TC bietet die Möglichkeit, dass der Schüler selbst entscheidet, wann er im Lernprozess auf das Hilfsmittel zurückgreift und dessen Hilfe und Rückmeldung in Anspruch nimmt. Anzumerken ist, dass die Rückmeldung des TC (im Gegensatz zu der der Lehrkraft) immer wertneutral ist. Im Folgenden wird näher erläutert, in welchen Formen die individuelle Rückmeldung des TC erscheinen kann.

2.4.2.1.1 Individuelle Kontrollinstanz

Durch die leichte Verfügbarkeit sowie durch die Graphik- und Symbolfähigkeiten des TC bietet er die Möglichkeit zur individuellen Kontrolle eigenen Vorgehens und eigener Rechnungen. So können alle Rechnungen mit Termen (welche Variablen enthalten), Lösungen von Gleichungen und Gleichungssystemen, Terme von Ableitungsfunktionen oder Stammfunktionen, überprüft werden. Diese Kontrolle kann jederzeit durchgeführt werden, beim Lösen von Aufgaben im Unterricht, beim Anfertigen von Hausaufgaben, beim Durchführen von Übungen und auch in Prüfungen. Die Kontrolle ist individuell dort und dann möglich, wenn der Schüler sie benötigt.

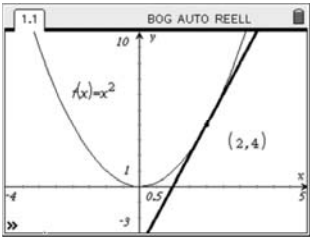
2.4.2.1.2 Individuelles heuristisches Werkzeug

Eine Lösungsidee des Schülers kann mithilfe des TC auf Plausibilität geprüft werden. Bereits Polya schreibt zum Vorgehen bei der Durchführung eines Lösungsplans: *„Wenn du deinen Plan zur Lösung durchführst, so kontrolliere jeden Schritt. Kannst du deutlich sehen, daß der Schritt richtig ist? Je sorgfältiger wir unsere Schritte bei der Durchführung des Planes kontrollieren, desto freier kön-*

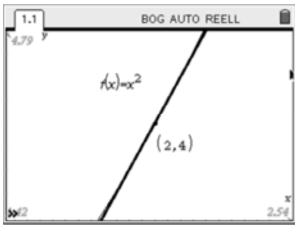
nen wir heuristische Überlegungen verwenden, wenn wir den Plan ausführen.“[75] Bei der Überprüfung eines Lösungsschrittes ist jede Variation und Abänderung möglich, deren Konsequenz sofort bewertet werden kann. Der TC unterstützt auf diese Weise das individuelle Vorgehen beim Auffinden und Durchführen eines Lösungsweges durch Rückkoppelung. Leuders schreibt hierzu: *„Durch seine*[76] *hohe Verarbeitungsgeschwindigkeit liefert er instantane Rückmeldung über das Ergebnis der Berechnung. Man kann so möglicherweise fehlerhaften Vorannahmen (z.B. falschen Matrixeintrag oder einen unberücksichtigt gebliebenen Parameter einer Modellfunktion) verändern und unmittelbar die Konsequenzen dieser Variation in Augenschein nehmen.“*[77]

2.4.2.2 Unterstützung bei der Begriffsbildung

Mathematische Begriffsbildung kann durch die Verwendung des TC unterstützt werden, z. B. kann beim Begriff der Differenzierbarkeit der Differenzenquotient einer Funktion f an der Stelle x_0 in numerischen Näherungen oder graphischen Darstellungen betrachtet werden. Die Sichtweise der Ableitung als lokal lineare Approximation kann ebenso betont werden:



Der Graph der Normalparabel und die Tangente an der Stelle (2|4)



Vergrößern an der Stelle (2|4) bestätigt, dass die Normalparabel in einer Umgebung der Stelle (2|4) linear verläuft (und mit der Tangente zusammenfällt).

Abbildung 2-14: lokal-lineare Approximation

---

[75] (Polya, 1995), S. 97

[76] Hier ist allgemein vom Computer mit CAS bzw. Geometrie-Programmen die Rede, dies lässt sich aber genau so auf den TC anwenden.

[77] (Leuders, 2007), S.206

2.4.2.3 Entdeckendes Lernen

Mit der Feedback-Möglichkeit in engem Zusammenhang steht das entdeckende Lernen. Ein entscheidender Vorteil beim entdeckenden Lernen ist, dass der Lernende *„beim aktiven Erkunden und Entdecken nicht nur direkte Erfahrungen sammelt, sondern in einen teils selbst gesteuerten Rückkopplungsprozeß eingebunden ist. Die klassische Form der Lernkontrolle wird ersetzt durch eine fortlaufende Vergewisserung, ob man auf dem richtigen Wege ist.“*[78]

Beim aktiven eigenständigen Lernprozess steht gezieltes Ausprobieren und Vermuten unter Zuhilfenahme *„zusätzlicher Informationen aus der Lernumwelt“*[79] (die an dieser Stelle der TC liefern kann) im Vordergrund. Als Beispiel werden Grenzwerte (für $x \longrightarrow \infty$) gebrochen rationaler Funktionen mit gleichem Zähler- und Nennergrad betrachtet:

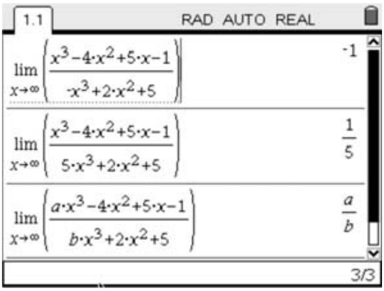


Abbildung 2-15: Grenzwerte gebrochen-rationaler Funktionen

Mehrfaches Variieren kann zu der Vermutung führen, dass der Grenzwert der Quotient der jeweiligen Leitkoeffizienten ist. Dies kann Anlass und Motivation für eine theoretische Betrachtung sein.

Diesen Einsatz hebt Pruzina hervor: *„Das Verwenden des GTR (*gleiches gilt für den TC, Anm. d. Autors*) führt zumeist zunächst auf Vermutungen, wodurch sich Motive für theoretische Fundierungen ergeben. Gerade darin liegt eine Chance.*

[78] (Hameyer, 1993), S.44
[79] (Frey, 1998), S. 285

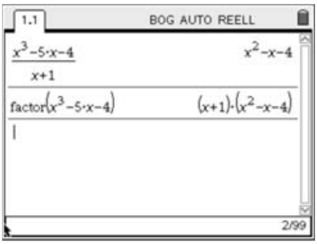
(…) Die Verwendung des GTR ermöglicht es, (…) mathematisches Experimentieren im Unterrichtsprozeß mehr als bisher zu praktizieren."[80]

2.4.2.4 Erweiterte Lösungsstrategien bei „klassischen" Aufgabenstellungen

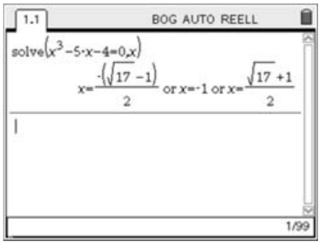
Als Beispiel wird die Gleichung $x^3-5x-4=0$ betrachtet.

Diese Gleichung kann bei Kenntnis der Polynomdivision und des entsprechenden Vorgehens durch Reduktion auf die Form $\left(x^2-x-4\right)\cdot(x+1)=0$ gebracht und anschließend mit der Lösungsformel für quadratische Gleichungen vollständig gelöst werden, wodurch man die drei Lösungen $\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{17}\right)$, $\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{17}\right)$ und -1 erhält. Dieser soeben beschriebene Lösungsweg wäre ganz ohne TC möglich.

Mithilfe eines TC kann die Polynomdivision an den TC ausgelagert werden, ebenso wäre es denkbar, den TC zum Faktorisieren des Polynoms zu nutzen. Natürlich ist es ebenso möglich, den Befehl zur Lösung von Gleichungen am TC anzuwenden.



Polynomdivision bzw. Faktorisieren



solve-Befehl

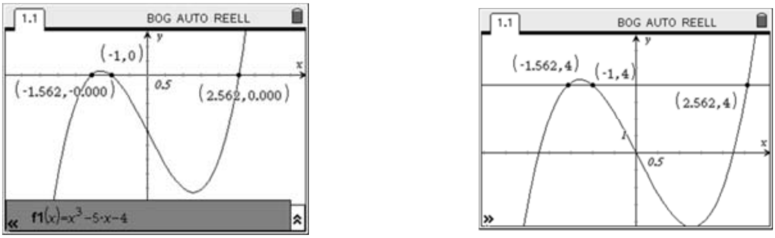
Abbildung 2-16: verschiedene symbolische Lösungsmethoden für die Gleichung x^3-5x-4=0

Die Lösungen der Gleichung könnten aber auch durch Schachtelung etwa im Intervallhalbierungsverfahren auf rein numerischer Ebene erhalten werden, beginnend z. B. bei [2;3] erhält man die Intervallkette: [2;3] , [2,5;3], [2,50;2,75], [2,500; 2,625], …, welche sich der Lösung $\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{17}\right)\approx 2{,}5616$ an-

[80] (Pruzina, 1993), S.56

nähert. Dies kann z. B. im Zusammenhang mit dem Nullstellensatz auf diese Weise geschehen. Ebenso wäre es möglich, das Newton-Verfahren anzuwenden, indem man die Möglichkeiten zur Tabellenkalkulation oder Programmierung am TC nutzt.

Verwendet man den Funktionenplotter am TC, so lassen sich am Graphen von $f: x \mapsto x^3 - 5x - 4$ drei Nullstellen ablesen. Ebenso wäre es denkbar und möglich, die Lösungen als Schnittpunkte der beiden Funktionen $g: x \mapsto x^3 - 5x$ und $h: x \mapsto 4$ zu bestimmen. Folgende Abbildungen zeigen die graphischen Varianten:



Ablesen der Nullstellen des Graphen von f

Nullstellen als Schnitt der Graphen von g und h

Abbildung 2-17: verschiedene graphische Lösungsmethoden der Gleichung x^3-5x-4=0

Die aufgeführten Beispiele zeigen die erhöhte Zahl an Lösungsstrategien, die aus der Möglichkeit resultiert, mehrere Darstellungsformen nutzen zu können. Auf diese Weise lässt sich das Problem in verschiedenen Darstellungsformen aufarbeiten. Pruzina schreibt das gezielte Benutzen verschiedener Darstellungsformen und das Lösen von Problemstellungen auf verschiedenen Wegen einem Tätigkeitsbereich in der Mathematik zu, den er *„schöpferische Fähigkeiten“*[81] nennt. Er fordert mehr Aufmerksamkeit für diese Fähigkeiten. Der Einsatz eines TC kann dies ermöglichen.

Von den beschriebenen verschiedenen Möglichkeiten, die Lösungen der Gleichung zu erlangen, können von der Lehrkraft gezielt eine oder mehrere ausgewählt werden, um etwa den Zusammenhang zwischen Term und Graph zu ver-

[81] (Pruzina, 1993), S.56

tiefen. Hier wird der TC zum *Lehrwerkzeug*. Dies zeigt erneut die Wechselbeziehungen zwischen den Säulen des *Drei-Säulen-Modells*.

2.4.2.5 Individuelle Wege und Zugänge (bei offenen Aufgabenstellungen)

Durch die breite Vielfalt an Lösungswegen und damit auch an Lösungszugängen unterstützt der TC das divergente Denken. *„Divergentes Denken ist die Fähigkeit, viele verschiedene Ideen zu haben oder Antworten zu finden.“*[82] Divergentes Denken kann als eine Voraussetzung für Prozesse zum kreativen Problemlösen angesehen werden.

Der TC bietet verschiedene Werkzeuge: Einen (symbolischen) Rechner, einen Funktionenplotter und ein Programmierwerkzeug. In modernen TC sind zusätzlich auch noch eine Tabellenkalkulation und ein dynamisches Geometriesystem vorhanden. Diese verschiedenen Werkzeuge ermöglichen Schülern individuelle Zugänge zu Lösungswegen, die sehr unterschiedlich sein können. Während die Schüler diese Wege beschreiten, kann ihnen der TC Rückmeldung geben. Hier ist es dann die Aufgabe der Lehrkraft, moderierend einzugreifen, Lösungswege vergleichen zu lassen sowie über die darin vorkommenden Konzepte und Begriffe zu reflektieren. Das stellt aber hohe Anforderungen an die Lehrkraft. Zum einen muss sie mit den Möglichkeiten des TC vertraut sein. Sie muss aber auch über die fachliche Kompetenz verfügen, die (durchaus unerwarteten) Wege bewerten und vergleichen zu können. Ebenso muss sie über die methodische Kompetenz verfügen, die verschiedenen Ergebnisse der Schüler einem gemeinsamen Ziel zuzuführen.

Folgendes Beispiel zeigt exemplarisch auf, welche Breite an Lösungsvarianten auftreten kann.

[82] (Woolfolk, 2008), S. 375

Aufgabe[83]: Die Funktion $f: x \mapsto \begin{cases} 5; & x \le -3 \\ -2; & x \ge 2 \end{cases}$ beschreibt zwei parallele Straßenstücke.
Durch welche Graphen lassen sich die Endstücke geeignet (!) verbinden? Bestimmen Sie jeweils Funktionsterme.

Die Schüler haben zur Lösung dieser Aufgabenstellung eine Vielzahl unterschiedlicher Wege beschritten, welche im Folgenden kurz skizziert werden sollen.

Direkte Verbindung:
Der Term der gesuchten linearen Funktion kann durch ein lineares Gleichungssystem (*Variante 1*) bestimmt werden. Auch ist es möglich, über ein Steigungsdreieck (*Variante 2*) zunächst die Steigung der linearen Funktion zu finden.
Zusätzlich kann mithilfe der dynamischen Geometrie eine Gerade eingezeichnet werden, deren algebraische Gleichung mit dem entsprechenden Werkzeug im TC abgelesen wird (*Variante 3*).

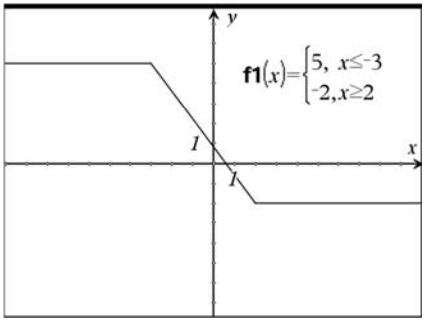


Abbildung 2-18

Verschieben des Graphen der Sinusfunktion in der dynamischen Geometrie:
Als weitere Lösungsmöglichkeit wurde der Graph der Sinusfunktion in der dynamischen Geometrie geeignet verschoben und die Funktionsgleichung mit dem entsprechenden Werkzeug bestimmt (*Variante 4*):

[83] Diese Aufgabe wurde vom Autor in einer Klasse der Jgst. 11 durchgeführt und die beschriebenen Ergebnisse wurden beobachtet. Die Aufgabe wurde hier bereits als mathematisches Modell vorgegeben, da eine Diskussion des gesamten Modellierungsprozesses den Zeitrahmen der Unterrichtseinheit gesprengt hätte. Die Aufgabe ist auch exemplarisch für ein CAS-Kompetenzmodell in der Analysis, vgl. (Weigand, 2009).

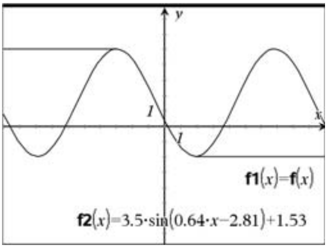


Abbildung 2-19

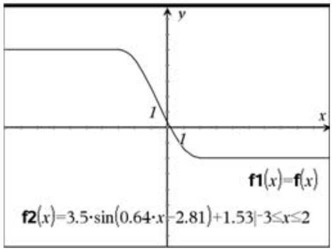


Abbildung 2-20

Diese Lösungsidee wurde von Schülern auch mit dem Graphen einer Kosinusfunktion (*Variante 5*) durchgeführt.

Sinusfunktion mit Parameter:

Geeignetes Einfügen von Parametern in den Funktionsterm und Verändern führt schrittweise auf eine geeignete Zielfunktion (*Variante 6*).

Nebenstehendes Bild veranschaulicht diese Vorgehensweise.

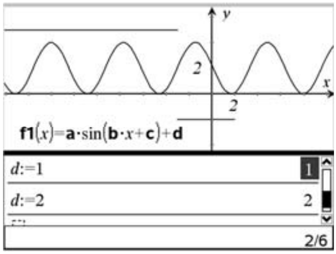


Abbildung 2-21

Anpassen von quadratischen Funktionen:
Zwei Parabeln wurden entsprechend verschoben. Dieses Verschieben trat wiederum sowohl in der dynamischen Geometrie (*Variante 7*) auf als auch durch gezieltes Abändern der Funktionsterme mithilfe von Parametern (*Variante 8*).
Die folgenden Abbildungen veranschaulichen diese Methode.

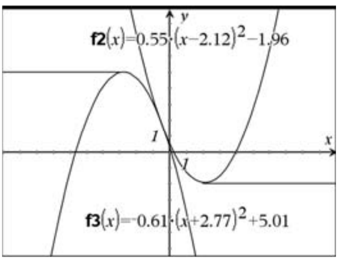


Abbildung 2-22

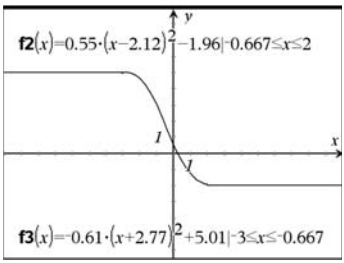


Abbildung 2-23

Anpassen von quadratischen Funktionen – rechnerische Variante:
Die vorher beschriebene Idee der Verwendung von Parabeln wurde auch rechnerisch beschritten. Dazu wurden die Scheitel der beiden Parabeln auf die Endstücke der Straßenabschnitte gelegt und zusätzlich die Bedingung gestellt, dass sich die Parabeln nur in einem Punkt schneiden sollen.
Die Abbildungen zeigen diese Methode (*Variante 9*).

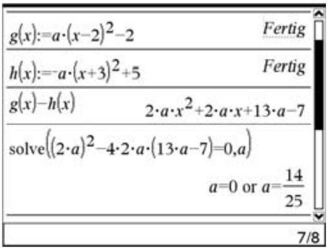


Abbildung 2-24

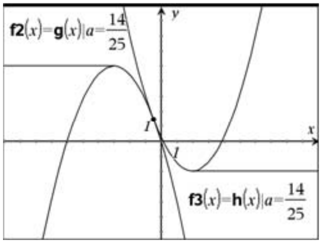


Abbildung 2-25

Bestimmung von Polynomfunktionen auf der Basis der vorhandenen Straßenstücke:
Durch die Wahl der beiden Endpunkte sowie weiterer Punkte auf den Straßen wurde mithilfe eines Gleichungssystems eine Polynomfunktion bestimmt. Je nach Wahl der Stützstellen kamen unterschiedliche Grade zum Einsatz (*Variante 10*).
Die Abbildungen veranschaulichen diese Methode:

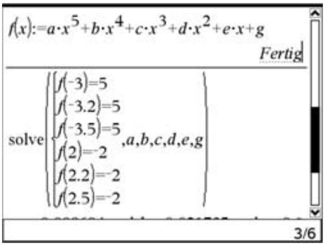


Abbildung 2-26

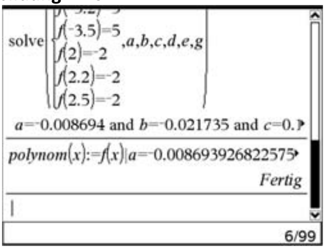


Abbildung 2-27

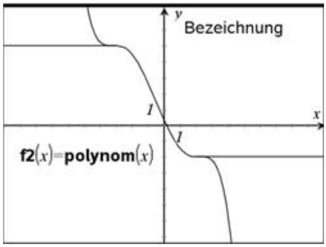


Abbildung 2-28

Das Auffinden einer Polynomfunktion wurde z. T. auch dadurch unterstützt, dass auf einem karierten Papier eine geeignete Frei-Hand-Skizze einer Verbindung angefertigt worden ist, aus der dann entsprechende Stützstellen (also auch im Bereich [-3;2]) entnommen worden sind (*Variante 11*).

Kreisbögen:

Durch Verwendung eines Zirkels und einer Zeichnung wurden auch Kreisbögen zur Verbindung in Betracht gezogen. (*Variante 12*) Hierbei stellte sich aber das Problem des Auffindens einer geeigneten Gleichung für diese Bögen. Das entsprechende Werkzeug der dynamischen Geometrie stellte diese Gleichungen zur Verfügung. Die Schüler mussten sich über diese Gleichungen dann natürlich informieren, um sie zu verstehen.

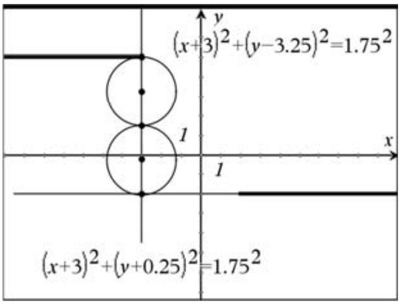


Abbildung 2-29

Alle diese verschiedenen Varianten wurden im Unterricht beobachtet. Dabei unterstützt der TC diese Wege individuell bei jedem Schüler.

2.4.3 Der TC als Lehrwerkzeug

2.4.3.1 Wechselbeziehung zum TC als Lernwerkzeug

Im Unterrichtsprozess werden viele Tätigkeiten durch die Lehrkraft angeregt. Regt die Lehrkraft Tätigkeiten an, die zu den unter dem Abschnitt „Lernwerkzeug“ angeführten Aspekten führen, so lässt sich der TC in diesen Fällen als Lehrwerkzeug verstehen. Die Lehrkraft kann hier den TC gezielt im Sinne der Orchestrierung nach Trouche einsetzen.

Der TC ermöglicht zwar alle im vorhergehenden Abschnitt genannten Aspekte, ob diese Möglichkeiten im Unterricht aber auch genutzt werden und ob dies langfristig anhält, ist eine Frage, der in der empirischen Untersuchung nachgegangen wird.

2.4.3.2 Der TC als Demonstrationsobjekt

Mithilfe des TC lassen sich mathematische Objekte visualisieren und im Unterricht durch Projektion auf die Tafel präsentieren. Auf diese Weise ist es der Lehrkraft möglich, etwa Graphen von Funktionen oder dynamische Darstellungen wie Parametereinflüsse auf einen Funktionsgraphen darzustellen. Diese Darstellungen kann die Lehrkraft in ihren Unterricht integrieren – und zwar auch dann, wenn die Schüler über keinen TC verfügen. Der TC kann in diesem Fall etwa vorbereitete Folien ersetzen. Im Gegensatz dazu bietet der TC die Möglichkeit, im Unterricht (vorher nicht geplante oder vorbereitete) Veränderungen an den Darstellungen vorzunehmen.

2.4.3.3 Der TC als allzeitig verfügbares Hilfsmittel

Derzeit herrschen an den Schulen Computerräume vor, in denen der Computereinsatz nach dem Fachraumprinzip durchgeführt wird. Im Gegensatz dazu ist TC im Unterricht jederzeit verfügbar, er lässt jede Sozialform zu. Sein Einsatz ist im Unterricht, zu Hause und in Prüfungen ohne organisatorischen oder technischen Aufwand möglich.

Dieser Vorteil einer tragbaren Technik wird auch in einer Expertise zum Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe aus dem Jahr 2001 herausgestellt: *„Das Medium Computer wird – wie es heute bereits vielfach an Hochschulen üblich ist – zur visuellen Unterstützung von Lernprozessen beitragen. Im Hinblick auf die Veränderung von Zielen, Inhalten und Methoden des Unterrichts wird der Computer als Werkzeug in der Hand des Schülers von entscheidender Bedeutung werden. Dabei gehen wir davon aus, dass zukünftig jedem Schüler ein Werkzeug in Form eines Klein- oder Taschencomputers jederzeit an seinem Arbeitsplatz zur Verfügung stehen wird.“*[84] Die Entwicklung weg vom stationären Computer hin zu einer tragbaren Technologie zeigte sich auch in dem Projekt von Demana und Waits: *„We began our project with desktop computers in 1982 and developed our own graphing software ‚Master Grapher‘. However, by 1989 we were almost a 100% graphing calculator driven project.”*[85] Die Tatsache, dass derart schnell graphische Taschenrechner den PC abgelöst haben, liegt vor allem in der allzeitigen Verfügbarkeit und der damit verbundenen Möglichkeit für die Schüler, zu Hause und im Unterricht mit diesem Medium zu arbeiten: *„We believe that students must use computers on a regular basis for both in-class work and for homework outside of class if there are to be significant changes in the mathematics that students learn in the 1990's.”*[86] Dies gilt auch heute noch unverändert.

2.4.3.4 Der TC als fächerverbindendes Hilfsmittel

Moderne TC verfügen über Tabellenkalkulationen. Gerade dieses Hilfsmittel lässt sich in vielen Fächern einsetzen, nicht nur in naturwissenschaftlichen Fächern, sondern auch in Fächern wie Wirtschaftsinformatik oder Geographie. TC ermöglichen das Anschließen von Sensoren zur Messung naturwissenschaftlicher Daten. Auf diese Weise ist eine Verknüpfung mathematischer Inhalte mit naturwissenschaftlichen Fragestellungen und Anwendungen möglich. Wird etwa im Mathematikunterricht die Sinusfunktion behandelt, lässt sich ihre Ver-

[84] (Borneleit, et al., 2001)
[85] (Demana, et al., 1993), S.2
[86] (Demana, et al., 1993), S.2

wendung zur Beschreibung von Schwingungsvorgängen so mit Messwerterfassung verknüpfen, dass man z. B. einen Schwingungsvorgang mithilfe eines Bewegungssensors misst, zu diesen Daten einen Funktionsterm bestimmt und daraus die entsprechenden physikalischen Größen (Frequenz, Periodendauer) abliest. Die Durchführung solcher Messungen ist auch durch die Schüler möglich.

2.4.3.5 Der TC zur Vertiefung von Fragestellungen

Der Einsatz eines TC erlaubt die Behandlung von Fragestellungen, die ohne ihn in dieser Art und Weise im Rahmen des schulischen Unterrichts nicht möglich gewesen wären. Hierzu gehören vor allem Fragestellungen, welche sich ausgehend vom konkreten Zahlenbeispiel verallgemeinern lassen. Als Beispiel werde ein einem vorgegebenen geraden Kreiskegel (Radius gr[87]=5, Höhe h=15) einbeschriebener Zylinder (Radius r) betrachtet. Die Ermittlung des Terms für das Volumen des einbeschriebenen Zylinders stellt eine Standardaufgabe der Geometrie dar. Dafür erhält man $V(r)=r^2\cdot\pi\cdot 15\cdot\left(1-\frac{r}{5}\right)$. Die Frage, ob es unter allen möglichen Zylindern einen mit maximalem Volumen gibt, kann man mit den Mitteln dieser Jahrgangsstufe nicht behandeln. Nutzt man aber einen TC, so kann man die Frage klären, indem man etwa den zugehörigen Graphen der Volumenfunktion zeichnet und ein Maximum abliest (vgl. Abbildung 2-30). Im folgenden Unterrichtsverlauf lässt sich zusätzlich die Frage stellen, ob dieser maximale Zylinder auch für andere Höhen h an derselben Stelle ist.

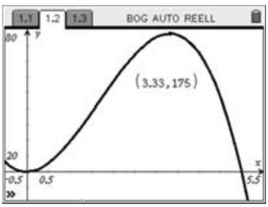


Abbildung 2-30

Graph des einbeschriebenen Volumens für h=15

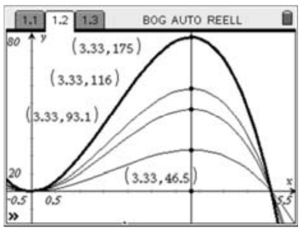


Abbildung 2-31

Graph des einbeschriebenen Volumens für verschiedene Höhen

[87] Die Variable „gr“ wurde gewählt, um die Lesbarkeit der TC-Anzeigen auf den Screenshots zu erleichtern.

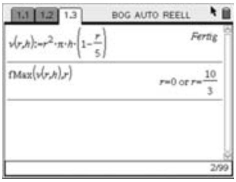


Abbildung 2-32

Bestimmung des Volumen-Maximums am TC bei vorgegebenem Kegel vom Radius 5 und Höhe h

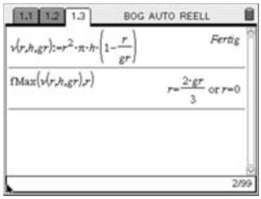


Abbildung 2-33

Bestimmung des Maximums im allgemeinen Fall (Kegel mit Radius gr und Höhe h)

Dies kann man durch weitere Zahlenbeispiele untersuchen (vgl. Abbildung 2-31), mit entsprechenden rechnerischen Methoden des TC oder auch durch rein symbolische Behandlung der Aufgabenstellung (vgl. Abbildung 2-32 und Abbildung 2-33).

2.4.3.6 Der TC als (Haus-)Aufgabenkontrolle

Die Verbesserung und Besprechung von Hausaufgaben ist ein zentraler Bestandteil des Unterrichts, der für den Lernfortschritt der Schüler unerlässlich ist. Der 45-Minuten-Rhythmus stellt eine zeitliche Einschränkung dar, derer auch die Besprechung der Hausaufgaben unterliegt. Dies beschränkt auch das Bestreben der Lehrkraft, sich der unterschiedlichen individuellen Probleme, die Schüler bei der Anfertigung der Hausaugaben haben, anzunehmen.

Setzen Schüler den TC zur Kontrolle ihrer Hausaufgaben ein, so sind bei der Besprechung von Hausaufgaben Angaben von Endergebnissen nicht weiter nötig. Im Gegensatz zu Lösungsheften kann der TC sogar individuell bei jedem Schüler zur Kontrolle einzelner Rechenschritte dienen. So kann dies dazu führen, dass sich die Lehrkraft im Unterricht auf die Besprechung zentraler Anliegen der Schüler bei den Hausaufgaben beschränken kann.

Dies erstreckt sich auch auf jegliche Art von Übungsaufgaben.

2.4.4 Das Drei-Säulen-Modell des TC – Zusammenfassung

Das Werkzeug „TC" lässt sich in Beziehung zu den Eckpunkten des didaktischen Dreiecks in einem *Drei-Säulen-Modell* darstellen.

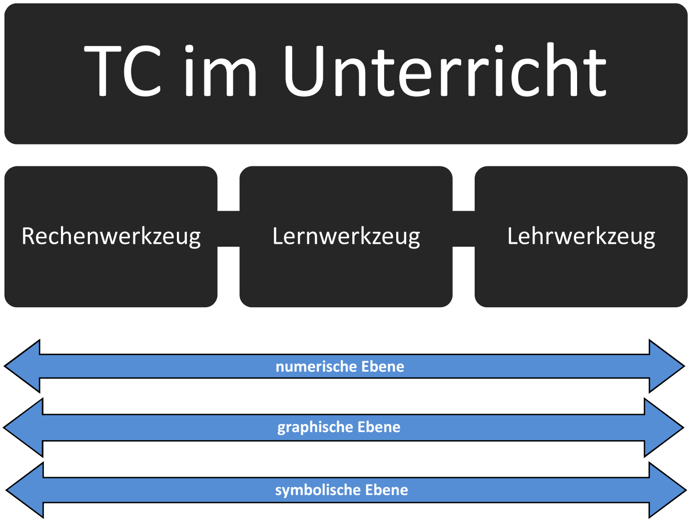


Abbildung 2-34: Das Drei-Säulen-Modell

Der TC tritt als ***Rechenwerkzeug*** in Erscheinung, wenn man ihn nutzt,

- um Berechnungen auszuführen
- um Darstellungen zu verwenden
- um algorithmische Vorgehensweisen an ihn auszulagern.

Der TC tritt als ***Lernwerkzeug*** in Erscheinung, wenn man ihn nutzt,

- um zu experimentieren
- um zu entdecken
- um zu variieren
- um zu visualisieren
- um heuristisches Vorgehen zu unterstützen und/oder zu ermöglichen
- um individuelle Rückmeldung zu geben
- um individuelles Vorgehen zu kontrollieren.

Der TC tritt als ***Lehrwerkzeug*** in Erscheinung, wenn man ihn nutzt,

- um Lehr- und Lernprozesse in bestimmten Formen anzustoßen und/oder zu unterstützen (und dabei die im vorhergehenden genannten Lernmethoden zu unterstützen)
- um moderne Unterrichtsmethoden zu unterstützen und/oder zu befördern.

Dabei gilt es stets zu bedenken, dass dies auf der numerischen, graphischen oder symbolischen Ebene und der Wechselbeziehung zwischen diesen erfolgt.

2.5 Ausblick

Im folgenden Kapitel wird auf empirische Untersuchungen zum TC-Einsatz eingegangen, um offene Fragen eingrenzen zu können, aus denen die Fragestellungen der vorliegenden Arbeit entwickelt werden.

3 Empirische Untersuchungen zum Taschencomputereinsatz

Im ersten Teil dieses Kapitels wird ein Überblick über vorhandene empirische Studien zum Einsatz von CAS im Unterricht gegeben, wobei das Hauptaugenmerk darauf liegt, inwieweit diese Studien Aspekte des Einsatzes eines CAS bzw. TC als Rechen-, Lern- und Lehrwerkzeug untersuchen, welche Ergebnisse sie aufweisen in Bezug auf die Auswirkungen des Einsatzes, den Prozess der instrumentellen Genese (und damit Hinweise auf die Gestaltung eines Unterrichtskonzeptes) und wie groß der Untersuchungszeitraum ist, aus dem diese Ergebnisse abgeleitet werden.

Die vorgestellten Studien stellen nur eine Auswahl an Untersuchungen zum Einsatz von moderner Technologie dar. Dort, wo dies wichtig erscheint, werden auch Studien genannt, bei denen ein GTR zum Einsatz gekommen ist. Viele Untersuchungen beschränken sich auf einen begrenzten Zeitraum, in dem Schüler mit Technologie arbeiten. Der Themenbereich im Unterricht ist dabei meist ein ganz spezielles Kapitel aus dem Curriculum, welches in der begrenzten Zeit behandelt wird. Die Lehrkräfte werden oftmals von den Untersuchenden eng begleitet, die Unterrichtsstunden werden gemeinsam mit den Untersuchenden geplant bzw. durchgesprochen. Auch das verwendete Material wird häufig gemeinsam mit den Lehrkräften erarbeitet oder es ist ein Ziel der Untersuchung, dass am Ende Material zur Verfügung steht.

Ausgehend von den Hinweisen und Ergebnissen, die die vorgestellten Studien geben, werden in einem zweiten Abschnitt des Kapitels die Untersuchungsfragen für die vorliegende Studie entwickelt. Diese stellt den langfristigen Einsatz eines TC in den Mittelpunkt.

3.1 Darstellung existierender Untersuchungen

3.1.1 Erfahrungen mit dem TR-Einsatz

Bereits bei der Einführung des wissenschaftlichen Taschenrechners hat man viele Erwartungen mit ihm verbunden. U. a. erhoffte man sich[88]

- ein verstärktes experimentelles und entdeckendes Arbeiten;
- eine konkrete numerische Ausgangsbasis für Begriffsbildungen;
- das realitätsnahe Behandeln von Anwendungsaufgaben (durch realistisches Zahlenmaterial);
- das Entlasten von Tätigkeiten, die für die Lösung der anstehenden Aufgabe keine zentrale Bedeutung haben;
- einen besseren Zugang zum algorithmischen Denken;
- einen Rückgang der Bedeutung von „Handrechenfertigkeiten“.

In den alten Bundesländern erfolgte die Einführung des elektronischen Taschenrechners weitgehend ohne ein grundlegendes, nachhaltig angelegtes didaktisches Konzept. Handreichungen enthielten überwiegend nur Zusammenstellungen „herkömmlicher“ Themengebiete ohne Berücksichtigung des besonderen Einsatzpotentials der neuen Hilfsmittel. In der ehemaligen DDR hingegen haben flächendeckende Fortbildungsveranstaltungen zum Taschenrechnereinsatz stattgefunden, wobei man hier sehr darauf bedacht war, den Taschenrechner *„nicht auf seine Rechenfertigkeit zu reduzieren“*[89]. Es wurden neue didaktische und methodische Schwerpunkte[90] aufgezeigt, wie etwa

- das Erkennen von Strukturen und Rechenablaufplänen,
- das Angeben von Resultaten mit sinnvoller Genauigkeit,

[88] vgl. hierzu (Wynands, 1978), (Fanghänel, et al., 1979), (Weigand, et al., 2002), (Henning, et al., 2003), (Weigand, 2003)
[89] (Weigand, 2003), S.207
[90] ebd.

- das Ausführen von Kontrollen, insbesondere von Überschlägen
- die Notwendigkeit von methodischen Anleitungen

Dabei wurden auch unterrichtspraktische Fragestellungen explizit angesprochen, wie Fragen zum Zeitbedarf für eine Einführung[91] des Taschenrechners, Auswirkungen auf Rechengeschwindigkeit und Fehlerarten, Auswirkungen auf die Art von Hausaufgaben oder Auswirkungen auf die Zahl zu bearbeitender Aufgaben in Prüfungen.

Die Bedeutung des Taschenrechners als methodisches und didaktisches Hilfsmittel wurde besonders herausgestellt. Fanghänel und Flade stellen 1993 fest: *„Natürlich war (…) klar, daß es mit der bloßen Erlaubnis der Nutzung von Taschenrechnern im Unterricht nicht getan war. (…) Es geht ja nicht schlechthin darum, ein veraltetes Rechenhilfsmittel (den logarithmischen Rechenstab) durch ein modernes (den Taschenrechner) zu ersetzen. Vielmehr gilt es doch, diese Geräte sinnvoll zu nutzen und zwar nicht nur als schnelle und zuverlässige Rechenhilfsmittel.“*[92]

Ebenfalls wurde betont, dass der Taschenrechner ein pädagogisches Hilfsmittel für „schwächere“ Schüler sein kann[93], indem Rechenschwächen durch die Benutzung des Hilfsmittels ausgeglichen werden können.

Eine Gefahr beim Einsatz des Taschenrechners wurde (und wird) in einem möglichen Verlust zentraler Rechenfertigkeiten gesehen. Dies konnte aber bisher in empirischen Studien nicht bestätigt werden[94]. Allerdings sind gerade jetzt wieder einmal die Klagen vor allem von Universitätsdozenten besonders laut, die Studienanfängern zu geringe Rechenfertigkeiten vorwerfen und das u. a. auf den Einsatz von Taschenrechnern und Computern zurückführen.

---

[91] In der aktuellen Unterrichtswirklichkeit wird gerade dieser Thematik immer noch viel zu wenig Beachtung geschenkt. Der Taschenrechner wird den Schülern meist ohne weitere Einführung als Rechengerät überlassen.
[92] (Fanghänel, et al., 1993)
[93] vgl. (Weigand, 2003), S.209f
[94] (Weigand, et al., 2002), S.5f

Insgesamt betrachtet *„haben sich wohl weder die Befürchtungen noch die Erwartungen in nennenswertem Maße erfüllt“*[95], wie Walsch bereits im Jahre 1993 feststellte. Das ist wohl auch heute noch richtig.

Die Gründe dafür mögen vielfältig sein, Weigand[96] sieht sie vor allem im mangelnden Wissen von Lehrkräften hinsichtlich der methodischen Möglichkeiten des neuen Werkzeugs. Sie können dieses nicht adäquat einsetzen, weil sie den Mehrwert im Hinblick auf das Erreichen ihrer Ziele im Unterricht nicht sehen. Sichtbar werde dies z. B. daran, dass der Taschenrechner am häufigsten in der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Stochastik verwendet wird, in einem Gebiet, in dem die Lehrkräfte[97] nicht auf selbst erlebte Lehrmethoden zurückgreifen können und ein Teilgebiet, das viele Lehrkräfte, die in ihrer Ausbildung keine Stochastik hatten, mit dem TR als obligatorischem Hilfsmittel kennen gelernt haben.

3.1.2 Erfahrungen aus dem GTR-Einsatz (Calculator and Computer Precalculus Project[98] – C²PC; USA)

Demana und Waits stellen rückblickend auf zehn Jahre Graphikrechnereinsatz fest, dass die Erweiterung um graphische Fähigkeiten als „natürliche Evolution“ des wissenschaftlichen Taschenrechners dazu geführt hat, dass sie in ihrer Arbeit im C²PC-Projekt zehn typische Arbeitsweisen[99] beobachtet haben:

1. *“Approach problems numerically.*
2. *Visually support the results of applying algebraic paper and pencil manipulations to solve equations and inequalities.*
3. *Use visual methods to solve equations and inequalities and then confirm using analytic algebraic paper and pencil methods.*
4. *Model, simulate and solve problem situations and confirm, when possi-*

[95] zitiert nach (Weigand, 2003), S. 213f
[96] ebd.
[97] Dies gilt für denjenigen Zeitraum, in dem die Stochastik im Lehrplan eingeführt worden ist.
[98] Ein Projekt zur Überarbeitung und Entwicklung eines Curriculums für den Mathematikunterricht in den USA aus den achtziger Jahren.
[99] (Demana, et al., 1993) In diesem Artikel finden sich auch zu jedem der zehn Arbeitsweisen exemplarische Beispiele.

ble using analytic algebraic paper and pencil methods.
5. *Use computer generated scenarios to illustrate mathematical concepts.*
6. *Use visual methods to solve equations and inequalities that can not be solved using analytic algebraic methods.*
7. *Conduct mathematical experiments; make and test conjectures.*
8. *Study and classify the behavior of different classes of functions.*
9. *Foreshadow concepts of calculus.*
10. *Investigate and explore the various connections among different representations of a problem situation."*

Aus den Angaben lässt sich der Einfluss des GTR auf Methoden und Konzepte erkennen. Dieser Einfluss tritt aber nur dann auf, wenn die Rechner nicht als ein Zusatz zu den herkömmlichen Inhalten gesehen werden, sondern in das Unterrichten integriert sind. In einer Metastudie aus dem Jahr 2000, welche sich auf die Auswertung von 43 Studien zum Einsatz von graphikfähigen Taschenrechnern bezieht, wird hervorgehoben: „*Integrating, not simply adding, the use of handheld graphing technology within the context of the mathematics being studied can (..) promote deeper understanding of the mathematical concepts involved*".[100]

3.1.3 Das DERIVE-Projekt (Österreich)

Bereits 1993 startete in Österreich ein auf zwei Jahre angelegtes Forschungsprojekt zum Einsatz von CAS im Mathematikunterricht.

Jahrgangsstufen und Zeitraum

Das erste Projekt fand von 1993 bis 1995 statt. Es wurden insgesamt 39 Klassen der Jahrgangsstufen 7 bis 12 einbezogen. In diesem ersten Projekt (CAS I) wurde die PC-Software DERIVE verwendet. Diesem Projekt folgten weitere, das Projekt CAS II von 1997-1998, in dem ein TC (TI-92) eingesetzt wurde, CAS III (1999/2000), CAS IV (2001/2002), CAS V (2004/2005) und „Medienvielfalt" (2005/2006). Bei diesen Folgeuntersuchungen wurden neben CAS und TC andere moderne Medien wie dynamische Geometriesoftware und internetbasierte

[100] (Burill, et al., 2002), S. (iv)

Lernplattformen in die Untersuchungen einbezogen. Die Ergebnisse sind in zahlreichen einzelnen Berichten dokumentiert[101]. Da sich eine Vielzahl davon nicht unmittelbar auf den TC stützt, seien im Folgenden die zentralen Ergebnisse der ersten beiden Untersuchungen angeführt.
Die Untersuchungen wurden koordiniert und ausgewertet von Helmut Heugl, Walter Klinger und Josef Lechner[102].

Lehrkräfte und Schulen

Schulen wurden in erster Linie nach der technischen Ausstattung ausgesucht. Im ersten Projekt wurden Klassen ausgewählt, die in der Schule und/oder zu Hause über einen Computer verfügten. Dementsprechend gab es Klassen, die CAS nur im Unterricht einsetzen, aber auch solche, bei dem die Schüler auch zu Hause über CAS verfügten. Es waren verschiedene Lehrkräfte tätig, in die erste Untersuchung wurden etwa 700 Schüler in 39 Klassen der Jahrgangsstufen 7 bis 12 einbezogen[103].

Materialien

Beim Start des ersten Pilotprojekts gab es nahezu keine Materialien. Ein Ziel des ersten Projekts war es deshalb, diese im Unterrichten mit DERIVE zu entwickeln. Sie wurden in einem Buch[104] veröffentlicht. Auch in den Folgeprojekten lag stets der Fokus auf dem Entwickeln von Unterrichtsmaterial, welches inzwischen in einer umfangreichen Sammlung online[105] zur Verfügung steht.

Ergebnisse

Die Einstellung der Schüler zur Mathematik mit CAS war sehr positiv, eine signifikante Veränderung stellte sich bei denjenigen heraus, denen CAS auch zu

[101] vgl. www.acdca.ac.at
[102] vgl. (Heugl, et al., 1996) bzw. www.acdca.ac.at
[103] (Heugl, et al., 1996), S.292
[104] (Heugl, et al., 1996)
[105] www.acdca.ac.at

Hause zur Verfügung stand. Dies ist ein Indiz dafür, dass die ständige Verfügbarkeit große Bedeutung für die Akzeptanz hat.
Schüler der Sekundarstufe I stimmten einem Einsatz von DERIVE stärker zu als Schüler der Sekundarstufe II. Heugl führte dies auf den Einsatz des CAS zurück: *„Es ist zu vermuten, dass Oberstufenschüler das CAS nüchterner als Hilfsmittel zur Bewältigung mathematischer Probleme ansehen und vor allem auch als Rechenhilfsmittel, während das CAS in der Sekundarstufe I eher als didaktisches Werkzeug eingesetzt wird.“*[106] Hier scheint eine zu einseitige Verschiebung der Einsatzmöglichkeiten des CAS als Rechen- bzw. Lehrwerkzeug stattgefunden zu haben. Es lassen sich ebenfalls Hinweise finden, dass Unsicherheiten bezüglich der Dokumentation des Lösungsweges bestanden haben.
Ein weiteres Ergebnis war, dass im Unterricht eine Verschiebung in Richtung schülerzentrierter und gruppenorientierter Arbeitsformen stattgefunden hat.
Der TC als Lern- und Lehrwerkzeug vergrößert die Breite an Lösungsvarianten, hierfür gaben die Projektlehrkräfte in den Befragungen Hinweise: *„Die verschiedenen Lösungsmöglichkeiten (SOLVE, Graphik, Wertetabelle) waren für die Schüler neu und haben die Problemlösestrategien vermehrt; Verstärkte Kommunikation über 'Mathematik'; Endlich weg vom monotonen Lösen von Gleichungssystemen; Auch sehr schwache Schüler beschäftigen sich intensiver mit der jeweiligen Materie*.“[107]
Als Befürchtung wurde geäußert, dass womöglich schlechtere Schüler weniger gut durch den TC gefördert werden als gute. Ebenso wurde durch die Lehrkräfte geäußert, dass bei Mädchen eher Probleme mit dem Handling der Geräte auftraten als bei Jungen.

[106] (Heugl, et al., 1996), S.294
[107] (Grogger, 1998), S. 24

3.1.4 Algebra lernen in einer Computer-Algebra Umgebung (Niederlande)

Paul Drijvers (Freudenthal Institut der Universität Utrecht, Niederlande) untersuchte in seiner Dissertation[108] *„Learning Algebra in a computer algebra environment – design research on the understanding of the concept of parameter"* die Frage, inwieweit Computer-Algebra das Erlernen von algebraischen Operationen und Begriffen unterstützen kann.

Exemplarisch diente hierbei die Fokussierung auf den Begriff des Parameters. Er fragte, ob Schüler diesen Begriff und seine Anwendung mithilfe von CAS besser erlernen und verstehen können und welche Rolle hierbei der Prozess der Instrumentierung spielt.

Jahrgangsstufen und Zeitraum

Die Untersuchung bestand aus drei Zyklen: Zunächst fand eine Untersuchung in zwei Klassen der Jahrgangsstufe 9 (Alter der Schüler: 14-15 Jahre) über einen Zeitraum von fünf Wochen statt. Im zweiten Zyklus wurde diese Untersuchung in zwei weiteren Klassen der Jahrgangsstufe 9 mit gleicher Zeitdauer wiederholt. Vor der Durchführung des dritten Zyklus fand eine kurze Untersuchung in Klassen der Jahrgangsstufe 10 über fünf Unterrichtsstunden statt, bis schließlich abschließend eine weitere Klasse der Jahrgangsstufe 10 über einen Zeitraum von 15 Unterrichtsstunden betrachtet wurde.

Lehrkräfte und Schulen

Vier Lehrkräfte waren in das Projekt involviert, nur eine davon hatte Erfahrungen mit einem GTR, die anderen hatten keinerlei Erfahrungen im Unterrichten mit Neuen Technologien. Die Lehrkräfte sowie das Material orientierten sich am geltenden Lehrplan. Die beteiligten Lehrkräfte und Schüler kamen alle aus derselben Schule, waren aber, abgesehen von ihrer Bereitschaft zur Mitwirkung an dem Projekt, nicht speziell für das Projekt ausgesucht. *„For the teaching ex-*

[108] (Drijvers, 2003)

periments we aimed at finding a regular school with teachers who were not specifically skilled in using technology in their teaching. This would enable generalization of the results to regular educational situations."[109]

Materialien

Den Schülern wurde Material in Form von Schülerheften zur Verfügung gestellt, ein Heft zum Einstieg („Introduction TI-89“) und eines zum Arbeiten mit Parametern („Changing algebra“). Zu Beginn der Untersuchungen wurde mit den beteiligten Lehrkräften über das Ziel der Untersuchungen und über die Materialien gesprochen, ebenso fanden nach den untersuchten Unterrichtsstunden Gespräche statt, welche unter Umständen zu Abwandlungen am Material führten. Die Lehrkräfte erhielten Lösungen zu den Aufgaben des Materials und zu Testaufgaben. Die Lehrkräfte verwendeten zwar alle dasselbe Material, aber die Unterrichtsmethodik blieb ihnen selbst überlassen.

Ergebnisse

Nach Aussage dieser Untersuchung ist es möglich, durch das Unterrichten mit CAS ein vertieftes Verständnis des Parameterbegriffs (dies wird darin gesehen, dass ein Parameters stellvertretend für einen Zahlenwert, als Verallgemeinerung für einen Zahlenwert oder allgemein als Unbekannte gesehen werden kann) zu erreichen. *„Some of the findings not only concern the understanding of the concept of parameter, but also show that computer algebra use can contribute to the understanding of algebraic concepts and operations in general.“*[110]

Es hat sich herausgestellt, dass der Prozess der instrumentellen Genese – vor allem aufgrund der großen Bandbreite der bei den Schülern beobachteten Schwierigkeiten – beim Arbeiten mit CAS zentral ist und weitaus länger dauerte als vorher angenommen. *„The instrumental genesis apparently needed more*

[109] (Drijvers, 2003), S.29
[110] (Drijvers, 2003), S.327

time than was given to the students.“[111] Gerade z. B. die unterschiedliche Handhabung von Termumformungen mit CAS (viele CAS-Systeme führen nach der Eingabe eines Terms eine automatische Termumformung durch, die aber nicht immer dem entspricht, was man bei Umformungen per Hand als „vereinfachtes“ Ergebnis ansieht) stellte ein großes Problem für die Schüler dar. Die Untersuchungen haben auch gezeigt, dass der Lehrkraft eine große Rolle bei der instrumentellen Genese zukommt: „*The role of the teacher was more important than we had foreseen.*“[112] Zwischen dem Verhalten der Lehrkraft (beim Einsatz von CAS) und dem Verhalten des Schülers ist ein Zusammenhang beobachtbar, daher muss dies bei einem Unterrichtskonzept einbezogen werden. Drijvers schlägt vor, gezielte, von der Lehrkraft geleitete Demonstrationen und Unterrichtsgespräche (im Plenum) durchzuführen und die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen CAS-Techniken und „Papier-und-Bleistift“-Techniken bei der Termumformung zu diskutieren, um den Prozess der instrumentellen Genese zu fördern und unterstützen. Die im Laufe des Prozesses bei den Schülern beobachteten Schwierigkeiten beim Arbeiten mit Computer-Algebra geben nach Drijvers nicht Anlass, auf Computer-Algebra zu verzichten, sie lassen sich vielmehr dazu nutzen, intensiver über Mathematik nachzudenken. „*Working on overcoming an obstacle often also means working on the conceptual development of the mathematics involved. Many of the obstacles seem to be, at least partially, existing cognitive obstacles that are simply becoming more manifest in the computer algebra environment.*”[113]

3.1.5 TIM (Rheinland-Pfalz)[114]

Regina Bruder (Technische Universität Darmstadt) leitete die Evaluation des Rechner-Projekts „TIM“ (**T**echnologie **i**m **M**athematikunterricht) in Rheinland-Pfalz.

[111] (Drijvers, 2003), S.326
[112] (Drijvers, 2003), S.327
[113] (Drijvers, 2002), S.228
[114] vgl. (Bruder, 2008)

Jahrgangsstufen und Zeitraum

Dieses Projekt fand für die Dauer von zwei Jahren beginnend 2005 in sechs Klassen der Jahrgangsstufe 7, die mit einem GTR (TI-84 plus) arbeiteten, und sieben Klassen der Jahrgangsstufe 9, die mit einem TC (TI Voyage 200 bzw. TI Nspire™ CAS) arbeiteten, statt.

Lehrkräfte und Schulen

An acht Gymnasien waren 13 Lehrkräfte beteiligt, welche für die Dauer der beiden Jahre gleich blieben. Die Schulen wurden vom Ministerium ausgewählt, dabei war ein Kriterium, dass zumindest eine Lehrkraft der Schule Erfahrung mit dem Computereinsatz haben sollte. Vierteljährliche Treffen unterstützten die Lehrkräfte, die wenig Erfahrung mit dem Rechnereinsatz hatten, beim Umgang mit den Geräten.

Materialien

Eine Online-Plattform[115] der Technischen Universität Darmstadt stellte Material zur Verfügung. Die beteiligten Lehrkräfte entwickelten gemeinsam ein Unterrichtskonzept. Inwieweit aber dieses Konzept von allen in gleicher Weise durchgeführt wurde, ist nicht dokumentiert.

Ergebnisse

Durch Vor- und Nachtest wurde der Leistungsfortschritt innerhalb eines Schuljahres untersucht. Als signifikanter Lernfortschritt wurde ein Fortschritt angesehen, der mehr als ein Drittel der Standardabweichung bei den Tests in der Lerngruppe ausmacht.[116] Ein Vergleich mit Kontrollklassen hat nicht stattgefunden. Mögliche Einflussfaktoren wurden durch die Untersuchung von drei Klassen abweichenden Lernfortschrittverhaltens angegeben.

---

[115] www.prolehre.de

[116] Diese Annahme resultiert aus einer Hamburger Studie zur Erhebung der Lernentwicklung in der Klasse 9.

Die erwartete Steigerung innerhalb eines Schuljahres wurde im Mittel bei den Klassen 9 und 10 (die den TC eingesetzt haben) deutlich übertroffen, jedoch wurden klassenspezifische Effekte in der Weise beobachtet, dass Klassen mit keinem signifikanten Leistungszuwachs eine sehr geringe Akzeptanz gegenüber dem TC aufwiesen (ermittelt durch eine Schülerbefragung). Erwähnenswert ist, dass die Einstellung gegenüber dem Medium in den Klassen 9 und 10 weniger positiv ausgeprägt ist als in den Klassen 7 und 8, was darauf hindeutet, dass ein früher Einsatz möglicherweise zu höherer Motivation und Akzeptanz führen kann.

Der Unterricht wurde durch Schüler in einem Protokoll festgehalten (in acht der beteiligten Klassen). Diese Protokolle ergaben, dass der TC unabhängig vom mathematischen Themenbereich in etwa der Hälfte der Unterrichtsstunden zum Einsatz kam. Ebenso zeigt sich, dass die Art des Einsatzes seitens der Lehrkraft stark variiert, z. T. wurde das Gerät überwiegend zur Demonstration eingesetzt, z. T. überwiegend zur Partner- bzw. Gruppenarbeit. Dies ist auch ein Hinweis, dass das gemeinsam erarbeitete Material sehr unterschiedlich eingesetzt wurde.

Eigens untersucht wurden Kopfrechenfähigkeiten. Hier hat sich gezeigt, dass diese stabil blieben, dass also ein Rechnereinsatz nicht zwingend zu geringerer Kopfrechenfähigkeit führt.

3.1.6 Sinnvoller CAS-Einsatz in der Schule (Hessen)

Das Projekt „Sinnvoller CAS – Einsatz in der Schule“ wurde von Regina Bruder evaluiert.

Jahrgangsstufen und Zeitraum

Das Projekt wurde im Zeitraum von Februar 2005 bis Juli 2005, also über ein Schulhalbjahr, durchgeführt. Die Schüler setzen dabei den TC „TI Voyage 200“ ein.

Lehrkräfte und Schulen

Es waren vier Schulen mit insgesamt einer Klasse der Jahrgangsstufe 13, fünf der Jahrgangsstufe 11 und zwei der Jahrgangsstufe 10 beteiligt. Die Schulen (sowie die Lehrkräfte) hatten sich Ende 2004 für dieses Projekt schriftlich beworben und wurden daraufhin ausgewählt.

Materialien

Die Lehrkräfte erhielten keine unterrichtsmethodischen Vorgaben oder expliziten Empfehlungen, die über die vorhandene Literatur hinaus gehen.[117]

Ergebnisse

Mithilfe eines Vor- und Nachtests wurden die Leistungen der Schüler untersucht, dabei stellte man bei den Schulnoten ein Absinken fest. Das Selbstbild und die Selbsteinschätzung der Schüler wies ebenso eine negative Entwicklung auf. Diese negative Entwicklung *„kann nicht vordergründig auf den Rechnereinsatz zurückgeführt werden“*[118], lässt allenfalls vermuten, *„dass durch den Rechnereinsatz eine gewisse Verunsicherung* (damit ist auf Seiten der Schüler wie Lehrkräfte gemeint, Anm. d. Autors) *eingetreten sein könnte*.“[119]

Bei Analysen von Schülerlösungen fiel auf, dass nicht zu erkennen war, ob die Frage der Lösungsdokumentation der Rechnernutzung im Unterricht thematisiert worden ist. So fand man sowohl Lösungen mit ausführlichen Zwischenschritten, als auch sehr aufwändige Lösungsdokumentationen mit Anfertigungen von Bildschirmabschriften. Dagegen waren Verbalisierungen von Lösungswegen und Begründungen unterrepräsentiert.

In Wertungsfragebögen fand man heraus, dass die Schüler insgesamt den Einsatz des TC sehr positiv sahen und gerne weiterhin mit ihm arbeiten wollten, auch wenn einige die Befürchtung äußerten, mathematische Fertigkeiten ver-

[117] vgl. (Bruder, 2006), S.15
[118] (Bruder, 2006), S.6
[119] (Bruder, 2006), S.7

lieren zu können. Einen großen Bereich für Skepsis auf Seiten der Schüler bildeten bedienungstechnische Probleme.

Die Lehrkräfte sahen den größten Vorteil darin, dass zentrale Inhalte des Mathematikunterrichts besser verdeutlicht werden können, und dass Schüler in der Lage sind, Inhalte besser verstehen zu können. Sie äußerten die Notwendigkeit eines früheren Einsatzzeitpunkts des TC, also etwa schon ab Jahrgangsstufe 7.

3.1.7 The Teacher, the Task and the Tool (USA)

In dieser amerikanischen Studie wurde als Technologie der GTR verwendet. Da aber ein TC die Fähigkeiten eines GTR enthält, sind die Ergebnisse auf TC übertragbar. Sie zielen dabei hauptsächlich auf graphische und numerische Elemente ab, weniger auf symbolische. Die Studie wurde durchgeführt von Helen Doerr und Roxana Zangor (beide Syracuse University, New York).

Jahrgangsstufen und Zeitraum

Die Studie wurde in zwei Klassen durchgeführt, das Alter der Schüler war etwa 15 bis 17 Jahre. Dies ist der Zeitraum, in dem inhaltlich der sog. Bereich „Pre-Calculus“ unterrichtet wird, ein Bereich der Funktionenlehre vor Beginn der Differentialrechnung. Es wurden zwei Unterrichtssequenzen untersucht, eine von zehn Wochen Dauer über Exponentialfunktionen und eine von sieben Wochen Dauer über trigonometrische Funktionen.

Lehrkräfte und Schulen

Die beiden Klassen waren an derselben Schule und wurden von derselben Lehrkraft unterrichtet. Die Lehrkraft verfügte über lange Unterrichtserfahrung und war mit der Benutzung und Handhabung des GTR sehr vertraut, es gab also insbesondere keine technischen Probleme auf Seiten der Lehrkraft. Die Schüler hatten bereits seit über einem Schuljahr einen GTR zur Verfügung.

Materialien

Diese rein qualitative Studie basiert auf Daten, die im Unterricht erhoben wurden. Dazu wohnten zwei Mitglieder der Forschergruppe dem Unterricht bei, führten Notizen, zeichneten Gespräche der Schüler z. B. bei Gruppenarbeiten auf und führten Interviews mit Schülern durch. Die Untersuchenden planten die Stunden gemeinsam mit der Lehrkraft.

Ergebnisse

Die Lehrkraft war sehr flexibel im Einsetzen des GTR, was zu einem sehr flexiblen und abwechslungsreichen Benutzen verschiedener Repräsentationen (graphisch, numerisch) führte. Die Tatsache, dass der Lehrkraft die technischen Grenzen des GTR sehr wohl bewusst waren und sie diese gezielt im Unterricht thematisierte, führte zu einer kritischen Reflexion des GTR und damit verbunden zu einer deutlichen Anbindung des Unterrichts an mathematische Gesetzmäßigkeiten und Begründungen. Ebenso traten durch die Nutzung des GTR zahlreiche Interpretationen in Anwendungszusammenhängen auf.

Die interessante Beobachtung in dieser Studie ist, dass der Umgang der Lehrkraft mit dem GTR und die Integration des GTR in den Unterricht (der GTR stand den Schülern immer frei zur Verfügung, im Unterricht, zu Hause und in Prüfungen) große Auswirkungen auf den Umgang der Schüler mit dem GTR hatte. Dies führte auf Seiten der Schüler etwa dazu, dass gewisse Normen innerhalb der Klasse entstanden, wie mit dem GTR umzugehen ist. *„These interactions led to the development of a set of norms had governed the ways in which the tool was used in the classroom in support of the students' learning of mathematics.“*[120]

So wurden graphische Darstellungen nicht als „allgemeingültig“ angesehen, sondern durch Wechsel der Darstellungen stets hinterfragt. Ebenso wurden Ausgaben des GTR stets auf ihre Plausibilität hin geprüft, niemals einfach unge-

[120] (Doerr, et al., 1999), S.267

fragt akzeptiert. Bei Anwendungszusammenhängen wurde stets das mathematische Modell interpretiert und reflektiert.

Dies zeigt zum Einen, dass solche Ziele im Unterrichten mit einem GTR (und damit dann auch mit einem TC) erreicht werden können und sich Normen für einen sinnvollen Umgang mit der Technologie entwickeln lassen. Es zeigt aber zum Anderen auch, wie bedeutungsvoll die Rolle der Lehrkraft dabei ist. Diese Lehrkraft, von der hier berichtet worden ist, verfügte über ausgezeichnete Kenntnisse im Umgang mit dem GTR, über eine lange Unterrichtserfahrung und über Offenheit gegenüber neuen Methoden und Medien.

3.1.8 Teaching with CAS in a Time of Transition (Australien)

In dieser Studie aus dem Jahr 2002 wurden zwei Pilot-Lehrkräfte beobachtet, wie sie CAS in ihren Unterricht integrieren, wobei beide Lehrkräften sehr unterschiedliche Ansichten über den Einsatz hatten. Die Studie wurde durchgeführt von Kaye Stacey, Margaret Kendal (beide University of Melbourne) und Robyn Pierce (University of Ballarat).

Jahrgangsstufen und Zeitraum

Die Untersuchung fand in zwei Klassen der Jahrgangsstufe 11 statt. Beide wurden in einem Zeitraum von acht Wochen mithilfe eines TC (TI-92) durchgeführt. Der Unterrichtsinhalt war die Einführung in die Infinitesimalrechnung.

Lehrkräfte und Schulen

An der Studie waren zwei Lehrkräfte beteiligt. Eine verfügte über Erfahrungen im Einsatz eines GTR, die andere nicht. Beide Lehrkräfte unterrichteten zum ersten Mal mit einem TC. Ob beide Lehrkräfte an derselben Schule unterrichteten, ist im Artikel[121] nicht erwähnt.

[121] (Stacey, et al., 2002)

Materialien

Die untersuchenden Wissenschaftler planten die Unterrichtseinheiten zusammen mit den Lehrkräften und bereiteten sie gemeinsam vor. Wie es beim Unterrichten mit gleichem Material in der Praxis nicht anders zu erwarten ist, wurde auch hier (wie in vielen anderen Studien) festgestellt, dass das gemeinsame Material sehr unterschiedlich zum Einsatz kam.

Ergebnisse

Die größere Vielfalt an Lösungswegen, die ein TC im Unterricht eröffnet, führte dazu, dass es auch mehr Wege und Optionen für das Unterrichten gab (als Beispiele werden graphische und numerische Lösungsmethoden angeführt). Es wurde festgestellt, dass sich bei den Lehrkräften zwei unterschiedliche Einsatzmethoden über den TC herausbildeten: Eine Lehrkraft sah den TC eher als Hilfsmittel zur Erweiterung von Lösungsverfahren und setzte ihn in erster Linie als Demonstrationsobjekt ein. Die andere Lehrkraft sah in dem TC in erster Linie ein didaktisches Werkzeug und setzte dies dementsprechend in verschiedenen Unterrichtsmethoden gezielt zur Unterstützung von Begriffsbildung und Vorstellung ein. Eine Lehrkraft sah also in dem TC eher das Rechenwerkzeug, die andere eher das Lehrwerkzeug.
Die Tatsache, wie eine Lehrkraft einem TC gegenüber eingestellt ist, bedingt also die Art der Integration in den Unterricht.
Die Lehrkraft, die den TC als Rechenwerkzeug sah, hat sich im Unterricht stark an der Handhabung des TC orientiert, seine Sprache und Tafelbilder enthielten konkrete Tastenfolgen und Menübezeichnungen (wie etwa „drücke F4"). Diese Lehrkraft verfügte im Gegensatz zur anderen über keine Erfahrungen im Einsatz eines GTR. Bei der anderen Lehrkraft war dies nicht der Fall, im Unterricht wurde „normale" (am mathematischen Vorgehen orientierte) Sprechweise verwendet. Beispielsweise sprach diese Lehrkraft, ging es um das Bilden der Ableitung, nur davon, dass die Ableitung zu bilden sei. Auf eine konkrete Bedienung ging sie nicht weiter ein, auch die Tafelbilder enthielten keine Bedienungsan-

weisungen. Stacey hebt diese Beobachtung besonders hervor: *„Our research team believes that this is an important difference“*[122] und merkt an, dass es nicht sein kann und nicht wünschenswert ist, dass konkrete Bedienungen Hauptelemente im Unterricht werden. Das Unterrichtsmaterial, das beide Lehrkräfte verwendet haben, war zwar gleich, aber die Integration des TC darin äußerst unterschiedlich. *„The classrooms of Andre and Benoit (fiktive Namen der beiden Lehrkräfte, Anm. d. Autors) illustrate how current differences between teachers will not disappear and may even be exaggerated by intelligent tools.“*[123]

3.1.9 RITEMaths (Australien)

Diese Studie wurde geleitet von Kaye Stacey, Gloria Stillman und Robyn Pierce (University of Melbourne). Das Projekt RITEMaths („**R**eal world problems and **IT** **E**nhancing **Math**ematic**s**“) beschäftigt sich mit der Integration von Anwendungsaufgaben in einen technologiegestützten Unterricht.

Jahrgangsstufen und Zeitraum

Das Projekt wurde in den Jahrgangsstufen 9 und 10 durchgeführt. Der Zeitraum der Untersuchungen umfasste die Jahre 2004 bis 2006.

Lehrkräfte und Schulen

Das Projekt wurde in sechs Schulen durchgeführt. An jeder Schule gab es eine Lehrkraft, die das Projekt an der Schule in Zusammenarbeit mit den Forschern koordinierte. Dabei war sie mit weiteren Lehrkräften an den Projektschulen zuständig für die Entwicklung und Umsetzung der Unterrichtseinheiten.

Materialien

Im Laufe des Projekts wurden Materialien mit der Zielsetzung entwickelt, die Inhalte des Mathematik-Unterrichts mit (Anwendungs-) Aufgabenstellungen aus der Umwelt zu verbinden. Diese Entwicklung sollte von den Lehrkräften

[122] (Stacey, et al., 2002), S.123
[123] (Stacey, et al., 2002), S.125

geleistet werden, damit die so entwickelten Materialien in die Unterrichtsrealität und in das jeweilige Curriculum passten. Dabei kamen unterschiedliche Technologien zum Einsatz. Es wurden Taschencomputer benutzt, ebenso wie CAS-Software für den PC, Messwerterfassungssysteme einschließlich Software zur Videoanalyse und dynamische Geometrie-Software.

Ergebnisse[124]

Es wurde festgestellt, dass die Nutzung von CAS nicht zu einem Verlust an elementaren Rechenfertigkeiten („by-hand skills") führt.
Die Schüler hatten (Bedienungs-)Schwierigkeiten bei der Nutzung von CAS, die oft im Mangel entsprechender algebraischer Fertigkeiten begründet waren, also in Schwierigkeiten bei der Termstrukturerkennung.
Der Einsatz von CAS führte dazu, dass behandelte Inhalte erweitert wurden. So wurden von den Lehrkräften etwa mehr Funktionstypen oder zusätzliche Inhalte (z. B. aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung) behandelt.
Durch Fragebögen zur Einstellung fand man heraus, dass die Schüler dem Projekt im Allgemeinen positiv gegenüber standen, allerdings war dies aber nicht durchgängig der Fall.
Die Ziele des CAS-Einsatzes waren bei Lehrkräften und Forschern unterschiedlich. Die Lehrkräfte sahen große Vorteile in der Verwendung des CAS zur Nutzung verschiedener Darstellungsformen und zur Kompensation fehlender algebraischer Fertigkeiten. Die Forscher zielten eher auf eine Reduktion operativer Lösungsstrategien und eine Erhöhung von Anwendungsaufgaben ab. *„The major goals of Teachers and Researchers differed."*[125]

[124] vgl. (Stacey, 2008)
[125] (Stacey, 2008), S.6

3.1.10 e-CoLab Projekt (Frankreich)

Das e-CoLab Projekt (**E**xpérimentation **co**llaborative de **lab**oratoires mathématiques) wird geleitet von Gilles Aldon, Michèle Artigue, Caroline Bardini und Luc Trouche unter Federführung des Institut National de Recherche Pédagogique in Lyon. Es wurde initiiert in Zusammenhang mit der Markteinführung eines neuen TC[126].

Jahrgangsstufen und Zeitraum

Das Projekt startete in Klassen der Jahrgangsstufen 10 und dauert immer noch an. Die Ergebnisse der Jahre 2006 und 2007 wurden in einem Bericht dokumentiert.[127]

Lehrkräfte und Schulen

Es waren insgesamt sechs Klassen an sechs Schulen beteiligt. Drei Teams von Forschern (in Lyon, Montpellier und Paris) koordinierten und leiteten in ständiger Zusammenarbeit das Projekt. Diese Teams suchten geeignete Lehrkräfte und tauschten sich regelmäßig aus. Zusätzlich fand ein Austausch von Material über eine Web-Plattform[128] statt. Gerade dieser regelmäßige Austausch war zentraler Bestandteil des Projekts.

Materialien

Im Rahmen des Projekts wurden viele Materialien entwickelt und erprobt. Dabei war es das Ziel, die neuen Möglichkeiten, die der TC eröffnete, zu erproben, zu bewerten und zu reflektieren. Die Materialien bestehen jeweils aus Schülermaterialien, Dateien für den TC und Lehrermaterialien.

Ergebnisse

Es wurden insgesamt etwa 20 Unterrichtseinheiten entwickelt.

[126] Dies war der Texas Instruments TI Nspire™ CAS.
[127] (Aldon, et al., 2008)
[128] http://educmath.inrp.fr

Nach einem halben Schuljahr Unterricht mit dem TC wurde beobachtet, dass der TC noch nicht zu einem individuellen Werkzeug in Schülerhand geworden ist und z. T. noch operativ benutzt wird. *„The level of familiarity also varies between the pupils and it appears to be still limited at the time of the year when this session took place. The pupils, for example, only used the symbolic calculation when it was explicitly asked as, for example for the "solve" function. Instrumental knowledge about other parts of the symbolic calculation (...) were visibly not yet available."*[129]

Verschiedene Darstellungsformen und ihre Vernetzung wurden, obwohl durch den TC unterstützt, nicht in dem Maße von Schülern verwendet, wie beabsichtigt. Auch individuelle Lösungswege und –strategien wurden nicht in dem Maße beobachtet, wie sie das bereit gestellte Material ermöglichte. In diesem Zusammenhang spielt die Lehrkraft eine bedeutende Rolle. *„The successful progression (..) requires many mediation activities on the part of the teacher."*[130]

Die Schüler sahen, obwohl 96% über einen eigenen PC verfügten und diesen nutzen konnten, im TC große Vorteile, vor allem in seiner allzeitigen Verfügbarkeit. Die Schüler gaben nach eigenen Aussagen auch an, sie konnten manche Inhalte durch den Einsatz des TC besser verstehen. In einem Fragebogen wurden die Schüler danach gefragt, ob der TC für sie eine Hilfe zum Lernen ist. Zu Beginn des Projekts bejahten dies knapp 5% der Schüler, nach dem ersten Jahr gut 25%. Interessant ist aber, dass die Schüler den TC zu Hause nicht benutzten, und dass er auch in anderen Fächern außer der Mathematik nicht zum Einsatz kam.

3.1.11 CAliMERO (Niedersachsen)

Regina Bruder (Technische Universität Darmstadt) leitet die Evaluation des niedersächsischen Projekts CAliMERO (**C**omputer-**Al**gebra **i**m **M**athematikunterricht: **E**ntdecken, **R**echnen, **O**rganisieren)

[129] (Aldon, et al., 2008), S.12
[130] (Aldon, et al., 2008), S.13

Der *„Schulversuch untersucht das Potenzial des Einsatzes von Taschencomputern ab der Jahrgangsstufe 7 in Verbindung mit einem ganzheitlichen Konzept für die mathematische Kompetenzentwicklung“*[131]. Er ist neben dem Modellversuch M³ zur Zeit der einzige auf so lange Dauer angelegte Versuch in Deutschland.

Jahrgangsstufen und Zeitraum

Das Projekt ist für den Zeitraum 2005-2010 angelegt und begann im Schuljahr 2005/2006 in der Jahrgangsstufe 7. Es wird ein Taschencomputer (TI Voyage 200 bzw. TI 89) eingesetzt. Die Ergebnisse der ersten beiden Jahre 2005/2006 und 2006/2007 in den Klassen der Jahrgangsstufen 7 und 8 sind dokumentiert.[132]

Lehrkräfte und Schulen

Zum Start waren 29 Klassen der Jahrgangsstufe 7 an sechs Gymnasien beteiligt. Diese Gymnasien wurden gezielt ausgewählt, insbesondere war ein Kriterium, dass an der Schule Lehrkräfte vorhanden waren, welche über Unterrichtserfahrung mit CAS verfügen. Die Materialentwicklung wird gezielt gesteuert. Die beteiligten Lehrerteams bleiben während der gesamten Phase gleich, werden betreut und arbeiten in enger Kooperation.

Materialien

Die verwendeten Unterrichtsmaterialien wurden und werden von einigen Projektlehrkräften gemeinsam entwickelt, dazu finden vierteljährliche Treffen statt. Diese Materialien werden dann allen Interessierten zur Verfügung gestellt. Erste davon[133] sind schon veröffentlicht, daneben stehen sie auf einer geschlossenen Online-Plattform[134] zur Verfügung. Zielgruppe sind sowohl Lehr-

[131] (Ingelmann, et al., 2007), S.94
[132] vgl. (Ingelmann, 2009)
[133] (Bruder, et al., 2007), (Bruder, et al., 2008)
[134] www.prolehre.de

kräfte als auch Schüler. Die Auswertung der ersten beiden Jahre stellt fest, dass diese Materialien unterschiedlich stark eingesetzt wurden.

Bisherige Ergebnisse

In der Klasse 7 wurden Vor- und Nachtests ohne Verwendung des TC in schriftlicher Form durchgeführt. Der Vergleich des Nachtests mit dem Vortest zeigte eine überdurchschnittliche Steigerung der leistungsschwächeren Schüler (die Einteilung erfolgte anhand der Ergebnisse des Vortests). *„Wir interpretieren diese Ergebnisse so, dass der CAS-gestützte Mathematikunterricht in Kombination mit einer neuen Unterrichtskultur, die auch das Sichern von Basiskompetenzen im Blick hat, die Entwicklung dieser Kompetenzen bei den lernschwachen Schülern besonders stützt.“*[135]

Eine Befragung der Schülerinnen und Schüler zeigte, dass der TC noch nicht seinen Möglichkeiten gemäß eingesetzt wurde. Viele Schüler gaben an, ihn zum Rechnen mit Zahlen oder zum Ausprobieren eingesetzt zu haben, während vorgegebene Antworten wie „zum Rechnen mit Termen“ oder „zum Veranschaulichen“ überwiegend verneint worden sind. Ebenso zeigte sich, dass es beim Umgang mit mathematischen Darstellungsformen und beim Lösen von Standardaufgaben Unsicherheiten gab.

Der Kopfrechentest zeigte, dass bei Nutzung eines TC die Fähigkeiten der Schüler, ohne dieses Hilfsmittel zu rechnen, nicht absinken. Signifikante Unterschiede von Projektklassen zu Leistungsklassen wurden nicht beobachtet. Bestandteil des Unterrichts war aber auch immer ein Training dieser Fertigkeiten.

Experimentelles Arbeiten und schülerzentrierte Lernformen wurden im Projekt beobachtet. Es wurde auch der Eindruck gewonnen, *„dass die Schüler selbstständig über den Einsatz des TC entscheiden und ihn als natürliches Hilfsmittel annehmen“*[136]. Dies resultiert aus Stundenberichten von Lehrkräften.

[135] (Ingelmann, et al., 2007), S.96

[136] (Ingelmann, 2009), S.197

Bei all diesen Ergebnissen gilt es anzumerken, dass ein enger Kontakt zwischen den Lehrkräften stattfand, der das Durchführen eines gemeinsamen Unterrichtskonzeptes ermöglichte. Dieses Konzept führte zu den beobachteten positiven Effekten.[137]

3.1.12 Evaluating TI-Nspire™ in secondary mathematics classrooms (England)

Eine Überarbeitung des Curriculums für die Sekundarstufe wurde zum Anlass genommen, zu überprüfen, inwieweit sich darin moderne Technologie einbetten lässt. Die Studie wurde geleitet von Alison Clark-Wilson, Afzal Ahmed und Carol Knights von der University of Chichester.

Jahrgangsstufen und Zeitraum

Diese Studie wurde von September 2007 bis April 2008 durchgeführt. Die Jahrgangsstufen sind nicht dokumentiert, es handelte sich um Klassen der beteiligten Lehrkräfte aus der Sekundarstufe.

Lehrkräfte und Schulen

Am Projekt nahmen 14 Lehrkräfte aus sieben Schulen teil. Dabei kamen je zwei Lehrkräfte aus derselben Schule. Die Lehrkräfte nahmen zu Beginn des Projekts an einer einwöchigen Fortbildung teil und wurden im Laufe des Projekts von Mentoren seitens der Forschergruppe betreut. Die teilnehmenden Schulen verfügten bereits über umfangreiche Ausstattungen an moderner Technologie und über entsprechende Erfahrung im Unterrichten damit. Die Lehrkräfte verfügten ebenso über Erfahrungen im Unterrichten mit Technologie, allerdings nicht mit dem in diesem Projekt erstmals verwendeten TC[138]. In sechs Schulen kamen sowohl Taschencomputer als auch die zugehörige Software (diese verfügt über die gleichen Funktionalitäten) zum Einsatz, in einer Schule nur die Software.

[137] (Ingelmann, 2009), S.206
[138] Es handelte sich um den Texas Instruments TI-Nspire CAS.

Nur an einer Schule standen den Schülern die TC auch zu Hause zur Verfügung, ansonsten wurden sie nur im Klassenzimmer benutzt.

Materialien

Die Projektlehrkräfte wurden von den Mentoren zu Beginn fortgebildet. Dann integrierten sie den TC in ihren Unterricht aufgrund ihrer bisherigen eigenen Erfahrungen. Dabei adaptierten sie Unterrichtsmaterialien aus ihrem Unterricht mit anderen technologischen Hilfsmitteln, entwarfen aber auch neue Materialien. Ihre Materialien evaluierten sie selbst, reflektierten und verbesserten sie. Die Lehrkräfte notierten dabei zusätzliche Beobachtungen und Anmerkungen zu den Einheiten, zur Umsetzung im Unterricht und zu den Erfahrungen im Unterricht. Insgesamt wurden in dem Zeitraum 61 Unterrichtseinheiten samt Bewertungen erstellt und den Forschern zur Verfügung gestellt. Die Forschergruppe analysierte diese Einheiten.

Ergebnisse

Es wurde festgestellt, dass es während des Projektzeitraumes eine hohe Zahl an Unterrichtseinheiten gab, die die Schüler einerseits zum Experimentieren und Erforschen von Zusammenhängen, andererseits zum Verallgemeinern von mathematischen Zusammenhängen anregten. Der Einsatz des TC schuf mehr Möglichkeiten für soziales Lernen. Die Schüler kommunizierten mehr mathematisch und verbesserten ihre Fähigkeiten in diesem Bereich. Hier spielte auch ein Rolle, dass die Schüler den TC als Lernwerkzeug verwendeten: *„Many students benefited from the use of TI-Nspire as a neutral tool, providing immediate non-judgemental feedback.“*[139] Die Forscher haben festgestellt, dass eine nicht allzeitige Verfügbarkeit für diese Effekte hinderlich ist.

Auf Seiten der Lehrkräfte wurde festgestellt, dass nicht alle Lehrkräfte gleichermaßen vom Angebot der Mentoren Gebrauch machten. Je mehr eine Lehrkraft ihre Rolle als Moderator beim Integrieren der Technologie in den Unter-

[139] (Clark-Wilson, 2008), S.7

richt verstand, desto mehr nahm sie die Angebote an und desto mehr waren die genannten Effekte im Unterricht beobachtbar. Besonders wurde dies an den Schulen beobachtet, die eigene Treffen zum Austausch und für gemeinsame Fortbildungen für die beteiligten Lehrkräfte etablierten. Gerade dies nennen die Forscher als wichtige Voraussetzung beim Einführen des TC im Unterricht.

3.1.13 Zusammenfassende Bemerkungen

Mit den vorgestellten Studien erhält man Einblicke in die Auswirkungen gewisser Faktoren beim Einsatz von TC im Unterricht. Solche Untersuchungen werden auch mit dem Ziel durchgeführt, Chancen und Möglichkeiten sowie Probleme und Schwierigkeiten zu erkennen, um eine Beurteilungsgrundlage für einen evtl. sogar flächendeckenden Einsatz im Unterricht zu erhalten.

Zwischen den oft sehr speziellen Situationen (wie etwa die enge Begleitung durch Untersuchende, das Durchführen eines gemeinsamen Unterrichtskonzeptes oder die Auswahl der Lehrkräfte und Klassen) und dem breiten Einsatz solcher Medien im Unterricht besteht ein großer Unterschied. In der ersten Situation werden die Lehrkräfte in vieler Hinsicht (inhaltlich, methodisch, technisch) mit gelegentlich hohem Personalaufwand unterstützt, der Rahmen des Projekts ist überschaubar. Der Unterricht gleicht einer Projektphase, einem Abschnitt des Lehrganges, auf den man sich in spezieller das normale Maß überschreitender Weise gezielt vorbereitet. Nicht selten erhalten Lehrkräfte für die Durchführung eines solchen Projekts eine Entlastung etwa in Form einer Reduktion der Stundenzahl. In der zweiten Situation steht eher der „reguläre“ Unterricht im Mittelpunkt. Damit ist der Unterricht gemeint, den eine Lehrkraft in ihrer alltäglichen Arbeit (bei voller Unterrichtspflichtzeit) leistet, im Gegensatz zu einer speziellen Projektphase.

Die vorliegenden Studien gehen überwiegend von der ersten Situation aus. So ist bei den unter 3.1 genannten Untersuchungen zum einen oft nicht klar, ob sich die beobachteten Ergebnisse langfristig erhärten. Zum anderen ist nicht beantwortet, ob erhoffte positive Aspekte oder auch negative Auswirkungen auch dann auftreten, wenn der TC unter realistischen Bedingungen von der einzelnen Lehrkraft in ihren Unterricht integriert wird.
Lassen sich die wesentlichen Aspekte der Untersuchungen längerfristig im Unterrichtsalltag bestätigen? Lassen sich diese auch bestätigen, wenn man die

Lehrkräfte nicht in einem gemeinsamen Unterrichtskonzept führt, sondern wenn die Lehrkräfte einen TC (wie dies in der Realität der Fall ist) mithilfe eines Materialangebots in ihren individuellen Unterricht integrieren? Welche Vorkehrungen muss man treffen, um auch einen breiten Einsatz im regulären Unterricht sinnvoll zu unterstützen? Mit welchen Schwierigkeiten hat man zu rechnen, wenn man den TC im Unterricht etablieren will? Wie kann man diesen Schwierigkeiten begegnen? Welche Hilfestellung kann man Lehrkräften und Schülern dabei geben und wie muss diese aussehen, so dass sie im Unterrichtsalltag angenommen und bewältigt werden kann?

Diese Fragestellungen münden in die Untersuchungsfragen für die vorliegende Studie, die im Folgenden näher beschrieben werden.

3.2 Untersuchungsfragen und -werkzeuge für die vorliegende Studie

Um den vorher genannten Fragen nachgehen zu können, ist ein realistisches, langfristiges Untersuchungsfeld nötig. Die Beobachtungen in einem solchen Untersuchungsfeld müssen dabei – geleitet von bestimmten Fragestellungen – explorativ durchgeführt werden, um die realistischen Bedingungen aufrecht erhalten zu können.

Mit der Initiative zum Modellversuch M³ hat das Kultusministerium im Hinblick auf eine mögliche Einführung von TC im Mathematikunterricht bereits Untersuchungsanliegen verknüpft. Zum einen sollte untersucht werden, ob Befürchtungen zutreffen wie etwa der Verlust händischer Fertigkeiten, die Öffnung der Leistungsschere, ob sich die Lehrplaninhalte uneingeschränkt vermitteln lassen und ob die Verwendung in Prüfungen (unter Berücksichtigung einer zentralen Abschlussprüfung) praktikabel ist. Andererseits sollte auch Erwartungen des TC-Einsatzes nachgegangen werden. Man erhoffte sich eine verstärkte Anschaulichkeit und eine Reduktion operativer Inhalte zugunsten anderer Kompetenzen. Ebenso stand zur Frage, ob ein solches Werkzeug bei allen Mitgliedern der Schulfamilie Akzeptanz findet. Zusätzlich war auch die Frage offen, welche Rahmenbedingungen und welche Unterstützung Schulen und Lehrkräfte benötigen.

Führt man dies mit den im vorhergehenden Kapitel erarbeiteten offenen Fragen zusammen, so steht folgende Frage im Zentrum der den Modellversuch begleitenden Untersuchung:

„**Welche Entwicklungen lassen sich beim langfristigen Einsatz eines Taschencomputers in einem realistischen Untersuchungsfeld beobachten und welche Faktoren beeinflussen diese Entwicklungen?**“

Das Feld, in dem die Untersuchung durchgeführt wird, das Konzept, welches die Art der Untersuchung sowie die Art der Datenerhebung und Auswertung beschreibt, werden im Folgenden dargelegt.

3.2.1 Das Untersuchungsfeld

Das Untersuchungsfeld spiegelt sich im Unterricht in den Klassen des Modellversuchs im Zeitraum von 2003 bis 2009 wider, wobei es sich um verschiedene Klassen der Jahrgangsstufen 10 bis 13 an verschiedenen Schulen (11 Gymnasien) mit verschiedenen Lehrkräften (insgesamt 21) handelt. Die Schüler der Klassen wurden nicht speziell ausgesucht, ebenso wenig die Lehrkräfte. Zu Beginn hatte keine Lehrkraft Erfahrungen im Unterrichten mit einem TC, wenige waren mit einem CAS vertraut (durch eigenes Interesse an einem solchen Medium; im Unterricht wurde es vorher nicht regelmäßig eingesetzt; in Prüfungen nie). Im Laufe des Modellversuchs kamen neue Lehrkräfte hinzu, meist durch Bitten von Kolleginnen oder Kollegen. Andere Lehrkräfte setzten ein oder zwei Jahre aus, nicht wegen persönlicher Gründe, sondern aufgrund organisatorischer Umstände an der Schule. Keine Lehrkraft erhielt besondere Vergünstigungen für ihr Engagement im Modellversuch. Viele Klassen begannen in der Jahrgangsstufe 10, eine auch erst in 11, bei jedem Jahrgangsstufenwechsel traten Klassenumbildungen auf und es kamen neue Schüler hinzu, die bisher noch nicht mit einem TC gearbeitet hatten.

Derartige „Fluktuationen“ treten in der schulischen Realität auf. Bei Untersuchungen über einen so langen Zeitraum lassen sich Untersuchungsvariable nicht so konstant halten, wie man sich das vom Untersuchungsdesign her wünschen würde. Jedoch schafft dies ein der Unterrichtsrealität sehr nahes Untersuchungsfeld.

3.2.2 Die Untersuchungsfragen

Die eingangs gestellte zentrale Frage „**Welche Entwicklungen lassen sich beim langfristigen Einsatz eines Taschencomputers in einem realistischen Untersuchungsfeld beobachten und welche Faktoren beeinflussen diese Entwicklungen?“** beinhaltet verschiedene Fragen zu unterschiedlichen Bereichen. Fragen bzgl. der Schüler, bzgl. der Lehrkräfte, bzgl. der Inhalte und der Veränderung der Inhalte, bzgl. der administrativen Institutionen und Aspekte bzgl. der Betreuung und Koordination.

1. Fragen bezgl. der Schüler:

1.1. Lassen sich hinsichtlich zentraler mathematischer Fähigkeiten[140] Unterschiede zwischen den Modell- und Kontrollklassen[141] feststellen? Lassen sich diese Feststellungen über einen längeren Zeitraum bestätigen?

1.2. Lassen sich Auswirkungen des TC-Einsatzes bei Schülern verschiedener Leistungsstufen feststellen? Bleiben diese langfristig erhalten?

1.3. Wie setzen Schüler den TC beim Lösen von Aufgaben ein? Wie sieht dieser Einsatz nach einem halben Jahr Unterricht aus, wie nach einem ganzen Jahr?

1.4. Setzen Schüler den TC als Rechen- und Lernwerkzeug ein? Erleben Sie ihn als Lehrwerkzeug? (Drei-Säulen-Modell)

1.5. Welche Einstellungen entwickeln Schüler der Modellklassen zu dem TC? Sind diese Einstellungen langfristig stabil?

---

[140] Darunter werden hier Termumformungen, Interpretieren von Graphen, Lösen von Gleichungen und Arbeiten mit Formeln – jeweils ohne Verwendung eines Rechners - verstanden.

[141] Diejenigen Klassen, welche einen TC verwendet haben, werden als Modellklassen bezeichnet. Diejenigen Klassen, die dies nicht getan haben, als Kontrollklassen.

2. Fragen bzgl. der Lehrkräfte:

2.1. Welche Einstellungen entwickeln die Lehrkräfte zu dem neuen Werkzeug? Kann ein Zusammenhang mit dem Einsatz des TC im Unterricht beobachtet werden?

2.2. In welchen Bereichen des Unterrichts bzw. Unterrichtsformen setzen Lehrkräfte den TC bevorzugt ein?

2.3. Wie verändern die unterrichtenden Lehrer die Prüfungsaufgaben in den Modellklassen? Wie integrieren sie den TC in Prüfungen?

3. Fragen bezgl. der Inhalte:

3.1. Gab es Schwerpunktverschiebungen bei den behandelten Inhalten?

3.2. Wurden gegenüber dem „traditionellen" Unterricht neue Inhalte behandelt, die der TC erst ermöglicht?

Da es bzgl. des langfristigen Unterrichtseinsatzes von TC nur wenige empirisch belegte Erfahrungen gibt, steht bei all diesen Fragen der explorative Charakter der Beobachtung und Begleitung des langfristigen realitätsnahen Projektes im Vordergrund.

Zur Beantwortung der Fragen 1.1 und 1.2 wurden rechnerfreie Eingangs- und Endtests in Klassen geschrieben, welche mit TC unterrichtet wurden (Modellklassen) und in Klassen, in welchen dies nicht der Fall war (Kontrollklassen).

Zur Beantwortung der Frage 1.3 wurden zwei TC-Tests in den Modellklassen geschrieben, bei dem die Schüler den TC nach eigenem Ermessen eingesetzt haben.

Zur Beantwortung der Frage 1.4 wurden Interviews mit Schülern aus Modellklassen durchgeführt.

Zur Beantwortung der Frage 1.5 wurden den Schülern Wertungsfragebögen vorgelegt.

Zur Beantwortung der Frage 2.1 wurden den Lehrkräften Wertungsfragebögen vorgelegt und es wurden Interviews durchgeführt.
Zur Beantwortung der Frage 2.2 wurden Stundenprotokolle durch Lehrkräfte angefertigt und es wurden den Lehrkräften Fragebögen vorgelegt.
Zur Beantwortung der Frage 2.3 wurden Prüfungsaufgaben der Klassenarbeiten gesichtet und bewertet. Ebenso wurden den Lehrkräften Fragebögen vorgelegt. Beobachtungen aus den Projekttreffen wurden ebenso herangezogen.
Zur Beantwortung der Fragen 3.1 und 3.2 wurden Fragebögen ausgegeben, Klassenarbeiten gesichtet und Beobachtungen aus der Projektbegleitung herangezogen.

Im langfristigen Modellversuch M³, dessen Rahmenbedingungen sich im Detail gelegentlich (durch die Rückkopplung mit den beteiligten Schulen und Lehrkräften und der wissenschaftlichen Begleitung) neu strukturiert haben, waren administrative Institutionen wie das Ministerium für Unterricht und Kultus, aber auch die Schulleitungen, beteiligt. Ebenso wurde für das Projekt eine Koordination etabliert. Diese führte der Autor der Studie durch. Diese Koordination umfasste auch die Begleitung durch regelmäßige Projekttreffen, Durchführung und Organisation von Fortbildungen oder Sitzungen mit Verantwortlichen der Administration. Gerade wegen der Realitätsnähe des Untersuchungsfeldes erschien es gewinnbringend, zusätzlich Fragen bezgl. der Administration und der Begleitung aufzunehmen. Da es sich hierbei um einen interaktiven Prozess handelte, der in seiner Realitätsnähe möglichst erhalten werden sollte, wurde bewusst nicht auf die Erkenntnisse der Organisationspsychologie zum Wandlungsmanagent zurückgegriffen. Dies hätte auch den Rahmen der Arbeit gesprengt. Hier wäre es nötig gewesen, eine *„aufeinander abgestimmte Gesamtheit von Wandlungsprojekten zu etablieren, die der Deckung des gleichen Wandlungsbedarfs dienen“*[142]. Es war aber nicht Ziel der vorliegenden Studie,

[142] (Bach, 2000), S.23

die Wandlung vom Unterricht ohne TC zum Unterricht mit TC kontrolliert zu vollziehen. Es wurde daher noch folgenden Fragen nachgegangen:

- **Bzgl. der administrativen Institutionen:**
  Welche Rahmenbedingungen sind für eine langfristige Integration des TC hilfreich und welche sind hinderlich?

- **Bzgl. der Betreuung und Koordination:**
  Welche Maßnahmen unterstützen die langfristige Integration des TC in den Unterricht?

Zur Beantwortung der ersten Frage wurden Interviews mit Lehrkräften geführt sowie Beobachtungen aus der Projektbegleitung verwendet.
Zur Beantwortung der zweiten Frage wurden Fragebögen verwendet, Lehrerinterviews durchgeführt sowie Erfahrungen aus der Projektbegleitung sowie der dabei stattgefundenen Fortbildung herangezogen.

Im Folgenden wird beschrieben, wie die Studie aufgebaut ist und wie die Werkzeuge zur Untersuchung der genannten Fragen beschaffen sind. Dabei wird auch auf den Entwicklungsprozess im Rahmen des langfristigen Projekts eingegangen.

3.2.3 Grundausrichtung der Evaluation

Die Ergebnisse der vorliegenden Studie sollen helfen, die langfristige Integration eines TC in den Unterricht zu unterstützen.
Der Autor dieser Arbeit war selbst als Lehrkraft im Modellversuch beteiligt, koordinierte und moderierte die Zusammenarbeit zwischen den Lehrkräften untereinander sowie zwischen Lehrkräften, Schulen und Administration. Auf diese Weise lässt sich die Untersuchung als Feldbeobachtung verstehen.
Zum Erfassen der verschiedenen Aspekte, welche die eingangs genannten Fragen aufwerfen, eignen sich unterschiedliche Werkzeuge. Die vorliegende Eva-

luation besteht aus empirisch-quantitativen und empirisch-qualitativen Untersuchungen, welche dazu beitragen, die gestellten Fragen möglichst breit beleuchten und aus unterschiedlichen Erfahrungen beantworten zu können.

Unterrichtsforschung steht stets vor dem Problem, einen äußerst komplexen Vorgang erfassen und dabei den wissenschaftlichen Gütekriterien der Objektivität, Validität und Reliabilität Genüge leisten zu müssen. Bei dem Modellversuch M³ setzt sich die Forschung aus drei Bereichen zusammen. Zum einen gibt der – in das Projekt – involvierte Verfasser eine (subjektive) Beschreibung des Unterrichts. Zum zweiten wird eine externe quantitative Evaluation durchgeführt. Zum dritten wird eine qualitative Studie (Schüler- und Lehrerinterviews) vom Verfasser durchgeführt. Insgesamt versteht sich diese Studie als eine explorative Untersuchung, welche durch sowohl quantitative als auch qualitative Methoden versucht, didaktische Überlegungen zur langfristigen Integration eines TC in den Unterricht anstellen zu können.

Die Ziele sind zum einen die Beobachtung langfristiger Effekte auf Seiten aller Beteiligter, zum anderen die Gewinnung von Hypothesen und die Generierung von Fragen für weitere Untersuchungen.

3.2.4 Quantitative Untersuchungswerkzeuge

3.2.4.1 Vortest-/Nachtest in der Jahrgangsstufe 10

Zu Beginn des Schuljahres wurde in den Modellklassen und Kontrollklassen ein Vortest geschrieben. Die Benutzung eines TC war in diesen Tests nicht erlaubt. Aufgrund des Vortest wurden die beteiligten Schüler in drei Leistungsgruppen (schwach $\triangleq$ unteres Quartil; mittel $\triangleq$ zweites und drittes Quartil; stark $\triangleq$ oberes Quartil) eingeteilt.

Am Ende des Schuljahres wurde in Modell- wie Kontrollklassen ein Nachtest durchgeführt, wiederum ohne Verwendung eines TC.

Im Schuljahr 2003/2004 waren Eingangs- und Endtest in den meisten Aufgaben identisch, nur wenige Fragen wurden abgeändert. Um beide Tests uneingeschränkt vergleichen zu können, wurden Vor- und Nachtest in den darauf folgenden Schuljahren 2004/2005 und 2005/2006 mit jeweils identischen Aufgaben durchgeführt.

3.2.4.1.1 Zielsetzung

Gerade zu Beginn des Modellversuchs bestand in erster Linie von Seiten der administrativen Stellen die Frage, inwieweit die Schüler ihre „klassischen“ Fertigkeiten beim Einsatz eines TC verlieren. Dieser Frage wurde durch entsprechende Aufgaben entsprochen sowie durch die Tatsache, dass die Tests jeweils ohne Verwendung des TC von den Schülern bearbeitet werden mussten. Die Schüler mussten Terme umformen, symbolisch und graphisch Gleichungen lösen, mit Tabellen arbeiten und Interpretationen von Graphen durchführen. Die Aufgabenstellungen finden sich im Anhang sowie bei der Auswertung der Tests im folgenden Kapitel. Ebenso wurden anhand der Vor- und Nachtests Fragen nach der Entwicklung der bzgl. ihres Leistungsstandes schwachen, starken und mittleren Schüler und auch nach Geschlechtern und Unterschiede zwischen den Klassen gestellt.

3.2.4.1.2 Entwicklung/Schwierigkeiten/Auffälligkeiten

In Phase I und II des Modellversuchs (also in den ersten beiden Jahren) lagen zu Ende jedes Schuljahres ausreichend Tests vor, die Zahl an Modell- und Kontrollschüler war nahezu gleich. Die Tests wurden in allen Klassen auf die gleiche Weise durchgeführt.

Am Anfang der Phase III traten erste Schwierigkeiten auf, Vortests fehlten teilweise oder wurden zu sehr zeitlich versetzt durchgeführt. Die Zahl der Kontrollklassen nahm ab. Eine Ursache dieser Schwierigkeiten ist vermutlich die Ausdehnung des Projekts auf deutlich mehr Lehrkräfte.

Zur Optimierung der Zusammenarbeit wurde daher zur Mitte des Schuljahres 2005/2006 vom Ministerium die Stelle eines Koordinators[143] etabliert, welcher für die Bündelung der Informationen, die Koordination der gemeinsamen Auf-

[143] Dies ist der Autor dieser Arbeit.

gaben und Ziele sowie für den Informationsaustausch zwischen allen beteiligten Stellen zuständig ist.

3.2.4.2 Vortest-/Nachtest in der Jahrgangsstufe 11

In den Schuljahren 2006/2007 und 2007/2008 wurden Eingangs- und Endtests in den Jahrgangsstufen 11 durchgeführt.

Der Eingangstest in der Jahrgangsstufe 11 wurde in einer Modellklasse pilotiert und aufgrund der Erfahrungen in der Pilotierung in seine Endform gebracht.

Im Schuljahr 2006/2007 waren Eingangs- und Endtests identisch, jeweils zu bearbeiten ohne Verwendung eines TC. Der Test wurde in Modellklassen und Kontrollklassen durchgeführt.

Im Schuljahr 2007/2008 wurde der Endtest in seinen Aufgabenstellungen abgewandelt.

3.2.4.2.1 Zielsetzung

Die Schüler der Jahrgangsstufe 10 waren stets Schüler, die zum ersten Mal mit einem TC in Kontakt gekommen sind. Die Beobachtungen in diesen Tests wurden auf die Jahrgangsstufe 11 ausgedehnt, in denen die Schüler bereits ein Jahr mit dem TC Erfahrung gesammelt hatten.

Da nach dem Schuljahr 2006/2007 genügend Daten aus solchen Untersuchungen vorlagen, wurde zwar das Vor- und Nachtestverfahren beibehalten, es wurde aber zum Einen auf Kontrollklassen verzichtet, zum Anderen erfolgte eine Abänderung der Aufgaben des Nachtest passend zum Inhalt der Jahrgangsstufe 11.

Ebenso wurden mithilfe der Vor- und Nachtests Fragen nach der Entwicklung der bzgl. ihres Leistungsstandes schwachen, starken und mittleren Schüler und auch nach Geschlechtern und Unterschieden zwischen den Klassen gestellt.

3.2.4.2.2 Entwicklung/Schwierigkeiten/Auffälligkeiten

Die Durchführung der Vor- und Nachtests sowie das Akquirieren von Kontrollklassen an den jeweiligen Schulen gestaltete sich im Verlauf der beiden Jahre als zunehmend schwierig. Die Durchführung der Tests musste z. T. mehrfach angemahnt werden, trotzdem nahm die Zahl fehlender Unterlagen und fehlender Vor- und Nachtests zu. Informationen hierzu seitens des Koordinators wurden z. T. ignoriert. Eine Ursache dafür könnte sein, dass die beteiligten Lehrkräfte in ihren Schulen nicht genügend Unterstützung seitens der Schulleitungen, aber auch seitens der administrativen Stellen erhalten haben. Dies äußerte sich z. B. darin, dass es für die Mitwirkung im Modellversuch (im Gegensatz zu den Phasen den Phasen I und II) keine Entlastung oder Anrechnung etwa in Form einer Reduktion des Unterrichtsdeputats für die Modelllehrkräfte gab. Eine weitere Ursache ist sicherlich auch, dass sich die Modelllehrkräfte für ihre Arbeit, d. h. ihre Beteiligung an dem Projekt, in ihren Kollegien und Schulen rechtfertigen mussten, da seitens der Administration keine Informationen offensiv an die Schulen verbreitet worden sind. Dadurch stellten sich eine gewisse Frustration und das Gefühl ein, Einzelkämpfer zu sein. Dies bestätigten Aussagen der Projektlehrkräfte in den halbjährlichen Projekttreffen. Solchen Schwierigkeiten könnte entgegengewirkt werden, indem man das Projekt an den Schulen auf breitere Füße stellt und mehr Lehrkräfte dort integriert und dadurch, dass man dies offensiv seitens der Administration und Schulleitung fordert und einfordert.

3.2.4.3 CAS-Abschlusstest (Schuljahr 2005/2006)

Drei Projektschulen schrieben zum Ende des Schuljahres 2005/2006 einen Test mit CAS in der Jahrgangsstufe 10.

3.2.4.3.1 Zielsetzung

Da die Endtests stets ohne Verwendung des TC stattfanden, entstand die Frage, inwieweit Schüler am Ende des Schuljahres den TC beim Lösen von Aufgaben einsetzen, was man dabei beobachten und welche Erfahrungen man daraus für weitere Untersuchungen ziehen kann.

3.2.4.3.2 Entwicklung/Schwierigkeiten/Auffälligkeiten

Die Idee zu einem Test mit CAS entstand in der Projektgruppe. Drei Lehrkräfte verständigten sich auf mögliche Aufgaben und führten den Test durch. Den übrigen Projektschulen wurde der Test zwar zur Verfügung gestellt, er wurde von Ihnen aber nicht durchgeführt.

Es hat sich gezeigt, dass die Diskussion über gemeinsame Aufgaben eines Tests komplex und schwierig war. Seitens der Lehrkräfte wurde angeführt, dass es problematisch sei, sich zum Schuljahresende auf gemeinsame Aufgaben einigen zu können. Vermutlich steckte dahinter die Befürchtung, dass konkretere Einblicke in den persönlichen Unterricht und darin, wie die jeweilige Lehrkraft den TC integriert, erhalten und unter Umständen verglichen werden. Das Bestreben, eine gemeinsame Aufgabe in einer Klassenarbeit unter Einsatz des TC zu schreiben, ist daran gescheitert.

3.2.4.4 CAS-Tests in der Jahrgangsstufe 11 (Schuljahr 2006/2007)

Es wurden zwei CAS-Tests in den Modellklassen der Jahrgangsstufe 11 durchgeführt, ein Test im Februar 2007 und einer im Juni 2007. Die beiden Tests unterschieden sich in den Aufgaben.

3.2.4.4.1 Zielsetzung

Der CAS-Test wurde entwickelt, um mehr Informationen darüber gewinnen zu können, wie Schüler den TC in einer Prüfung beim schriftlichen Bearbeiten von Aufgaben einsetzen.

Erfahrungen könnte man auch gewinnen, wenn man einen Schüler beim Lösen einer Aufgabe beobachtet (und etwa eine Videoaufzeichnung durchführt). Dabei ist aber die Zahl beobachtbarer Schüler begrenzt, schon allein durch zeitliche und vor allem personelle Limitationen. Zudem sollte herausgefunden werden, was man bei der hohen Anzahl an Schüler und der individuellen Art und Weise der Integration des TC in den Unterricht der einzelnen Lehrkräfte beobachten kann.

Ein Untersuchungsinstrument für diese Fragestellung stand nicht zur Verfügung und musste neu entwickelt werden.

Für den CAS-Test wurde folgendes Format gewählt:

1. Die Schüler schrieben einen schriftlichen Test unter Einsatz des TC. Der TC stand dabei zur Verfügung und konnte von den Schülern individuell verwendet werden.
2. Unmittelbar nach der Bearbeitung der Aufgaben erhielten die Schüler einen Fragebogen, indem sie angaben, in welchen Aufgaben sie den TC wie eingesetzt haben.
3. Die Lehrkräfte der beteiligten Modellklassen erhielten vor der Durchführung des Tests ebenso einen Fragebogen, in dem sie Einschätzungen zur Bearbeitung abgaben.

Der Test sollte insgesamt in 45 Minuten dauern, d. h. in einer Unterrichtsstunde durchführbar sein.

3.2.4.4.2 Entwicklung/Schwierigkeiten/Auffälligkeiten

Die Entscheidung, den CAS-Test in dieser Form durchzuführen, wurde motiviert durch die Möglichkeit, den zeitlichen Verlauf bzw. den Prozess des Lösens mit dem TC beobachten und dokumentieren zu können. Die Schüler nach dem Bearbeiten der Aufgaben ihre eigenen Einschätzungen angeben zu lassen, stellte ein Wagnis dar. Es war im Vorhinein nämlich nicht klar, inwieweit die Schüler in diesem Fragebögen ernsthafte Antworten geben und welche Informationen sich aus diesen Antworten entnehmen lassen würden, denn mit der Konstruktion eines Fragebogens nimmt man ja bereits Einschränkungen hinsichtlich dessen vor, was man beobachten kann. Wünschenswert wäre es gewesen, diese Methode pilotieren und damit mehr Aussagen über die Validität machen zu können, was aber an Zeitgründen scheiterte. Für zukünftige Forschung könnte hier ein möglicher interessanter Anschlusspunkt sein. Im Rahmen von M³ stellte dieser Test aber die einzige Möglichkeit dar, alle Modellklassen einbeziehen zu können.

Alle Lehrkräfte der Modellklassen haben diese beiden Tests in ihren Klassen ausgeführt, allerdings ist nicht klar, inwieweit die Hinweise zur Durchführung auch überall beachtet wurden.

3.2.4.5 Stundenprotokolle in Phase I und II (2003/2004; 2004/2005)

Die drei Projektlehrkräfte, die in Phase I und II des Modellversuchs M³ unterrichteten, füllten nach jeder Unterrichtsstunde einen kurzen Protokollbogen aus. Ein Abdruck dieses Bogens findet sich im Anhang.

3.2.4.5.1 Zielsetzung

Die Bögen sollten Aufschluss darüber geben, wie oft der Rechner im Unterricht verwendet worden ist, bei welchen Themengebieten dies geschah und welche Inhalte mit dem TC behandelt wurden. Da alle beteiligten Lehrkräfte das erste Mal mit CAS arbeiteten, erschien diese Fragestellung besonders interessant.

3.2.4.5.2 Entwicklung/Schwierigkeiten/Auffälligkeiten

Die Protokollbögen wurden mit unterschiedlicher Sorgfalt ausgefüllt. Die Eintragungen in den Spalten zum Unterrichtsinhalt enthielten ausführliche Hinweise genauso wie äußerst knappe Stichpunkte, so dass eine Auswertung nur bedingt möglich war.

Eine Fortführung dieser Stundenprotokolle in verbesserter Form über die Phase II hinaus wäre wünschenswert gewesen. Allerdings waren die beteiligten Lehrkräfte aufgrund des Zeitaufwandes und der fehlenden Anrechnung ihrer Mitarbeit (etwa in Form einer Unterrichtsentlastung) nicht dazu bereit.

3.2.4.6 Wertungsfragebögen SchülerInnen

Den Schülern der Jahrgangsstufe 10 wurde am Ende jedes Schuljahres von 2003/2004 bis einschließlich 2005/2006 ein Wertungsfragebogen vorgelegt.

3.2.4.6.1 Zielsetzung

Es sollte festgestellt werden, welche Einstellung Schüler im Laufe eines Schuljahres zum neuen Hilfsmittel TC entwickeln. Ebenso wurde untersucht, inwieweit sich die Einstellung zum Mathematikunterricht veränderte, was die Schüler als besonders positiv oder negativ im Zusammenhang mit dem TC-Einsatz erlebten.

3.2.4.6.2 Entwicklung/Schwierigkeiten/Auffälligkeiten

Der Fragebogen wurde ab dem Schuljahr 2006/2007 als Online-Fragebogen eingesetzt.

3.2.4.7 Wertungsfragebögen Lehrkräfte

Im Schuljahr 2005/2006 wurde erstmalig ein Wertungsfragebogen für Lehrkräfte eingesetzt. Vorher war die Zahl der Lehrkräfte überschaubar, Rückmeldungen waren bei persönlichen Treffen möglich.

3.2.4.7.1 Zielsetzung

Es sollte herausgefunden werden, welche Einstellung Lehrkräfte im Laufe eines Schuljahres zum neuen Hilfsmittel TC im Unterricht entwickeln und welche Erfahrungen sie beim Einbinden des Werkzeugs in ihren Unterricht machen.

3.2.4.7.2 Entwicklung/Schwierigkeiten/Auffälligkeiten

Der Fragebogen wurde ab dem Schuljahr 2006/2007 als Online-Fragebogen eingesetzt.

3.2.4.8 Online-Wertungsfragebögen Lehrkräfte

Ab dem Schuljahr 2006/2007 wurden die Lehrkräfte online befragt. Zum Einen konnte dadurch der hohen Anzahl an Lehrkräften leichter Rechnung getragen werden, zum Anderen war die Auswertung auf diese Weise wesentlich einfacher.

3.2.4.8.1 Zielsetzung

Die Einstellungen gegenüber einem TC und die Erfahrungen im alltäglichen Unterricht im Laufe des Einsatzes eines TC sollten mit diesen Befragungen aus Sicht der Lehrkräfte evaluiert werden.

3.2.4.8.2 Entwicklung/Schwierigkeiten/Auffälligkeiten

Schuljahr 2005/2006:
Aus personellen Gründen und aufgrund zu geringer Ressourcen konnte in diesem Schuljahr keine begleitende monatliche Lehrerbefragung etabliert werden, so dass eine abschließende einmalige Lehrerbefragung durchgeführt wurde.

Schuljahr 2006/2007:
Der abschließende Fragebogen des Schuljahres 2005/2006 hat Informationen geliefert, jedoch sollten diese etwas detaillierter aufgenommen werden – zudem erschien eine Befragung verteilt über den Zeitraum eines Schuljahres geeigneter, Entwicklungstendenzen aufzeichnen zu können. Wünschenswert wäre es gewesen, von jeder Unterrichtsstunde ein Protokoll anfertigen zu lassen. Dies erwies sich jedoch aus den in 3.2.4.5.2 genannten Gründen nicht als durchführbar. Eine Zusammenarbeit mit den Lehrkräften stand, wäre eine solche Maßnahme angegangen worden, in Gefahr. Also fiel die Entscheidung zu einer monatlichen Online-Befragung. Die Lehrkräfte erhielten vom Projektleiter monatlich per E-Mail einen Link zu einer Website, welche einen Fragebogen enthielt, den man online ausfüllen konnte.
Von diesem System wurde erhofft, monatliche Entwicklungen und Veränderungen aufzeichnen zu können. Jedoch stellte sich heraus, dass diese Befragungen durch die Lehrkräfte nur sehr schleppend und mit großer wechselnder Teilnahme ausgefüllt wurden. Eine monatliche Befragung wurde als zu belastend empfunden.

Schuljahr 2007/2008:
Aufgrund der oben geschilderten Entwicklung wurde in diesem Schuljahr nur zum Ende jedes Halbjahres eine Befragung der Lehrkräfte mithilfe eines Online-Fragebogens durchgeführt.

3.2.4.9 Online-Wertungsfragebögen Schüler

Den Schülern der Jahrgangsstufe 11 wurde am Ende jedes Schuljahres von 2006/2007 bis einschließlich 2007/2008 ein Wertungsfragebogen online vorgelegt.

3.2.4.9.1 Zielsetzung

Schüler entwickeln im Laufe eines Schuljahres eine Einstellung zum neuen Hilfsmittel TC. Diese soll mit dem Fragebogen eruiert werden. Ebenso wird untersucht, inwieweit sich die Einstellung zum Mathematikunterricht verändert hat, was die Schüler als besonders positiv oder negativ erleben.

3.2.4.9.2 Entwicklung/Schwierigkeiten/Auffälligkeiten

Schuljahr 2006/2007:

In Vorgesprächen mit den Lehrkräften wurde geklärt, dass eine monatliche Befragung der Schüler nicht leistbar und durchsetzbar war. Gemeinsam wurde festgelegt, analog zum vorherigen Vorgehen am Schuljahresende eine Befragung durchzuführen. Diese Befragung wurde online durchgeführt. Die Projektlehrkräfte erhielten eine Internetadresse, unter der sie mit ihren Schülern einen Fragebogen online ausfüllen konnten.

Einige Schüler einer Klasse haben die Online-Umfrage dadurch erschwert, dass sie in die Textfelder für Freitexteingabe (deren Inhalt sich durch das verwendete Software-System nicht begrenzen ließ) mit enormen Texten sinnlosen Inhalts füllten (so wurde etwa ein Volksliedtext 130-mal kopiert und eingefügt). Mit großem Aufwand gelang es, die Daten der Umfrage dennoch auszuwerten. Wenngleich dies nur bei einer Klasse auftrat, wurde im Folgenden auf Freitexteingaben verzichtet.

Schuljahr 2007/2008:

Analog wurde in diesem Schuljahr verfahren. Zum Halbjahr wurde versucht, die Befragung in Schülerinnen und Schüler aufzuteilen, welche einen TI-Nspire™ CAS verwenden, ein Taschencomputer mit erhöhter Funktionalität und in solche , die einen Voyage 200 verwenden. Diese Aufteilung wurde in der Befragung vom Schuljahresende nicht mehr beibehalten.

3.2.5 Qualitative Untersuchungswerkzeuge

3.2.5.1 Prüfungsaufgaben/Klassenarbeiten

Die Lehrkräfte des Modellversuchs wurden gebeten, die von Ihnen erstellten Prüfungsaufgaben, insbesondere die der Klassenarbeiten, einzusenden. Zusätzlich wurde verlangt, eine Einschätzung zu geben, ob man die Aufgaben auch ohne TC verwendet hätte bzw. was sich durch den TC verändert hat. (Ein Formular dazu findet sich im Anhang).

3.2.5.1.1 Zielsetzung

Gerade zu Beginn des Modellversuchs stand die Frage, inwieweit das Vorhandensein des TC die Art der Prüfungsaufgaben beeinflusst. Es sollte untersucht werden, ob sich die Aufgabenstellungen ändern, wenn ja, wie stark dies geschieht bzw. ob eine Tendenz erkennbar ist. Auch sollte untersucht werden, ob eine Veränderung bzw. Konsolidierung über die Jahre hinweg beobachtbar ist.
Zusätzlich wurden die Prüfungsaufgaben der Bewertung durch einen externen Experten unterzogen, um Besonderheiten festzustellen.

3.2.5.1.2 Entwicklung/Schwierigkeiten/Auffälligkeiten

Bereits in Phase I und II wurden Prüfungsaufgaben nur sehr verhalten eingesendet. Mehrfaches Nachfragen und Bitten war hierzu erforderlich, brachte aber oft nicht den gewünschten Effekt.
Beim Austausch von Prüfungsaufgaben untereinander war eine große Inhomogenität feststellbar. Offenbar bereitete es den Lehrkräften Unbehagen, selbst entwickelte Prüfungsaufgaben mit anderen Lehrkräften auszutauschen.
Auch im weiteren Verlauf des Modellversuchs bestätigte sich dieses Verhalten der Lehrkräfte. Der Austausch untereinander war äußerst verhalten und auf ganz wenige Lehrkräfte (und zwar immer die gleichen) beschränkt. Die Einsendung von Prüfungsaufgaben ging im Laufe des Modellversuchs stetig zurück.

Eine Erklärung hierfür lässt sich nur so finden, dass die Befürchtungen, aus eigenen Prüfungsaufgaben könne man Rückschlüsse auf die persönliche Fähigkeit, den TC geeignet zu integrieren (was immer das heißen möge) ziehen, so groß waren, dass viele beteiligte Lehrkräfte nicht bereit waren, ihre Prüfungen anderen zur Verfügung zu stellen. Bei den Projekttreffen und Fortbildungen konnte man zwar beobachten, dass die Frage nach Prüfungen und Prüfungsaufgaben immer wieder gestellt wurde. Allerdings wurde immer nur der Wunsch geäußert, solche Aufgaben erhalten zu können. Fast niemals wurde die Bereitschaft geäußert, eigene Aufgaben mit anderen zu teilen.

Die Thematik der Integration eines TC in die Prüfungen ist wichtig und komplex. Die Auswertungen im folgenden Kapitel werden weitere Belege dafür bringen.

3.2.5.2 Interviews der Schüler

Im Schuljahr 2007/2008 wurden Interviews von Schülern durchgeführt.

3.2.5.2.1 Zielsetzung

In den Wertungsfragebögen konnten bestimmte Tendenzen auf breiter Basis (d. h. in einer großen Anzahl an Schülern) ermittelt werden. Jedoch blieben diese Wertungsfragebögen auf der quantitativen Ebene stehen.

Dagegen können Gründe oder Einstellungen von Schülern zum TC, die sie möglichst frei und von sich aus äußern, in vorformulierten Kategorien nicht erfasst werden. Ein geeignetes Untersuchungswerkzeug hierzu sind Interviews.

3.2.5.2.2 Entwicklung/Schwierigkeiten/Auffälligkeiten

Eine Durchführung der Interviews über das ganze Schuljahr verteilt erwies sich aus organisatorischen Gründen als nicht durchführbar. Daher wurden die Interviews gegen Schuljahresende durchgeführt, da zu dieser Zeit der tägliche Schulbetrieb am Wenigsten gestört wird.

Dazu fuhr der Autor an insgesamt sechs Modellschulen, um dort Schüler der Modellschulen, vorwiegend aus der Jahrgangsstufe 11, zu befragen. Die Interviews wurden als Leitfadeninterviews durchgeführt. Dadurch sollte zum einen ein Gesprächsfaden vorgegeben werden, zum anderen aber genügend Offenheit bleiben, den Schülern freie Äußerungen „entlocken“ zu können. Im Vorfeld der Interviews mussten diese jeweils durch Kontaktaufnahme mit der jeweiligen Schulleitung und der jeweiligen Modelllehrkraft organisiert und abgesprochen werden. Es wurde versucht, Schüler beiderlei Geschlecht möglichst in gleicher Zahl zu befragen. Die Lehrkräfte, die die befragten Schüler unterrichteten, wurden gebeten, auf jeden Fall einen Schüler auszuwählen, der nach ihrer Meinung dem Einsatz des TC eher negativ gegenüber steht, um die Gründe dafür eruieren zu können.

Die Interviews wurden als Audio-Dokumente aufgezeichnet und transskribiert.

3.2.5.3 Interviews der Lehrkräfte

Im Schuljahr 2007/2008 wurden auch Interviews mit Lehrkräften der Modellschulen durchgeführt.

3.2.5.3.1 Zielsetzung

Auch Lehrkräfte füllten Wertungsfragebögen aus. Um auch frei formulierte Einstellungen erfassen zu können, wurde das Interview als Untersuchungswerkzeug gewählt.

3.2.5.3.2 Entwicklung/Schwierigkeiten/Auffälligkeiten

Zunächst wurde versucht, die Interviews mit den Lehrkräften zeitgleich zu denjenigen mit den Schülern durchzuführen. Jedoch war dies aufgrund organisatorischer Probleme nicht immer durchführbar.

Die Interviews mit den Lehrkräften wurden überwiegend mithilfe eines Videokonferenzprogramms am PC durchgeführt, als Audio-Dokumente gespeichert und transskribiert.

Insgesamt nahmen sieben Lehrkräfte daran teil.

4 Der Modellversuch M³ - Ein Überblick

Der Modellversuch „Medienintegration im Mathematikunterricht“ (kurz: M³) beschäftigt sich mit dem langfristigen Einsatz eines Taschencomputers im Mathematikunterricht des Gymnasiums. In diesem Kapitel soll der zeitliche Verlauf des Projekts sowie die Zahl der beteiligten Schulen, Lehrkräfte und Schüler erläutert werden. Details zur Untersuchung werden in den nachfolgenden Kapiteln dargestellt.

4.1 Ausgangssituation

In den bayerischen Gymnasien ist im Mathematikunterricht ab der Jahrgangsstufe 8 ein elektronischer Taschenrechner zugelassen. Ein GTR oder TC darf in Prüfungen nicht verwendet werden, daher ist er als Hilfsmittel im Unterricht wenig verbreitet. Der Lehrplan schreibt keine Verwendung von Technologie vor, an einigen Stellen werden Empfehlungen zum Einsatz von Werkzeugen wie Tabellenkalkulation oder Funktionenplotter gegeben.

4.2 Die verschiedenen Phasen des Modellversuchs

Der Modellversuch M³ lief in verschiedenen Phasen ab, die im Folgenden kurz beschrieben werden:

4.2.1 Phase I (Schuljahr 2003/2004)

Im Schuljahr 2003/2004 begann der Modellversuch im kleineren Rahmen. In einer Pressemitteilung des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus wurde signalisiert, dass man Schulen bzw. Lehrkräfte suche, die am Einsatz eines TC Interesse hätten. Es wurden drei Lehrkräfte gefunden, wobei sich eine Lehrkraft (der Autor dieser Arbeit) beworben hat, die anderen beiden hat man aus einer Themengruppe gewählt, die sich im Rahmen eines früheren Projektes bereits mit Computeralgebra beschäftigt hat.

Jeder der drei Lehrkräfte unterrichtete Klassen der Jahrgangsstufe 10, und zwar für die Dauer eines Schuljahres. Die Klassen waren nicht speziell ausgewählt, es gab keine Wahlmöglichkeit für bzw. gegen eine Teilnahme am Modellversuch seitens der Schüler.

In der Phase I waren drei Lehrkräfte und vier Modellklassen (eine Lehrkraft unterrichtete zwei Klassen) der Jahrgangsstufe 10 mit insgesamt 137 Schülern beteiligt. In den Kontrollklassen der Jahrgangsstufe 10 befanden sich 121 Schüler. Die Lehrkräfte in Modell- und Kontrollklassen waren nicht identisch.

Die Klassen wurden mit dem TC „TI Voyage 200“ ausgestattet. Die Verwendung des TC in allen Leistungserhebungen in der Jahrgangsstufe 10 wurde erlaubt. Jeder Schüler erhielt für die Dauer des Schuljahres ein eigenes Gerät zu seiner Verfügung. Den Schülern war bekannt, dass der TC nach Absolvieren der Jahrgangsstufe 10 nicht weiter verwendet werden darf.

Das Ziel dieser Phase war es, erste Erfahrungen im Einsatz eines TC im Mathematikunterricht zu gewinnen.

Die Universität Würzburg wurde mit der Evaluation beauftragt. Es fand in den Klassen jeweils ein Vortest und ein Nachtest ohne Verwendung des TC statt. Dieser Test wurde ebenso in drei Vergleichsklassen der Jahrgangsstufe 10 (die keinen TC verwendet haben) geschrieben. Zudem gab es am Ende des Schuljahres eine Befragung der Schüler und Lehrkräfte zu ihrer Einstellung gegenüber dem Werkzeug und seinem Einsatz im Unterricht. Die Lehrkräfte führten über jede Stunde ein Unterrichtsprotokoll. Die Lehrkräfte legten je nach einem halben Jahr einen schriftlichen Erfahrungsbericht vor.

4.2.2 Phase II (Schuljahr 2004/2005)

Phase II bildete einen wiederholten Durchlauf der Phase I mit den gleichen Bedingungen und Untersuchungsmethoden. Es waren vier Modellklassen der Jahrgangsstufe 10 (insgesamt 118 Schüler) sowie drei Kontrollklassen (insgesamt 124 Schüler) beteiligt.

Aufgrund der positiven Erfahrungen des ersten Durchgangs bemühten sich die beteiligten Lehrkräfte darum, die Klassen der Jahrgangsstufe 10 des ersten Durchgangs als Klassen der Jahrgangsstufe 11 fortzuführen. Diese Klassen wurden (zusätzlich zu den der Jahrgangsstufe 10) mit Taschencomputern ausgerüstet. Hierzu wurde auch versucht, die Zulassung des TC in Prüfungen der Klassen 11 zu erreichen, was nicht gelang. In der Phase II setzen die Modelllehrkräfte also in je einer Klasse der Jahrgangsstufe 11 den TC ein, allerdings nicht in Prüfungen.

Die Projektlehrkräfte machten dabei die Erfahrung, dass sich der Einsatz des TC von der Schülerhand hin zum Lehrer zu Demonstrationszwecken verschob. Der Einsatz in der Hand der Schüler ging im Laufe des Schuljahres so weit zurück, dass der TC nahezu keine Rolle mehr im Unterricht spielte. Die Tatsache, den TC nicht in Prüfungen verwenden zu dürfen, hat dazu geführt, die beständige Verwendung des TC sogar abzulehnen. In einer schriftlichen Befragung der Klasse 11 (durchgeführt von einer Modelllehrkraft) äußerte ein Schüler treffend: „*Beim Aufgaben rechnen brauche ich oft den Rechner nicht, aber ich kann ihn nehmen, wenn ich will. Das sollte auch in der Schulaufgabe*[144] *so sein. Wenn man ihn mir da wegnimmt, wozu habe ich ihn dann vorher. Nicht mal mehr einen Graphen anschauen kann ich dann.*“ Es lässt sich also festhalten, dass eine Integration des TC in den Unterricht auch eine Integration in die Prüfungen zwingend einschließt, denn ein Ausschluss aus den Prüfungen führt zu einem Verdrängen des TC aus dem Unterricht. Ich führe dies darauf zurück, dass der TC (wie man der vorher genannten Schüleräußerung entnehmen kann) beim Schüler nicht nur Rechenwerkzeug, sondern auch Lernwerkzeug ist. So ist etwa das Verdeutlichen von Situationen mithilfe eines Graphen für den Schüler auch in Prüfungen nötig. Neue Strategien, die Schüler im Unterricht mit dem TC erlernen, wollen sie auch in Prüfungen nutzen.

Phase II bildete den Abschluss des Startprojekts.

4.2.3 Phase III (Schuljahr 2005/2006)

Aufgrund der positiven Erfahrungen der ersten Projektphasen wurde beschlossen, den Modellversuch auszuweiten in zweifacher Hinsicht, nämlich einmal

[144] Klassenarbeit

bezüglich der Anzahl der beteiligten Schulen und Lehrkräfte sowie bezüglich der Jahrgangsstufen. Zwar startete man wieder in der Jahrgangsstufe 10, aber mit der Vorgabe, in 11 fortzufahren.
Es fand seitens der administrativen Stellen eine Ausschreibung statt, auf deren Resonanz hin Schulen ausgewählt wurden. Inhalt der Ausschreibung war insbesondere die Forderung, dass die Schulen (mindestens) zwei Jahre mit mindestens zwei Lehrkräften teilnehmen sowie die Evaluation unterstützen.
Es wurden neben den drei Schulen der ersten beiden Projektphasen sieben weitere Schulen ausgewählt, so dass also insgesamt zehn Schulen beteiligt waren. In diesem Schulen wurden insgesamt 12 Modellklassen mit 257 Schülern von 11 Lehrkräften unterrichtet. In den 10 Kontrollklassen gab es 107 Schüler (diese geringe Zahl resultiert aus der Tatsache, dass die Lehrkräfte der Kontrollklassen die Tests nicht überall durchgeführt haben).
Bis auf die Lehrkräfte der ersten beiden Phasen waren die teilnehmenden Lehrkräfte nicht mit einem TC vertraut, die Aufgeschlossenheit gegenüber dem neuen Hilfsmittel war sehr heterogen und reichte von großer Aufgeschlossenheit bis hin zu völliger Ablehnung. Obwohl eine Ausschreibung stattgefunden hatte, waren nicht alle teilnehmenden Lehrkräfte, wie man vermuten könnte, dem TC gegenüber positiv eingestellt. Die Gründe für eine Schule, am Modellversuch teilzunehmen, waren also nicht nur rein fachlich bzw. didaktisch motiviert. Es gab auch Lehrkräfte, die gegen ihren Willen von der Schulleitung angewiesen wurden, sich an dem Modellprojekt zu beteiligen. Die Lehrkräfte in Kontroll- und Modellklassen waren nicht identisch.
Die Schüler der Klassen wurden nicht eigens für den Modellversuch ausgesucht, ihre Auswahl erfolgte rein zufällig über die entsprechende Unterrichtsverteilung an den Schulen.
Den Schülern wurde mitgeteilt, dass sie den TC in der Jahrgangsstufe 10 und 11 (auch in Prüfungen) benutzen dürfen, eine Nutzung darüber hinaus sehe der Modellversuch nicht vor.

4.2.4 Phase IV (Schuljahr 2006/2007)

Zu den Modellschulen der Phase III kam noch eine weitere Schule hinzu. Z. T. wurden in der Jahrgangsstufe 10 neue Durchgänge des Modellversuchs begonnen, z. T. wurden die Modellklassen des vergangenen Jahres in der Jahrgangsstufe 11 weiter geführt. Die meisten Schüler in den Klassen 11 waren auch Schüler in den Klassen 10, von einigen Klassenumbildungen abgesehen. Eine neu hinzugekommene Schule begann in der Jahrgangsstufe 11.

Insgesamt waren in der Phase IV beteiligt:

- 11 Schulen
- 23 Lehrkräfte (in den Modellklassen)
- 5 Klassen der Jahrgangsstufe 10 mit insgesamt 136 Schülern
- 16 Klassen der Jahrgangsstufe 11 mit insgesamt 412 Schülern
- 11 Kontrollklassen der Jahrgangsstufe 11 mit insgesamt 320 Schülern, unterrichtet von 11 Lehrkräften, von denen keiner am Modellversuch beteiligt war

Die Lehrkräfte in den Modellklassen waren zum Großteil diejenigen der vorherigen Phase, z. T. kamen auch neue Lehrkräfte hinzu. Einige Lehrkräfte hatten keine Erfahrung im Unterrichten mit TC, andere die Erfahrung aus einem Jahr Unterricht im Modellversuch. Die Schüler der Klassen wurden wiederum nicht speziell ausgesucht.

Im Laufe der Phase IV entstand auf Seiten der Modelllehrkräfte der Wunsch, das Projekt in die Jahrgangsstufen 12 und 13 fortzusetzen. Dies ist ein zu den Erfahrungen der Anfangsphasen analoges Phänomen und bestätigt die positiven Erfahrungen auf Seiten der Lehrkräfte, die zu dem Wunsch führen, beständig mit dem Werkzeug TC unterrichten zu wollen.

Aufgrund administrativer Schwierigkeiten bezüglich der Zulassung von TC in einer schriftlichen Abiturprüfung konnte eine Ausdehnung des Modellversuchs auf die Jahrgangsstufen 12 und 13 mit analogen Bedingungen nicht erreicht werden. So wurde festgelegt, dass die Schüler in 12 und 13 zwar den TC in Prüfungen verwenden dürfen, nicht aber in einer schriftlichen Abiturprüfung. Ein Einsatz in der mündlichen Abiturprüfung wurde dagegen ermöglicht.

4.2.5 Phase V (Schuljahr 2007/2008)

Die Zahl der Modellschulen blieb konstant. Einige Modellschulen begannen wiederum einen weiteren Durchgang des Projekts in der Jahrgangsstufe 10, einige führten von 10 auf 11 weiter, andere begannen in der Jahrgangsstufe 11 neu, wiederum einige führten von 11 auf die Jahrgangsstufe 12 fort. Dabei gab es, vor allem beim Übergang von 11 auf 12, Umbildungen und Neubildungen von Klassen, so dass in einigen Klassen zu den Schülern, die bereits ein oder zwei Jahre mit dem TC gearbeitet hatten, auch solche hinzukamen, denen der TC unbekannt war. Die beteiligten Lehrkräfte stammten großteils aus der Menge der Lehrkräfte, welche schon einmal in einer Phase des Modellprojekts mit dem TC unterrichtet hatten. Es gab aber auch solche, die neu hinzustießen und die noch keine Erfahrung im Unterrichten mit TC hatten. An einigen Schulen erfolgte zudem ein Einsatz eines neues TC-Modells, so dass dort auch zwei verschiedene Geräte, auch von der gleichen Lehrkraft, eingesetzt wurden.

An der Phase V waren beteiligt:

- 11 Schulen
- 21 Lehrkräfte
- 8 Klassen der Jahrgangsstufe 10 mit insgesamt 238 Schülern
- 12 Klassen der Jahrgangsstufe 11 mit insgesamt 285 Schülern
- 5 Klassen der Jahrgangsstufe 12[145] mit insgesamt 116 Schülern

Aus personellen Gründen und aufgrund der Tatsache, dass in dieser Hinsicht genügend Erfahrungen gesammelt worden sind (siehe Kapitel 5 und 6), wurden keine Kontrollklassen (ohne TC-Verwendung) betrachtet.

Die Schüler der Jahrgangsstufen 10 und 11 waren nicht speziell für den Modellversuch ausgewählt, bei den Schülern der Jahrgangsstufe 12 wurde versucht,

[145] Dies waren jeweils Grundkurse Mathematik.

Schüler zu finden, welche bereits vorher mit dem TC gearbeitet hatten. Dies gelang aber nicht immer, so dass es bezüglich der Erfahrungen mit dem TC sowohl homogene als auch heterogene Klassen gab. Die meisten Lehrkräfte hatten im Modellprojekt bereits unterrichtet, es gab aber auch erstmalig teilnehmende Lehrkräfte.

4.2.6 Phase VI (Schuljahr 2008/2009)

Aufgrund einer schulorganisatorischen Umstellung von neun Jahren gymnasialer Unterrichtszeit auf acht Jahre wurden in dieser Phase keine Klassen der Jahrgangsstufe 10 beteiligt.

Der Modellversuch wurde wie in den vorangegangenen Phasen durchgeführt. An drei Schulen wurde kein Modellversuch durchgeführt. Die Gründe hierfür waren zweierlei. Es gab zwei Schulen, an denen der Modellversuch aufgrund personeller Veränderungen (die hauptsächlich im Modellversuch tätige Lehrkraft hat die Schule verlassen) beendet wurde. Ebenso gab es eine Schule, an der der Modellversuch beendet wurde, weil die Lehrkräfte diesen nicht weiter führen wollten mit der Begründung, es fehle seitens des Ministeriums eine offizielle Zielvorgabe bzgl. einer Einführung des TC.

Insgesamt waren beteiligt:

- 8 Schulen
- 18 Lehrkräfte
- 11 Klassen der Jahrgangsstufe 11 mit insgesamt 277 Schülern
- 3 Klassen der Jahrgangsstufe 12 mit insgesamt 65 Schülern
- 2 Klassen der Jahrgangsstufe 13 mit insgesamt 32 Schülern

Eine Lehrkraft stieß neu zum Modellversuch hinzu, alle anderen hatten bereits Unterrichtserfahrung im Modellversuch sammeln können.

5 Der Modellversuch M^3 in der Jahrgangsstufe 10

In diesem Kapitel werden die Erfahrungen und Ergebnisse der Beobachtungen in der Jahrgangsstufe 10 dargelegt. Als Modellklassen werden jeweils diejenigen Klassen bezeichnet, in welchen ein TC eingesetzt wurde. Diejenigen Klassen, in denen kein TC eingesetzt wurde, werden als Kontrollklassen bezeichnet.

5.1 Die (Ausgangs-) Situation

In den ersten beiden Phasen des Modellversuchs wurden Erfahrungen in einem kleineren Kreis von drei Lehrkräften und 6 Modellklassen gesammelt. In der dritten und vierten Phase wurden der Modellversuch auf mehr Lehrkräfte und Schulen ausgedehnt.

In der Jahrgangsstufe 10 wurden in Mathematik folgende Inhalte unterrichtet: Rechnen mit Potenzen (natürliche, ganzzahlige und rationale Exponenten), Polynomdivision, Potenzfunktionen (auch Umkehrbarkeit), Exponential- und Logarithmusfunktion, Rechnen mit Logarithmen, Exponentialgleichungen, Kreis, Zylinder, Kegel, Kugel, Trigonometrie am rechtwinkligen und allgemeinen Dreieck und trigonometrische Funktionen.

5.1.1 Schuljahr 2003/2004

In sechs 10. Klassen an drei bayerischen Gymnasien (insgesamt 137 Schülerinnen und Schüler) wurde über ein Jahr hinweg der TC „TI Voyage 200“ im Unterricht und in Prüfungen eingesetzt. Als Kontrollklassen wurden vier 10. Klassen (121 Schülerinnen und Schüler) an drei bayerischen Gymnasien in den Test einbezogen. Die in den Modellklassen tätigen drei Lehrkräfte unterrichteten dabei jeweils nach ihrem eigenen Konzept, das sich bei allen auf eine gewisse Erfahrung im Umgang mit Neuen Technologien begründete. Diese Erfahrung resultierte aber nicht aus dem konkreten Unterrichten mit der Technologie (einschließlich dem Durchführen von Prüfungen). Die Entwicklung eines gemeinsamen Unterrichtskonzepts für alle CAS-Klassen hätte eines für alle akzeptablen Konsenses mit entsprechenden Diskussionen in der Gruppe sowie Ausarbeitung

von Lernsequenzen bedurft. Dieser Konsens war leider nicht herzustellen. Ebenso standen die personellen Ressourcen nicht zur Verfügung.
Aufgrund der Vorgaben des Bayerischen Kultusministeriums war Lehrkräften wie Schülern bekannt, dass der TC nur in der Jahrgangsstufe 10, nicht aber in der Jahrgangsstufe 11 verwendet werden darf.

5.1.2 Schuljahr 2004/2005

Der TC wurde wiederum über ein Jahr hinweg in sechs Klassen der Jahrgangsstufe 10 an denselben drei Gymnasien (insgesamt 118 Schülerinnen und Schüler) im Unterricht und in Prüfungen eingesetzt. Als Kontrollklassen wurden vier 10. Klassen (124 Schülerinnen und Schüler) an drei Gymnasien in den Test einbezogen. Die in den Modellklassen unterrichtenden drei Lehrkräfte waren dieselben wie im Schuljahr zuvor.
Aufgrund der Vorgaben des Bayerischen Kultusministeriums war Lehrkräften wie Schülern bekannt, dass der TC nur in der Jahrgangsstufe 10, nicht aber in der Jahrgangsstufe 11 verwendet werden darf.

5.1.3 Schuljahr 2005/2006

Der TC wurde wiederum über ein Jahr hinweg in 12 Klassen der Jahrgangsstufe 10 an zehn Gymnasien (insgesamt 257 Schülerinnen und Schüler) im Unterricht und in Prüfungen eingesetzt. Als Kontrollklassen wurden zehn 10. Klassen (145 Schülerinnen und Schüler) an zehn Gymnasien in den Test einbezogen. Die drei Lehrkräfte, die in den ersten beiden Phasen bereits beteiligt waren, unterrichteten weiterhin. Neu hinzu kamen sieben weitere Lehrkräfte, die über keine Erfahrung im Unterrichten mit TC verfügten.
Verändert gegenüber dem Vorjahr war nun die Tatsache, dass Lehrkräften wie Schülern bekannt war, dass der TC auch in der folgenden Jahrgangsstufe 11 (im Unterricht und in Prüfungen) verwendet werden darf. Eine Verwendung darüber hinaus in der Kollegstufe und im Abitur wurde ausgeschlossen.

Ein gemeinsames Unterrichtskonzept konnte nur angeregt und partiell durchgeführt werden: So wurde durch gezieltes Materialangebot[146] in den Projekttreffen, welches dort ausführlich thematisiert worden sind, ebenso wie durch eine persönliche Betreuung und eine Online-Plattform versucht, eine möglichst große Anzahl an Lehrkräften zu erreichen und auf diesem Wege ein gemeinsames Konzept anzuregen.

[146] Dieses Angebot bestand aus einer Auswahl von Lehrbüchern, welche bereits CAS integrieren sowie aus Publikationen von Herstellern. Zusätzlich wurde vom Autor dieser Arbeit ein 50-seitiges Skript mit Unterrichtsbeispielen zur Jahrgangsstufe 10 erstellt. Dieses Skript kann auf Anforderung beim Autor erhalten werden.

5.2 Entwicklung, Durchführung und Bewertung der empirischen Untersuchung

5.2.1 Vor- und Nachtests

Zu Beginn und am Ende der Jahrgangsstufe 10 wurden in den Modellklassen und den Kontrollklassen in den Schuljahren 2003/2004, 2004/2005 und 2005/2006 jeweils Eingangs- und Endtests ohne TC-Verwendung geschrieben. Die Tests wurden von der Universität Würzburg erstellt und finden sich im Anhang.

Jede Aufgabe des Tests wurde mit einem Punkt versehen, Abzüge erfolgten je nach Bearbeitung der Lösung in Schritten von 0,25. Alle Tests wurden von derselben Person bewertet.

Folgende Untersuchungsfragen sollten durch die Tests beantwortet werden:

1. Welche Veränderungen hinsichtlich zentraler mathematischer Fähigkeiten (Termumformungen, Interpretieren von Graphen, Lösen von Gleichungen, Arbeiten mit Tabellen, Arbeiten mit Formeln) lassen sich bei den CAS-Klassen nach einem Jahr feststellen?
2. Wird durch den CAS-Einsatz – wie häufig behauptet – der Leistungsunterschied zwischen guten und schlechten Schülern größer?

5.2.1.1 Zentrale algebraische Fähigkeiten

Folgende Graphiken zeigen die Ergebnisse der Eingangstests der drei Schuljahre:

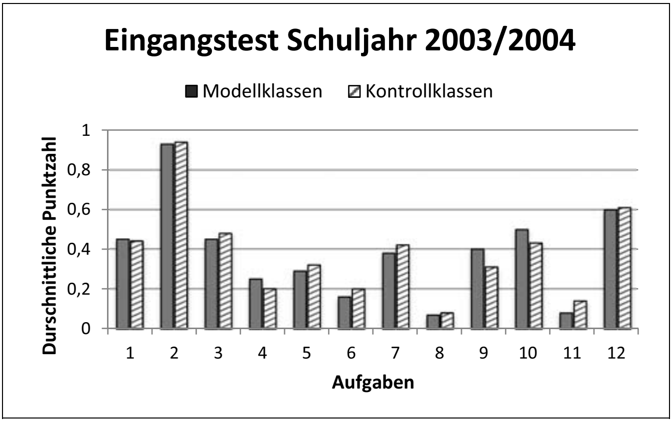


Abbildung 5-1: Eingangstest 2003/2004 (Jgst. 10)

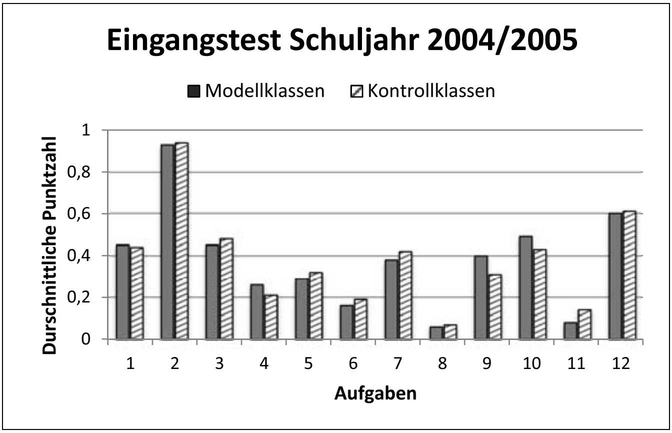


Abbildung 5-2: Eingangstest 2004/2005 (Jgst. 10)

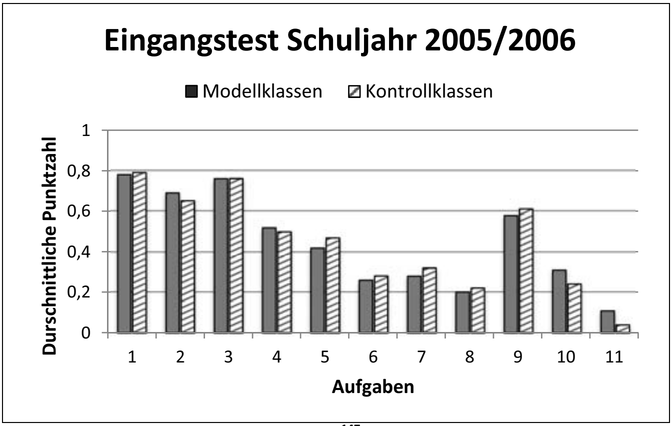


Abbildung 5-3: Eingangstest 2005/2006 (Jgst. 10)[147]

Es ist erkennbar, dass Modell- und Kontrollgruppen nahezu gleich in den Eingangstests abschneiden, so dass hier bezüglich der Ergebnisse im Endtest keine Unterscheidung aufgrund unterschiedlichen Leistungsniveaus zu treffen ist. Der t-Test nach Student ergab in allen drei Jahren über alle Aufgaben hinweg keine signifikanten Unterschiede. Bei einzelnen Aufgaben gab es im Jahr 2003/2004 bei Aufgaben 9 (Modellklassen besser) und 11 (Kontrollklassen besser) signifikante Unterschiede auf dem 5%-Niveau, im Schuljahr 2004/2005 gab es bei Aufgabe 11 einen signifikanten Unterschied auf dem 5%-Niveau.
Im Schuljahr 2005/2006 gab es bei keiner Aufgabe einen signifikanten Unterschied.

Folgende Graphiken zeigen stellen die Ergebnisse in den Nachtests der drei Schuljahre zusammenfassend dar:

[147] Der Test im Schuljahr 2005/2006 ist gegenüber den beiden vorherigen abgeändert worden. Daher liegen hier nur mehr 11 Aufgaben vor.

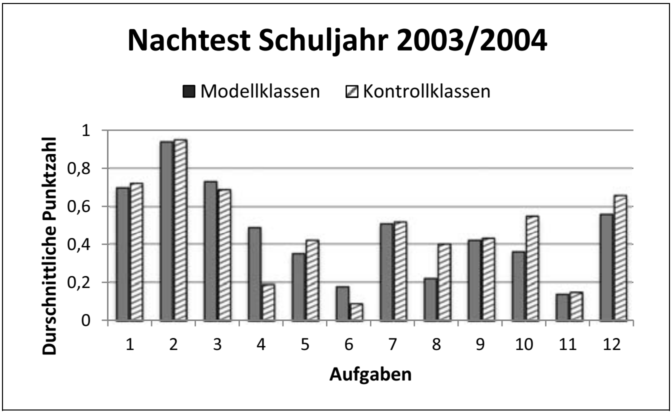


Abbildung 5-4: Nachtest 2003/2004 (Jgst. 10)

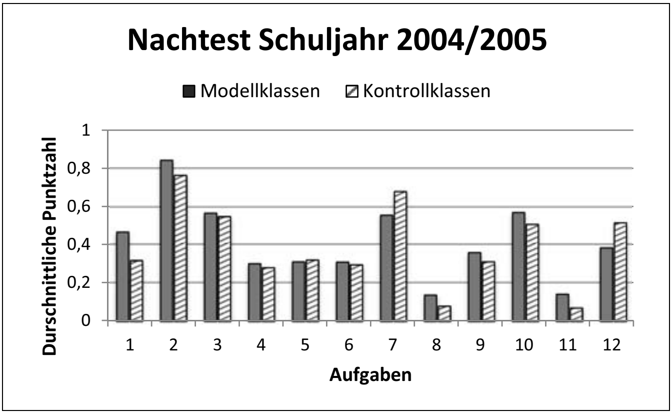


Abbildung 5-5: Nachtest 2004/2005 (Jgst. 10)

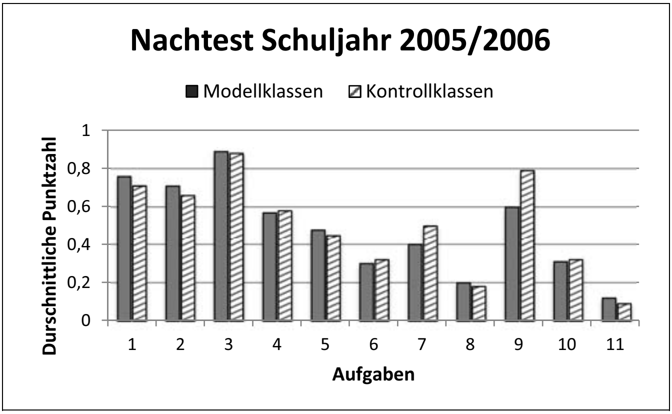


Abbildung 5-6: Nachtest 2005/2006 (Jgst. 10)

Eine Diskussion einzelner Aufgaben soll an dieser Stelle nicht vorgenommen werden, dies würde hier den Umfang sprengen. Näheres dazu findet sich in (Weigand, 2006) und in den Abschlussberichten der Universität.

Auf den ersten Blick erkennt man an den graphischen Darstellungen, dass die Unterschiede nicht markant sind. Bei einzelnen Aufgaben gab es im Jahr 2003/2004 bei fünf Aufgaben (4, 6, 8, 10 , 12), im Jahr 2004/2005 bei drei Aufgaben (3, 4, 12) und im Jahr 2005/2006 bei drei Aufgaben (5, 9, 10) signifikante Unterschiede nach dem t-Test nach Student. Hierbei zeigte sich aber keine gleichbleibende Tendenz, welche Aufgaben von den unterschiedlichen Gruppen besser bzw. schlechter bearbeitet worden sind.

Ordnet man die Aufgaben der einzelnen Nachtests den Bereichen Arbeiten mit Termen („Term“), Arbeiten mit Graphen („Graph“), Lösen von Gleichungen („Gleichung“) und Arbeiten mit Tabellen („Tabelle“) zu und fasst man die Ergebnisse der drei Jahre zusammen, so erhält man folgendes Bild:

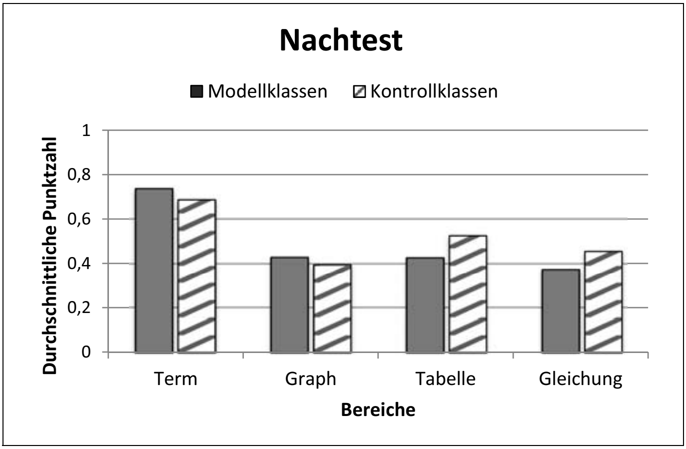


Abbildung 5-7: Nachtest 2003 bis 2006 (gesamt, Jgst. 10)

Beim Arbeiten mit Papier und Bleistift scheint eine leichte Tendenz erkennbar zu sein, dass die Schülerinnen und Schüler, welche mit TC unterrichtet worden sind, beim Arbeiten mit Termen und Graphen leicht besser sind als diejenigen, die nicht mit einem TC unterrichtet worden sind. Dies kann ein Hinweis darauf sein, dass die zur Verwendung eines TC verstärkt erforderliche Termstrukturerkennungs-kompetenz[148] bei diesen Schülern mehr gefördert wird und auch beim Arbeiten ohne Rechner vorhanden bleibt. Graphen stehen beim Arbeiten mit einem TC leichter und schneller zur Verfügung, so dass zu erwarten ist, dass Schüler der Modellklassen hier besser abschneiden. Man würde aber einen deutlicheren Unterschied erwarten. Eine offene Frage hierbei ist, ob beim Unterrichten mit dem TC z. T. schlichtweg zu viele graphische Darstellungen verwendet werden oder inwieweit hier die äußeren Rahmenbedingungen eine Rolle spielen, dass der TC nur begrenzt auf ein Schuljahr eingesetzt worden ist.

Beim Arbeiten mit Tabellen und beim Lösen von Gleichungen scheinen die Schüler der Modellklassen schlechter zu sein. Bei den Aufgaben der Tests musste aus einer vorgegebenen Wertetabelle eine Funktionsvorschrift ermittelt

[148] Diese ist generell zum Umgang mit Termen nötig, ein TC erfordert diese aber verstärkt. Vgl. (Heugl, et al., 1996), S. 162

werden. Schüler, welche einen TC einsetzen, dürften vermutlich diese Wertetabelle in ein Tabellenkalkulationsblatt eintragen und die graphische Darstellung zum Auffinden einer Funktionsvorschrift benutzen. Dieser Weg stand ihnen aber im Test nicht zur Verfügung. Dies kann eine Erklärung für das schlechtere Abschneiden sein. Dass Schüler der Modellklassen beim (algebraischen) Lösen von Gleichungen schlechter abschneiden, ist sicher darauf zurückzuführen, dass der TC als Modul zum Lösen von Gleichungen dient und sich Schwerpunkte im Unterricht auf das Aufstellen von Gleichungen und das Interpretieren von Lösungen verschieben.

Zusammenfassung:
Insgesamt zeigen die Ergebnisse der rechnerfreien Tests deutlich, dass durch den Unterricht mit einem TC die elementaren algebraischen Fertigkeiten nicht verloren gehen, wie dies gelegentlich prognostiziert wird.

5.2.1.2 Leistungsunterschiede

Aufgrund der Ergebnisse der Vortests wurden die Schüler bezüglich der durchschnittlich erreichten Punktzahl in jedem Jahr in drei Gruppen eingeteilt: Das untere Quartil wird als „schwach“, die beiden mittleren Quartile als „mittel“ und das obere als „stark“ bezeichnet.

Folgende Graphiken zeigen die mittleren Gesamtpunktzahlen dieser drei Gruppen in Vor- und Nachtest, dabei befinden sich die Ergebnisse der Modellklassen in der linken, die der Kontrollklassen in der rechten Spalte. In jeder Zeile finden sich die Ergebnisse eines Schuljahres, von oben nach unten chronologisch angeordnet.

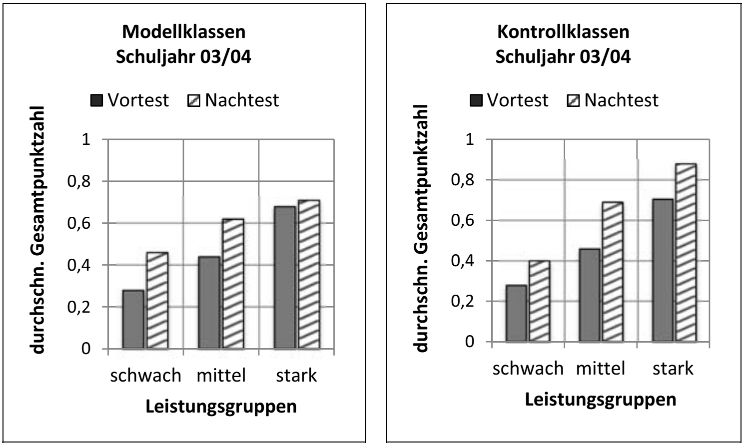


Abbildung 5-8: Leistungsgruppen 2003/2004 (Jgst. 10)

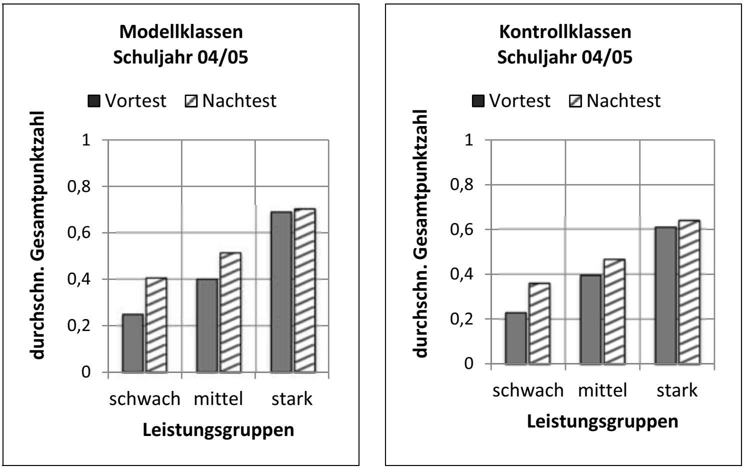


Abbildung 5-9: Leistungsgruppen 2004/2005 (Jgst. 10)

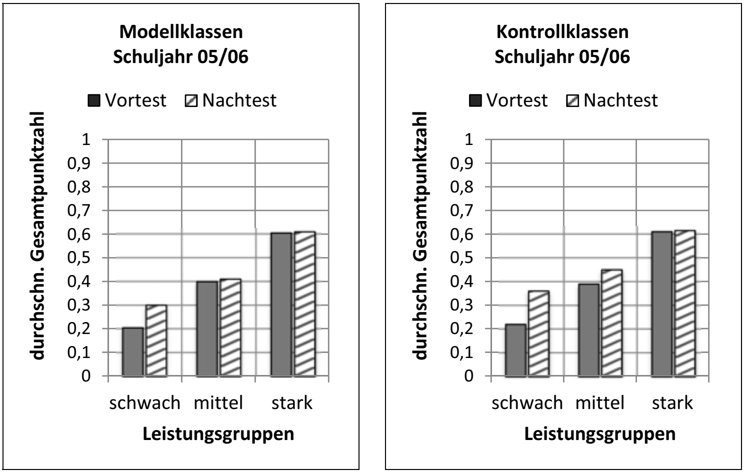


Abbildung 5-10: Leistungsgruppen 2005/2006 (Jgst. 10)

Betrachtet man Abbildung 5-8, also das Schuljahr 2003/2004, so könnte man daraus ableiten, dass im Unterricht mit TC die Gruppe der schwachen Schüler stärker gefördert wird, die Gruppe der mittleren Schüler keine Veränderung erfährt, wohingegen die Gruppe der starken Schüler mit Unterricht ohne TC stärker gefördert wird. Dies ließe sich positiv zugunsten der leistungsschwächeren Schüler deuten. Allerdings ist unklar, weshalb die leistungsstarken Schüler nahezu keine Zunahme erfahren. Zu beachten gilt es auch, dass sich die Daten in den Modellklassen hier nur auf drei Lehrkräfte und vier Modellklassen beziehen.

Dieselben Lehrkräfte unterrichteten im Schuljahr 2004/2005 wiederum vier Modellklassen. Es zeigt sich hier bezüglich der Gruppe der leistungsschwachen Schüler ein ähnliches Verhalten, allerdings ist der Zuwachsunterschied nicht so groß wie im Jahr zuvor. Bei den Kontrollklassen zeigt sich ein anderes Verhalten als im Jahr vorher. Die Kontrollklassen wurden von anderen Lehrkräften als die Modellklassen unterrichtet. Warum sich vom Schuljahr 2003/2004 auf das Schuljahr 2004/2005 diese Veränderung zeigt, ist unklar. Da die Leistungen der drei Gruppen im Eingangstest in Modell- und Kontrollklassen nahezu gleich sind, kann man nur vermuten, dass hier der Faktor Lehrkraft entscheidend ist,

denn die Lehrkräfte der Kontrollklassen waren in den Schuljahren 2003/2004 und 2004/2005 nicht dieselben.
Im Schuljahr 2005/2006 lag verglichen mit den beiden Jahren vorher eine deutlich breitere Datenbasis vor. Es gab 12 Modellklassen mit 11 Lehrkräften. Auch die Zahl der Kontrollklassen erhöhte sich auf 10. Betrachtet man die Ergebnisse dieses Jahres (Abbildung 5-10), so lässt sich erkennen, dass sich die drei Leistungsgruppen in Modell- und Kontrollklassen nahezu nicht unterscheiden, also in etwa gleiches Verhalten beim Leistungszuwachs zeigen.

Zusammenfassung:
Die Leistungsschere öffnet sich durch den Einsatz eines TC nicht weiter. Es ist also nicht so, dass leistungsschwächere Schüler noch schwächer und leistungsstärkere Schüler noch besser werden.

5.2.2 (freiwilliger) Test mit TC

Im Schuljahr 2005/2006 wurde erstmals am Ende des Schuljahres ein Test unter Einsatz eines TC geschrieben. Die Teilnahme an diesem Test war den Lehrkräften freigestellt. Es beteiligten sich drei Klassen an diesem Test.
Die Aufgaben des Tests wurden von den beteiligten Lehrkräften vorgeschlagen. Alle Aufgaben sind als komplex anzusehen, da mehrmals explizite Begründungen von Schülern gefordert werden. Im Mittelpunkt des Interesses bei diesem Test stand nicht in erster Linie, ob ein Schüler die Aufgabenstellung richtig löst, sondern welche Strategie er dabei anwendet.
Sofern die Strategie bei den Lösungen der Schüler erkennbar war, wurde diese einer der folgenden Kategorien zugeordnet. Dabei wurden mehrfach auftretende Strategien entsprechend ihres Auftretens gewichtet:

- graphische Strategie,
- symbolisch-numerische Strategie
  (auf der symbolischen Ebene wurde numerisch gerechnet),
- symbolische Strategie (mit dem TC oder ohne TC),

- tabellarische Strategie (Arbeiten mit Tabellen),
- verbale Begründungen

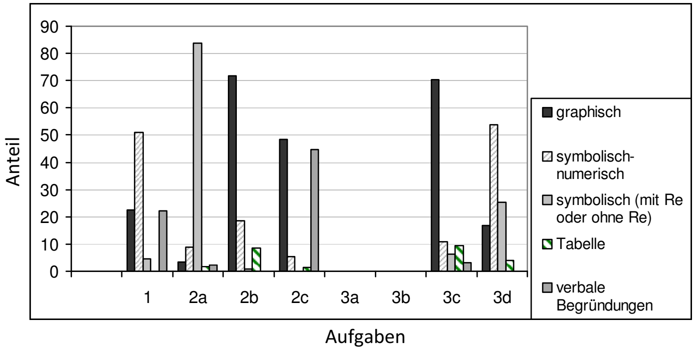


Abbildung 5-11: Strategien beim freiwilligen CAS-Test 2005/2006 (Jgst. 10)

In den Aufgaben 3a und 3b musste ein Funktionsterm entwickelt werden, mithilfe dessen dann die Aufgaben 3c und 3d bearbeitet werden konnten. Daher erscheinen diese beiden Aufgaben nicht in der Graphik. Die Ergebnisse der Aufgaben 3c und 3d sind insofern etwas verzerrt, da ein Großteil der Schüler diese Aufgaben aufgrund erfolgloser Aufgaben 3a und 3b nicht mehr bearbeitet hat. Lediglich etwa 30% der Schüler haben die Aufgaben 2c und 3d bearbeitet.

Bei den Aufgaben zeigen sich jeweils sehr eindeutige Strategien. Aufgaben 1, 2a und 3d wurden überwiegend symbolisch gelöst. Aufgaben 2b, 2c und 3c überwiegend graphisch. Ein Arbeiten mit Tabellen spielt nahezu keine Rolle. Interessant sind die Aufgaben 1 und 2b. In beiden ist mathematisch gesehen eine Gleichung zu lösen. Allerdings ist die Aufgabenstellung jeweils anders formuliert. In Aufgabe 1 ist nach Lösungen einer Gleichung gefragt, in Aufgabe 2b nach Schnittpunkten von zwei Graphen. „Lösung einer Gleichung“ ist offenbar ein Signalwort für die Nutzung des „solve“-Befehls am TC, „Schnittpunkt von Graphen“ ist offenbar ein Signalwort für die Benutzung des Funktionenplotters. Ähnliches zeigen auch die Teilaufgaben 3c und 3d. In 3c sollte ein Maximum bestimmt werden, dies wurde überwiegend graphisch gelöst. In 3d sollte zu einem Funktionswert das zugehörige Argument bestimmt werden, was auch graphisch gut machbar ist, aber überwiegend symbolisch-numerisch gelöst worden ist. Dies deutet darauf hin, dass der TC noch sehr operativ eingesetzt wird, indem ihm händisch operative Tätigkeiten übertragen werden, er aber nicht als eigenständiges Werkzeug mit neuen Möglichkeiten eingesetzt wird.

Anhand der Auswertung des Tests stellte man aber auch fest, dass zu einem großen Teil die Dokumentation der Lösungen nicht so beschaffen war, dass die Lösung für eine außenstehende Person nachvollziehbar war. Der Anteil an Lösungen, bei denen wie oben beschrieben eine Zuordnung zu Strategien möglich war, schwankte zwischen 24% und 91% und differierte stark zwischen den Klassen. Offen ist auch, inwieweit die Schüler im Unterricht tatsächlich vielfältige Strategien zur Lösung von Problemstellungen mit TC kennen gelernt hatten. Es kann auch sein, dass die beobachteten Strategien lediglich ein Abbild der Verwendung des TC im Unterricht sind.

Zusammenfassung:

Der Einsatz des TC in Prüfungen erfolgt nicht mit der Variation und Vielfältigkeit, die man sich vielleicht erhoffen könnte. Ein TC ermöglicht eine Vielfalt an Lösungswegen und –strategien. Diese wurden bei den Schülerlösungen nicht beobachtet. Vielmehr ist eine Tendenz erkennbar, dass der TC „mechanisch" in dem Sinne eingesetzt wird, dass anhand von Schlüsselwörtern in der Aufgabenstellung Rechenverfahren auf den TC ausgelagert oder übertragen werden. Die Dokumentation der Lösungswege ließ den TC-Einsatz überwiegend nicht erkennen.

5.2.3 Wertungsfragebogen für Schüler

Am Ende der Schuljahre erhielten die Schüler der Modellklassen jeweils einen Wertungsfragebogen[149]. Der Fragebogen bestand aus zwei Teilen. Im ersten Teil sollten Zustimmung bzw. Ablehnung vorformulierter Aussagen in einer

[149] Fragebogen im Anhang.

fünfstufigen Ratingskala ausgedrückt werden, im zweiten Teil bestand die Möglichkeit freier Antworten.

5.2.3.1 Fragenteil

Im Folgenden sind die Häufigkeiten der Antworten nach den drei Schuljahren aufgetragen, die Zahlen wurden dabei auf ganze Prozentangaben gerundet.

		++ [150]	+	o	–	– –
1. Der Unterricht mit dem Voyage 200[151] war interessanter als der frühere Unterricht.	2003/2004	16%	41%	22%	11%	10%
	2004/2005	22%	32%	5 %	31%	10%
	2005/2006	9%	41%	25%	14%	11%
2. Der Unterricht wurde durch den Voyage 200 leichter.	2003/2004	10%	36%	22%	19%	13%
	2004/2005	4%	44%	28%	16%	8%
	2005/2006	10%	31%	26%	20%	13%
3. Der Unterricht war abwechslungsreicher.	2003/2004	21%	47%	15%	9%	8%
	2004/2005	20%	42%	22%	12%	4%
	2005/2006	23%	43%	11%	13%	10%
4. Ich habe in diesem Unterricht mehr gelernt als im sonstigen Unterricht.	2003/2004	2%	15%	44%	17%	22%
	2004/2005	5%	15%	40%	25%	15%
	2005/2006	6%	11%	48%	31%	4%
5. Mathematik hat mir in diesem Unterricht mehr Freude bereitet.	2003/2004	8%	24%	36%	15%	17%
	2004/2005	12%	18%	34%	19%	17%
	2005/2006	12%	21%	31%	22%	14%
6. Mit dem Voyage 200 habe ich eine ganz neue Seite der Mathematik kennen gelernt.	2003/2004	9%	35%	22%	19%	15%
	2004/2005	9 %	25 %	26 %	23 %	17%
	2005/2006	11%	29%	25%	30%	5%
7. Ich war aktiver als im sonstigen Unterricht.	2003/2004	4%	11%	42%	18%	25%
	2004/2005	3%	13%	46%	22%	16%
	2005/2006	3%	8%	55%	19%	15%
8. Ich habe mich über Unterricht und Hausaufgaben hinaus eigenständig mit dem Voyage 200 beschäftigt.	2003/2004	8%	32%	11%	25%	24%
	2004/2005	12%	37%	6%	21%	24%
	2005/2006	10%	23%	5%	30%	32%

[150] ++: trifft völlig zu, +: trifft zu; o: es war kein Unterschied; –: trifft nicht zu; –: trifft überhaupt nicht zu.

[151] An dieser Stelle wurde die neutrale Formulierung „TC" durch den konkreten Gerätenamen ersetzt. Dies erschien für die Schüler besser verständlich.

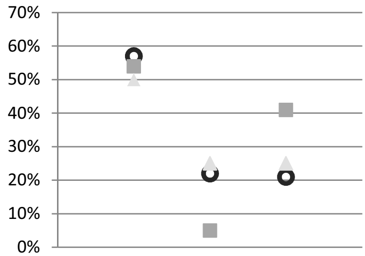
		++ [150]	+	o	–	– –
9. Ich würde gerne weiterhin im Mathematikunterricht mit dem Voyage 200 arbeiten.	2003/2004	32%	21%	8%	11%	28%
	2004/2005	31%	31%	10%	13%	15%
	2005/2006	21%	34%	6%	21%	18%
10. Ich würde meinen Schulfreunden aus der 9. Klasse empfehlen, unbedingt in eine Klasse zu gehen, in dem mit dem Voyage 200 gearbeitet wird.	2003/2004	14%	31%	9%	24%	22%
	2004/2005	13%	28%	15%	30%	14%
	2005/2006	15%	28%	12%	23%	22%
11. Ich habe den Voyage 200 häufig zu den Hausaufgaben benutzt.	2003/2004	17%	42%	10%	19%	12%
	2004/2005	19%	42%	7%	15%	17%
	2005/2006	23%	37%	10%	15%	15%
12. Die Bedienung des Voyage 200 ist sehr einfach.	2003/2004	13%	28%	9%	34%	16%
	2004/2005	7 %	36%	8%	30%	19%
	2005/2006	15%	35%	1%	32%	17%
13. Ich habe häufig lange nach bestimmten Befehlen auf dem Voyage 200 gesucht.	2003/2004	15%	40%	5%	32%	8%
	2004/2005	22%	32%	5%	31%	10%
	2005/2006	15%	38%	4%	31%	12%

Tabelle 5-1: Wertungsfragebogen Schüler 2003 bis 2006 (Jgst. 10)

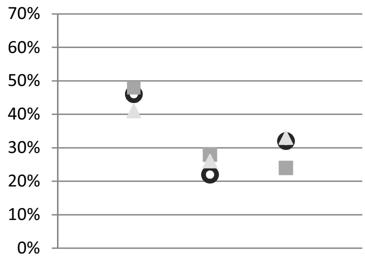
Um die Entwicklung in den drei Jahren besser beurteilen zu können, werden die beiden Bereiche „trifft völlig zu“ und „trifft zu“ zu einem zusammengefasst, ebenso die Bereiche „trifft nicht zu“ und „trifft überhaupt nicht zu“. Im Folgenden sind diese drei Bereich von links nach rechts angeordnet, d. h. die Punkte in der Mitte symbolisieren jeweils neutrale Haltung, links zustimmende, rechts nicht zustimmende Haltung. Die Antworten der drei Schuljahre werden mit verschiedenen Symbolen dargestellt.

Schuljahr 2003/2004
Schuljahr 2004/2005
Schuljahr 2005/2006

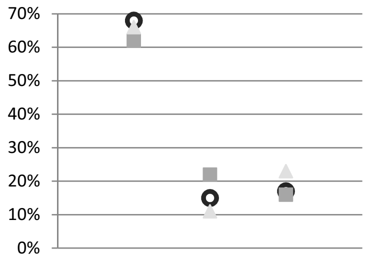
1. Der Unterricht mit dem Voyage 200 war interessanter als der frühere Unterricht.



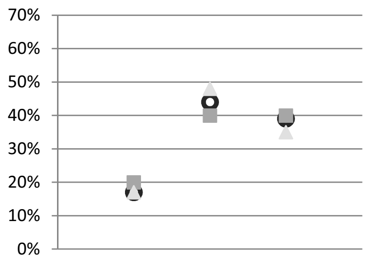
2. Der Unterricht wurde durch den Voyage 200 leichter.

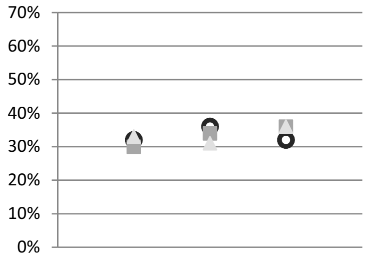
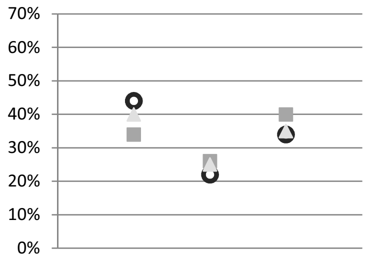
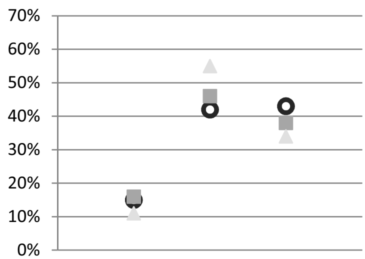
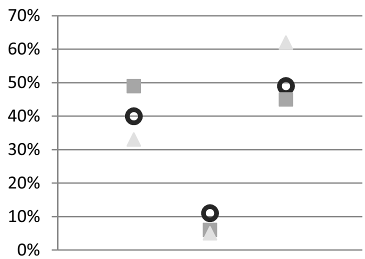


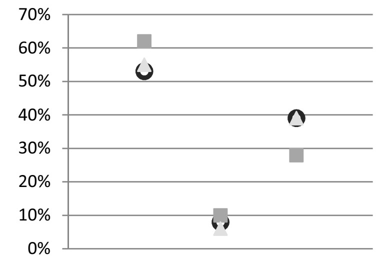
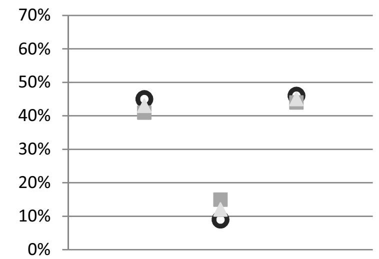
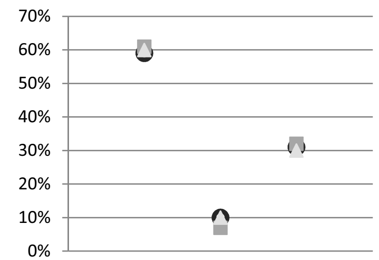
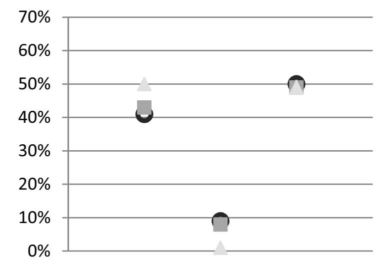
3. Der Unterricht war abwechslungsreicher.



4. Ich habe in diesem Unterricht mehr gelernt als im sonstigen Unterricht.



	Schuljahr 2003/2004 Schuljahr 2004/2005 Schuljahr 2005/2006
5. Mathematik hat mir in diesem Unterricht mehr Freude bereitet.	
6. Mit dem Voyage 200 habe ich eine ganz neue Seite der Mathematik kennen gelernt.	
7. Ich war aktiver als im sonstigen Unterricht.	
8. Ich habe mich über Unterricht und Hausaufgaben hinaus eigenständig mit dem Voyage 200 beschäftigt.	

	Schuljahr 2003/2004 Schuljahr 2004/2005 Schuljahr 2005/2006
9. Ich würde gerne weiterhin im Mathematikunterricht mit dem Voyage 200 arbeiten.	
10. Ich würde meinen Schulfreunden aus der 9. Klasse empfehlen, unbedingt in eine Klasse zu gehen, in dem mit dem Voyage 200 gearbeitet wird.	
11. Ich habe den Voyage 200 häufig zu den Hausaufgaben benutzt.	
12. Die Bedienung des Voyage 200 ist sehr einfach.	

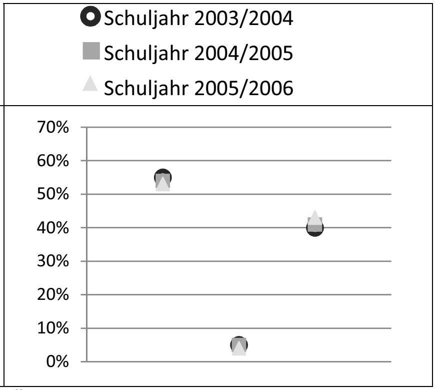
13. Ich habe häufig lange nach bestimmten Befehlen auf dem Voyage 200 gesucht.	

Tabelle 5-2: Wertungsfragebogen Schüler - Übersicht (Jgst. 10)

Bei Frage 1 gibt es größere Abweichungen bei den neutralen und ablehnenden Haltungen, hier stufen im Schuljahr 2004/2005 mehr Schüler den Unterricht als weniger interessant ein, die Zahl derjenigen, die ihn interessant finden, ist aber konstant.

Generell fällt auf, wie sehr sich die Ergebnisse gleichen. Umso erstaunlicher ist dies, wenn man berücksichtigt, dass die ersten beiden Schuljahre auf einer Datenbasis von vier Klassen, das letzte auf einer Datenbasis von 11 Klassen beruht. Die Werte in den Einstufungen der Schüler können also als weitgehend reliabel angesehen werden. Im Folgenden werden die Einschätzungen der Schüler nach Fragenbereichen zusammengefasst:

Fragen nach dem Empfinden des TC-Einsatzes im Unterricht (Fragen 1, 2, 3, 5, 6):

Etwas mehr als die Hälfte der Schüler schätzt den Unterricht mit TC als interessanter ein[152], eine deutliche Mehrheit findet ihn abwechslungsreicher[153]. Etwa die Hälfte der Schüler empfindet eine Erleichterung im Unterricht durch den Einsatz des TC[154]. Bei der Frage, ob ihnen Mathematik mehr Freude bereitet

[152] Frage 1
[153] Frage 3
[154] Frage 2

habe, halten sich die Antworten bezüglich der Kategorien in etwa die Waage[155]. Dies ist ebenso der Fall bei der Frage, ob die Schüler eine neue Seite der Mathematik kennen gelernt haben[156]. Für diese Fragen fehlt zur Selbsteinschätzung der Schüler sicherlich auch der Vergleich mit einem Unterricht in der Jahrgangsstufe 10 ohne TC. Diesen haben sie ja nicht kennen gelernt.

Fragen nach dem Unterricht (Fragen 4, 7):

Die Schüler waren nicht mehrheitlich der Meinung, dass sie inhaltlich im Unterricht mehr gelernt hätten[157] oder aktiver gewesen wären[158].

Fragen nach dem Weiterempfehlen des TC-Einsatzes im Unterricht (Fragen 8 bis 13):

Bei den Fragen 8 bis 13 fällt auf, dass hier eine deutliche Polarisierung auftritt. Neutrale Haltungen zu diesen Fragen spielen eine untergeordnete Rolle, hier gibt es im Wesentlichen zwei bipolare Gruppen, die bei den Fragen 8, 10, 12 und 13 sogar in etwa gleich groß sind. Die eine Gruppe sind vermutlich Schüler, die sich über den Unterricht hinaus mit dem TC beschäftigten[159], (vielleicht gerade deshalb) keine größeren Probleme mit der Bedienung des TC hatten[160], nicht lange nach Befehlen suchen mussten[161] und ihren Schulfreunden raten würden, in eine Klasse mit TC zu gehen[162]. Die andere Gruppe ist offenbar der gegenteiligen Auffassung. Diese Polarisierung ist ein deutlicher Effekt, dem es bei einer langfristigen Nutzung des TC entgegenzutreten gilt.

Bei den Fragen 9 und 11 tritt ebenfalls eine Polarisierung auf, allerdings deutlich verschoben in Richtung der zustimmenden Haltungen. Eine große Zahl der Schüler möchte weiterhin mit dem TC arbeiten[163], dagegen würden aber deut-

[155] Frage 5
[156] Frage 6
[157] Frage 4
[158] Frage 7
[159] Frage 8
[160] Frage 12
[161] Frage 13
[162] Frage 10
[163] Frage 9

lich weniger Schulkameraden empfehlen, in eine Klasse mit TC zu gehen[164]. Dies erscheint zunächst als Widerspruch. In Gesprächen bei den Tagungen der Modelllehrkräfte wurde dieser Punkt ausführlich besprochen. Eine mögliche Ursache für dieses Antwortverhalten ist, dass es stets (auch im Schuljahr 2005/2006) nicht sicher war, ob die Schüler den TC auch im nächsten Schuljahr oder gar bis einschließlich einer Abiturprüfung nutzen dürfen. Angesichts dieser Unsicherheit haben viele Schüler den Nutzen eines (von ihnen sicher so empfundenen) zusätzlichen Aufwands für sich und für Schulkameraden in Frage gestellt.

Bei der Frage 11 ist interessant, dass eine deutliche Mehrheit der Schüler den TC häufig in Hausaufgaben einsetzt. Dies deutet auf die Bedeutung des TC als individuelles Lernwerkzeug hin.

5.2.3.2 Freie Antworten

Den Schülern wurden drei Fragen mit der Möglichkeit offener Antworten gestellt. Diese offenen Antworten wurden aufgrund personeller Ressourcen nur im Schuljahr 2003/2004 ausgewertet. Die häufigsten Antworten sind im Folgenden zusammengestellt, dabei geben die Zahlen in Klammern die absolute Häufigkeit der Nennung an.

Frage 1: *Ist Ihnen etwas ganz besonders positiv in Erinnerung geblieben, was Sie mit dem Voyage 200 (im Unterricht oder zuhause) gesehen oder erlebt haben?*

Antworten:

- Zeichnen von Graphen – besonders: nicht nur starre Darstellung der Funktionsgraphen (71)
- Messungen – abwechslungsreicherer Unterricht, lebensnah (17)
- Kontrollfunktion sowohl bei Hausaufgaben wie auch bei Schulaufgaben (15)
- Vereinfachung von Rechnungen (13)
- Tabellen erstellen (11)
- Programmieren (9)

[164] Frage 10

- Möglichkeit Ergebnisse einzuspeichern und nachzuschlagen (5)
- Geometrieprogramm (3)
- Herleitung von Formeln (2)
- Stures Einsetzen und Rechnen entfällt (2)

Frage 2: *Was hat Ihnen beim Umgang mit dem Voyage 200 die größten Schwierigkeiten bereitet?*

Antworten:
- Komplizierter Aufbau und Bedienung (29)
- Zu viele Befehle/ Programme – Schwierigkeiten beim Auffinden der richtigen Befehle/ Tastenkombinationen (26)
- Unklare Fehlermeldung (11)
- Umständliche/Zeitaufwendige Eingabe von Gleichungen/ Termen (9)
- Programme schreiben – eher fachliches Problem (9)
- Unzureichende Bedienungsanleitung (5)
- Hoher Batterieverbrauch (5)
- Geometrieprogramm (4)
- Fenstereinstellung beim Zeichnen von Graphen (4)
- Zu kleine Tasten (4)
- Unkonventionelle Ausgabe von Ergebnissen (2)
- Zu groß (2)
- Englische Sprache (2)

Frage 3: *Was sollte Ihr Lehrer beim Unterricht mit dem Voyage 200 ändern? Machen Sie Vorschläge!*

Antworten:
- Konventionelle Methoden z.B. händisches Rechnen werden vernachlässigt (20)
- Öfter mit dem Voyage 200 arbeiten (13)
- Mehr auf Bedienung des Voyage 200 eingehen (11)
- Zusätzliche Stunden, z.B. um jeweilige Befehle für einzelne Themengebiete zu erlernen (7)
- Langsameres Vorgehen bzw. einfachere Aufgaben, um den Umgang mit dem Gerät zu erlernen (7)
- Bessere Bedienungsanleitung und mehr Arbeitsblätter zum Voyage 200 (6)
- Alle Bereiche bzw. Programme des Rechners nutzen bzw. erklären (6)
- Kein Einsatz des Voyage 200 bei Schulaufgaben (4)
- Keine nachmittägliche Einführung (3)
- Auch in anderen Fächern einsetzen (2)

Bei dieser Auflistung fällt insbesondere auf, dass bei den „positiven Erinnerungen“ überwiegend mathematikbezogene Aussagen auftreten: Graphen zeichnen, Kontrolle von Rechnungen, Tabellen erstellen. Auch die Äußerungen zu einem „lebensnahen“ Unterricht fallen auf. Mit „Messungen“ ist hier die Erweiterung des TC durch Messwerterfassungssysteme zu verstehen, die es etwa ermöglichen, Messwerte physikalischer Experimente aufzunehmen und diese dann mathematisch zu modellieren.

Bei den „negativen Erinnerungen“ fallen zum einen die geringere Anzahl an gegebenen Antworten und zum zweiten der fast ausschließliche Bezug zu den Bedienungselementen des Rechners auf. Dies ist ein Hinweis darauf, dass die Schüler die inhaltlichen Möglichkeiten des Werkzeugs TC erkannt haben, dass sie „Schwierigkeiten“ damit zumindest subjektiv Bedienungen des Geräts zuordnen. Inwieweit dies wirklich Probleme mit der Bedienung sind oder ob vielmehr Probleme mit der Mathematik (Stichwort: Termstrukturerkennung) dahinter stecken, ist eine Frage, die bei den Projekttreffen mit den Lehrkräften erörtert wurde. Es sei ein Beispiel angeführt, welches dies verdeutlicht. Definiert ein Schüler z. B. einen Term $V(r)=r^2 \cdot \pi$ als V(x), so ergibt z. B. die Eingabe „V(2)“ die (korrekte) Ausgabe „$r^2 \cdot \pi$“. Der Schüler erwartet aber „$4 \cdot \pi$“ und schreibt die von ihm nicht erwartete Ausgabe einer Fehlfunktion des Gerätes bzw. einer Bedienungsproblematik zu. Es ist aber wohl eher ein Problem mit der Termstrukturerkennung.

Bei Frage 3 wurden auch nur in geringer Zahl Antworten gegeben. Sie zeigen ein ambivalentes Bild. Zum einen taucht hier eine Forderung nach verstärktem händischem Rechnen auf. Dahinter kann die Befürchtung verborgen sein, im folgenden Schuljahr, in dem der TC nicht mehr zur Verfügung steht, Nachteile durch seine zu starke Verwendung zu haben. Andererseits wird als zweithäufigster Vorschlag gefordert, den TC öfter einzusetzen. Eine Interpretation dieser Antworten ist schwierig. Hier mag vermutlich die Lehrkraft einen entscheidenden Einfluss haben.

Zusammenfassung:

Die Befragung der Schüler zeigt eine positive Zustimmung zum Einsatz des TC im Unterricht. Der TC wird als Hilfe und als Bereicherung des Unterrichts gesehen, er wird als Lernwerkzeug in Hausaufgaben eingesetzt. Auffallend ist eine Polarisierung bezüglich des weiteren Einsatzes im Unterricht, deren Ursache nicht vollständig geklärt werden kann. Hier spielen wohl die Person der Lehrkraft einerseits sowie die eingeschränkten Rahmenbedingungen des Projekts andererseits eine Rolle. Negative Aspekte werden (zumindest vordergründig) Bedienungsschwierigkeiten zugeschrieben.

5.2.4 Wertungsfragebogen für Lehrkräfte

5.2.4.1 Ergebnisse aus dem Abschlussbericht von Phase I und II

Zum Ende von Phase I und II schrieben die beteiligten Lehrkräfte einen Abschlussbericht, in dem sie ihre Erfahrungen darlegten.

Übereinstimmend wurden die größten Vorteile des Rechners zum einen in der Möglichkeit der einfachen graphischen und tabellarischen Darstellung von Funktionen gesehen. Hier gewinnt das „experimentelle Arbeiten“ an Bedeutung, indem Gleichungen graphisch gelöst oder Funktionsgleichungen vorgegebener Graphen durch sukzessives Verändern von Parametern bestimmt werden. Dadurch lassen sich jetzt auch Gleichungen lösen, etwa Polynomgleichungen höheren Grades, Exponential- und logarithmische Gleichungen, die bisher nur in Spezialfällen behandelt wurden.

Zum zweiten gewinnt die Möglichkeit der Kontrolle von Rechnungen mit Hilfe des Rechners an Bedeutung. Es lassen sich mit Papier und Bleistift durchgeführte algebraische Umformungen unmittelbar, etwa bei Polynomdivisionen, oder Termumformungen numerisch an Einzelbeispielen überprüfen. Allerdings zeigt sich auch, dass derartige Kontrollkompetenzen entwickelt werden müssen. Drei der vier Lehrkräfte waren der Auffassung, dass dies häufig nur bei leistungsstärkeren Schülern gelingt. Leistungsschwächeren Schülern dagegen gelingt es

nicht, beim Nichtübereinstimmen von Kontroll- und Ursprungsrechnung eine sinnvolle Fehlersuche und erfolgreiche Fehlerbehebung durchzuführen.
Zum dritten ergibt sich die Möglichkeit, Darstellungen zu dynamisieren. Das betrifft graphische Darstellungen von Funktionenscharen, die Veränderbarkeit tabellarischer Werte oder die sukzessive numerische Berechnung algebraischer Terme.
Neue Möglichkeiten ergaben sich beim Arbeiten mit Folgen und Intervallschachtelungen. So lassen sich Potenzen mit irrationalen Exponenten iterativ numerisch näherungsweise (mit entsprechender Stellengenauigkeit) berechnen. Dadurch wird auch ein Weg aufgezeigt, wie sich die Existenz derartiger Zahlen zeigen lassen könnte. Weiter sind die „Scheibchenmethode“ zur Berechnung des Volumens bei Kegel und Kugel und iterative Berechnungen, etwa bei Kreisumfang oder Kreisfläche von Schülern gut selbst durchzuführen. Die genannten Inhalte wurden überwiegend nur von einer Lehrkraft behandelt.
Der überwiegende Teil der Lehrer war der Meinung, dass leistungsschwächere Schüler den Taschenrechner nicht gewinnbringend einsetzen können und dass deshalb sehr genaue Arbeitsanweisungen und sehr häufig Bedienungselemente des Rechners erläutert werden müssen. Dadurch verkommt der Unterricht dann gelegentlich zum Vorgeben von „Knöpfchendrück-Algorithmen“. Viele Schüler empfanden dann das Erlernen der Bedienung des Rechners als zusätzlichen „neuen Stoff“. Die dadurch subjektiv begründete Vermutung, die Leistungsschere könne sich öffnen, wurde empirisch nicht belegt. Zugleich zeigt sich langfristig aber, dass sich die Unterschiede auch nicht verringern.
Hinsichtlich der Einführung des Rechners verfolgten die Lehrer unterschiedliche Strategien. In einer Klasse wurde die Einführung in die zentralen Bedienungselemente zu Beginn des Jahres im Rahmen des regulären Unterrichts gegeben, in zwei Klassen wurden zusätzliche Nachmittagsstunden für diese Einführung angesetzt und in zwei Klassen wurde ein Forum oder eine E-Mail-Liste für Probleme und Fragen zum Umgang mit dem Rechner erstellt. Die Lehrkräfte konn-

ten sich nicht einheitlich auf eine besonders geeignete Methode einigen. Die freien Äußerungen der Schüler in den Wertungsfragebögen (vgl. den Abschnitt vorher) lassen ebenso keinen eindeutigen Schluss zu.

Eine große Problematik für die Lehrkräfte zu Beginn des Modellversuchs war das stete Mitbedenken, dass der Rechner im darauf folgenden Jahr nicht mehr verwendet werden durfte. Dadurch ist die Möglichkeit des „Auslagerns" von Fertigkeiten, also das Übertragen von normalerweise von Schülern mit Papier und Bleistift durchgeführten Berechnungen an den Rechner nur in sehr eingeschränktem Maße möglich. Gerade diese Fähigkeit muss aber als eine zentrale und in Zukunft immer wichtigere Komponente beim Einsatz neuer Technologien angesehen werden.

Die Lehrkräfte haben auch festgestellt, dass ein generelles Verbot des Einsatzes des TC in Prüfungen zu einer Ablehnung des TC als Hilfsmittel im Unterricht führt. Wird der TC als Werkzeug verwendet, so muss dieses Werkzeug auch in Prüfungen zur Verfügung stehen.

5.2.4.2 Ergebnisse aus dem Wertungsfragebogen von Phase III

Zum Abschluss von Phase III wurde an die elf Lehrkräfte ein Fragebogen[165] ausgeteilt, der Rücklauf betrug sieben. Im Folgenden sind die Ergebnisse dieser Befragung zusammengefasst dargestellt:

Fünf Lehrkräfte setzten den Rechner jede zweite Stunde bzw. jede Woche mindestens einmal ein, während zwei Lehrkräfte den Rechner nur „sporadisch" oder bei bestimmten Themengebieten einsetzten[166].

Wenn der Rechner eingesetzt wurde, dann nahm er durchschnittlich etwa 20% – 25% der Unterrichtszeit ein[167].

Nur bei einer Lehrkraft durfte der Rechner nicht in Prüfungen eingesetzt werden, da dies zu Beginn des Projekts mit den Eltern vereinbart worden ist[168].

[165] Fragebogen im Anhang.
[166] Frage 1
[167] Frage 2

Bei vier Lehrkräften wurde der TC bei alternativen Prüfungsformen eingesetzt. Es wurden vor allem verbale Erläuterungen von Bildschirmdarstellungen am Overhead-Display bewertet[169].

Vier Lehrkräfte sind der Meinung, dass der TC einen Einfluss auf die Schwerpunktsetzung der behandelten Inhalte im Unterricht hatte. Insbesondere wurde die schriftliche Polynomdivision öfter vermieden, die Bestimmung des Kugelvolumens wurde mithilfe der „Scheibchenmethode“ eingeführt, es wurden Extremwertprobleme behandelt und dem experimentellen Arbeiten mit Funktionsgraphen wurde mehr Raum gegeben[170].

Alle Lehrkräfte waren der Meinung, dass der TC einen Einfluss auf die Unterrichtsmethodik hatte, es wurde weniger an der Tafel erklärt und es fand mehr Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit statt[171].

Fünf Lehrkräfte bereiteten sich auf den Unterricht mit dem TC „in besonderer Weise“ vor, indem sie vor allem in Anleitungsbüchern für den TC nach praktischen Bedienungshinweisen sowie in Schulbüchern und den Materialien des Herstellers nach speziellen Aufgaben suchten[172].

Sechs Lehrkräfte waren der Meinung, dass Schüler manche Inhalte mit dem TC besser verstanden haben, vor allem aufgrund der graphischen Möglichkeiten des Rechners[173].

Als wichtigste Vorteile des TC wurden gesehen[174]:

- die jederzeitige Verfügbarkeit des TC
- die besseren (im Vergleich zum Unterricht ohne TC) Visualisierungsmöglichkeiten
- die Möglichkeit des Einsatzes des TC als Kontrollinstrument

[168] Frage 3
[169] Frage 4
[170] Frage 5
[171] Frage 6
[172] Frage 7
[173] Frage 8
[174] Frage 9

Die größten Nachteile des TC wurden gesehen[175]:

- in der Verweigerungshaltung mancher Schüler
- im strategielosen Tippen auf dem TC
- in der Unsicherheit der Schüler im Hinblick auf Klassenarbeiten

Unter „sonstige Bemerkungen“ und „Anregungen“ führten die Lehrkräfte an[176]:

- den Wunsch nach mehr Austausch mit Kolleginnen und Kollegen
- die Unsicherheit, welche Rechenverfahren wie oft schriftlich mit Papier und Bleistift geübt werden sollen
- die fehlende Intuitivität bei der Bedienung des TC[177]

Zusätzlich sei eine Bemerkung eines Kollegen zitiert: *„Der Voyage 200 bereichert den Unterricht und eröffnet neue Möglichkeiten. Wenn er sich erst einmal im ‚normalen' Unterricht etabliert hat und die Schüler ihn als alltägliches Werkzeug kennen und nutzen, stellt die Handhabung kein Problem mehr dar und er wird als selbstverständliches Hilfsmittel, auch in Schulaufgaben seine Verwendung finden.“*

Zusammenfassung:
Die Lehrkräfte sehen die Vorteile der Einsatzmöglichkeiten des TC als Lehrwerkzeug und Lernwerkzeug und befürworten die Verwendung des TC. Ebenso sehen sie die Verwendung auch in Prüfungen als notwendig an. Die Dokumentation von Lösungen in schriftlichen Prüfungen wird als herausfordernder Punkt gesehen. Ebenso wird die Gefahr einer Ablehnung durch Schüler gesehen, die in eine Verweigerungshaltung münden kann.

5.2.5 Stundenprotokolle

In Phase I und II füllten die Lehrkräfte nach jeder Unterrichtsstunde ein Protokoll[178] aus.

[175] Frage 10
[176] Frage 11
[177] Diese Antworten bezogen sich auf den TC „TI Voyage 200“
[178] Dieses Protokoll findet sich im Anhang.

Die Auswertung der Stundenprotokolle ergab, dass der TC im Schuljahr 2003/2004 durchschnittlich in ca. 50%, im Schuljahr 2004/2005 durchschnittlich in ca. 33% der Mathematikstunden genutzt wurde (die zusätzlichen Einführungsstunden wurden mit eingerechnet). Allerdings streuen diese Werte zwischen 10% und 70%, so dass erkennbar ist, dass dies stark von der Lehrkraft abhängt.

In den Stunden, in denen der TC zum Einsatz gekommen ist, wurde er im Durchschnitt im Schuljahr 2003/2004 in ca. 60%, im Schuljahr 2004/2005 in ca. 50% der Unterrichtszeit genutzt. Dies bedeutet, dass während dieser Zeit der TC zum Einsatz gekommen ist, es bedeutet nicht, dass er für die komplette Dauer dieser Zeit zum Einsatz gekommen ist. Auch hier streuen die Werte zwischen den Lehrkräften stark. Dies deutet darauf hin, dass es z. B. bei einer Lehrkraft spezielle „TC-Stunden“ gab, in denen der TC sehr intensiv zum Einsatz kam, während bei anderen der TC eher beständig, dafür aber jeweils zeitlich kürzer eingesetzt wurde.

In den Protokollen wurde auch festgehalten, welche Unterrichtsform gewählt wurde, wenn der Taschencomputer zum Einsatz kam. Es lässt sich feststellen, dass Partner-/Gruppenarbeit mit ca. 31% im Schuljahr 2003/2004 bzw. ca. 40% im Schuljahr 2004/2005 und individuelles Arbeiten/Schülervortrag mit ca. 28% im Schuljahr 2003/2004 bzw. 27% im Schuljahr 2004/2005 den Großteil des Mathematikunterrichts ausmachten. Nur eine Lehrkraft gibt Projektarbeit an, dies ist in beiden Schuljahren dieselbe Lehrkraft. Der Rechner ist somit ein Katalysator für Unterrichtsformen, die Teamarbeit und Kommunikation unterstützen. Auffallend ist auch hier wieder die breite Streuung zwischen den Lehrkräften. Bei einer Lehrkraft etwa taucht nur in einer einzigen Unterrichtsstunde im Jahr der Hinweis auf Partnerarbeit auf, Gruppenarbeit nie, individuelles Arbeiten zu etwa 5%. Der Rechnereinsatz erfolgt hier nahezu ausschließlich im Lehrervortrag. Dem gegenüber steht eine Lehrkraft, bei der der Anteil von Partner-/

Gruppenarbeit sogar 68% annimmt, ein reiner Lehrervortrag dagegen nie vorkommt.

Die hauptsächlich verwendeten Modi des TC waren das Graphen- (ca. 40% in 2003/2004, ca. 33% in 2004/2005) und das Algebra-Fenster (ca. 31% in 2003/2004, ca. 71% in 2004/2005). Erstaunlich ist hier die deutlich erhöhte Zahl in Phase II. Eine Erklärung dafür kann an dieser Stelle nicht gegeben werden. Interessant ist auch hier die Streuung bei den Lehrkräften. Die Lehrkraft mit nahezu ausschließlichem Lehrervortrag verwendet überwiegend das Graphen-Fenster, nur vereinzelt das Algebra-Fenster, die restlichen nicht und gibt an, immer nur eines dieser Fenster zu verwenden. Die Lehrkräfte mit sehr hohem Anteil an Partner- und Gruppenarbeit geben einen sehr hohen Anteil am Algebra-Fenster an, dieser kann sogar nahezu 100% erreichen. Erwähnenswert ist auch, dass bei diesen Lehrkräften stets mehrere Fenster angegeben werden. Dies kann ein Hinweis auf das Verwenden verschiedener Darstellungsformen sein.

Das Geometriefenster wurde nur selten (in beiden Schuljahren ca. 5%) genutzt. Dies liegt sicherlich daran, dass das Display für geometrische Betrachtungen sehr klein ist. Die restlichen Anteile beanspruchten im Schuljahr 2003/2004 zu ca. 14%, im Schuljahr 2004/2005 zu ca. 6% das Tabellen-Fenster. Der Programmeditor wurde nur von zwei Lehrkräften mit sehr geringem Anteil genutzt.

Zusammenfassung:

Die in den Stundenprotokollen erfassten Werte weisen hinsichtlich des Anteils des TC an der Unterrichtszeit, der Unterrichtsform sowie der eingesetzten Fähigkeiten des TC eine große Streuung auf. Dies ist ein Hinweis darauf, wie unterschiedlich der TC in den Unterricht der jeweiligen Lehrkraft integriert wird, vor allem bezgl. der Methodik. Insgesamt gesehen erscheint der Anteil an Gruppen- und Partnerarbeit hoch.

5.2.6 Klassenarbeiten

Der TC wurde auch in Prüfungen, also sowohl bei Stegreifaufgaben als auch bei Schulaufgaben (Klassenarbeiten) zugelassen. Dabei gab es auch Tests, in denen der Rechner nicht verwendet werden durfte und es gab Klassenarbeiten, die zum Teil mit und zum anderen ohne Rechner bearbeitet werden mussten. Die Aufgaben der Klassenarbeiten wurden im Nachhinein im Hinblick auf die Notwendigkeit des Rechnereinsatzes untersucht und diskutiert. Dabei zeigte sich, dass die in den Schulaufgaben und Stegreifaufgaben gestellten Aufgaben i. A. auch ohne Hilfe des TC lösbar waren. Es war aber eine bewusste Entscheidung der Lehrer, die Bedeutung des Rechners nicht zu sehr in den Vordergrund zu stellen, da die Schüler in der folgenden Jahrgangsstufe den Rechner nicht verwenden durften. Allerdings wurden durchaus auch einige Aufgaben gestellt, die sich unmittelbar auf den Umgang mit dem TC bezogen, z. B. *„Beschreibe dein Vorgehen mit dem Rechner*“, *„Überprüfe dein Ergebnis mit dem TI Voyage 200*“ oder *„Interpretiere die Anzeige des TI Voyage 200*“.

Um Schülerinnen und Schüler zur Reflexion über die mit dem TC erzielten Ergebnisse anzuhalten, wurden einige Aufgabenstellungen in folgender Weise gestellt: “*Vereinfachen Sie schrittweise mit Hilfe der Potenzgesetze*“ oder *„Eine Ausgabe im Home-Fenster zählt nicht als Beweis*“.

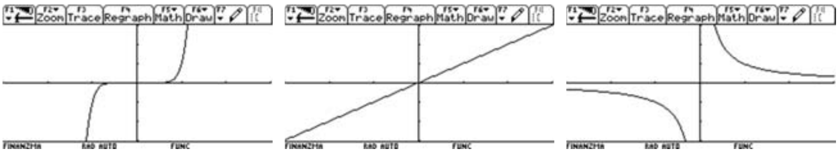
Die Sichtung der Prüfungsaufgaben hat gezeigt, dass es sehr vielfältige Aspekte des TC-Einsatzes in Prüfungen gibt. Diese Aspekte lassen sich Kategorien zuordnen. Dabei wird folgende Kategorisierung verwendet, wobei anzumerken ist, dass sich diese Kategorien überschneiden.

- Der TC als heuristisches Hilfsmittel
- Der TC als Werkzeug zum Anwenden neuer Lösungsstrategien
- Der TC als Werkzeug zur Realisierung alternativer Lösungsstrategien
- Der TC als Kontrollinstrument
- Der TC als Ausgangspunkt von Fragestellungen
- Der TC als Rechenwerkzeug

Im Weiteren sind einige ausgewählte Beispiele aufgeführt, die diese Kategorien exemplarisch veranschaulichen.

5.2.6.1 Der TC als heuristisches Hilfsmittel

„Gegeben sei zu jedem reellen p die Funktion $f_p : x \mapsto x^{2p+7}$ mit jeweils maximaler Definitionsmenge. Was kannst du über die Symmetrie der Graphen von f_p aussagen? (Knappe Begründung)“ [179]



p = 1 p = –3 P = –4

Abbildung 5-12

Die Ausgabe im Graphik-Fenster ist nicht selbsterklärend, sondern muss von den Schülern interpretiert und entsprechend begründet werden. Der TC dient ihnen dabei als Werkzeug, um ihre Überlegungen zu begleiten. Die Schüler können durch das Zeichnen von Funktionsgraphen Vermutungen ableiten. Beim Nachweis ihrer Vermutungen kann der TC sowohl durch seine Graphikfähigkeit als auch durch seine Fähigkeit zum symbolischen Rechnen unterstützend wirken.

5.2.6.2 Der TC als Werkzeug zum Anwenden neuer Lösungsstrategien

„Ein Quader besitzt die Länge 12 cm, die Breite 10 cm um die Höhe 18 cm. Die Länge wird um x verkürzt, die Breite um 5x verlängert und die Höhe um 3x verkürzt.

a) Erstelle den Term für das Volumen V(x) und zeichne den Verlauf des Graphs für die Funktion V(x).“

b) Welches maximale Volumen (auf cm^3 genau) kann durch die Veränderung des Quaders erreicht werden? Für welchen Wert von x (auf Millimeter genau) ist dies der Fall? [180]

[179] Diese Aufgabe stammt aus einer 1. Schulaufgabe in einer Klasse der Jahrgangsstufe 10 vom November 2003. Der Name der Schule sowie der Klasse werden nicht angegeben.
[180] Aus einer 3. Schulaufgabe der Jahrgangsstufe 10 vom April 2004.

In Teilaufgabe a) gilt es einen entsprechenden Term zu finden und dessen Graphen zu zeichnen.

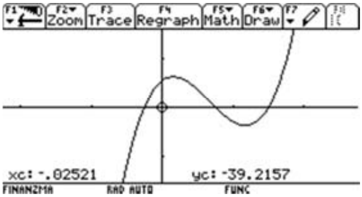


Abbildung 5-13

Die Teilaufgabe b) kann hier graphisch gelöst werden. Diese Strategie ist neu, da sie im bisherigen Unterricht nicht zur Verfügung stand. Aufgrund des Zeitaufwandes wäre es nicht sinnvoll, eine solche Frage zu stellen, wenn kein TC zur Verfügung steht.

5.2.6.3 Der TC als Werkzeug zur Realisierung alternativer Lösungsstrategien

„Wo schneidet der Graph der Funktion $f: x \to \frac{1}{2}\cdot(x-12)^4-5$ *die Koordinatenachsen?“* [181]

Die Bearbeitung der Aufgabe kann auf unterschiedliche Weisen angegangen werden:

Gibt man die Funktion in den Funktionenplotter des TC ein, kann der Graph der Funktion im Graphikfenster betrachtet werden. Hier können nun die entscheidenden Stellen durch Cursorbewegung entlang der Koordinatenachsen oder durch Verwendung des entsprechenden CAS-Befehls ermittelt werden. Ebenso kann eine Wertetabelle ausgegeben werden, die nach den gesuchten Punkten untersucht werden kann. Eine weitere Bearbeitungsmöglichkeit bietet der „solve“-Befehl zur Lösung der Gleichung $f(x)=0$.

Die Schülerinnen und Schüler können selbst entscheiden, nach welcher Methode sie die Aufgaben lösen, was aber einerseits auch verwirrend sein kann. Andererseits wird dadurch aber geschult, was gerade im Anschluss an die „PISA-Diskussion“ immer wieder gefordert wird, Aufgaben auf verschiedenen Lösungswegen lösen zu lassen.

[181] Aus einer 1. Schulaufgabe der Jahrgangsstufe 10 vom November 2003.

5.2.6.4 Der TC als Kontrollinstrument

Als Kontrollinstrument kann der TC immanent bei jeder Aufgabenstellung dienen. Diese Verwendungsmöglichkeit ist sehr individuell vom einzelnen Schüler abhängig. In diesem Sinne ist es schwierig, hier ein exemplarisches Beispiel anzugeben.

5.2.6.5 Der TC als Ausgangspunkt von Fragestellungen

„Gegeben ist die Gleichung $\cos\left(\frac{1}{5}\cdot x\right)=x$ *über der Grundmenge IR. Das Computer-Algebra-System zeigt beim Lösen mithilfe der „solve"-Anweisung die Meldung „Warning: More solutions may exist." Begründe schlüssig, wie viele Lösungen diese Gleichung in IR hat. Zur Untermauerung deiner Argumentation kannst du auch die Graphen skizzieren."* [182]

In diesem Falle motiviert die Ausgabe des TC, dass noch weitere Lösungen möglich sind, die Aufgabenstellung und fordert vom Schüler eine schlüssige Begründung.

Auch hier wird der Schüler den TC als heuristisches Werkzeug einsetzen, er wird vermutlich (wie im Hinweis angestoßen) die Graphen zeichnen und anhand der Schnittpunkte argumentieren. Dabei dient ihm der TC natürlich auch als Kontrollinstrument.

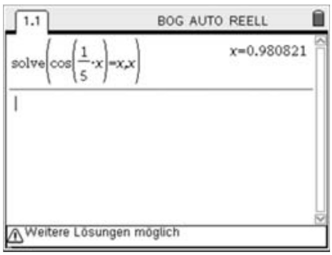


Abbildung 5-14

5.2.6.6 Der TC als Rechenwerkzeug

Bei Volumen- und Flächenberechnungen liegt die Hauptaufgabe meist im Aufstellen der Formeln und nicht bei der algebraischen Umformung. Hier kann der

[182] Aus einer 4. Schulaufgabe der Jahrgangsstufe 10 vom Juni 2004.

TC helfen, den Schwerpunkt auf das Aufstellen der Formel zu verlagern, indem der Schüler die algebraischen Umformungen an den TC auslagert.

„Berechne den Flächeninhalt der schraffierten Figur in Abhängigkeit von der Einheitslänge a!“ [183]

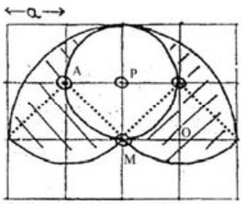


Abbildung 5-15

Die zentrale Aufgabe ist das Aufstellen des Lösungsterms:

$$A = A_{\text{Halbkreis}(M,r=2a)} - A_{\text{Kreis}(P,r=a)} + \left[A_{\text{Halbkreis}(A,r=a\sqrt{2})} - 4 \cdot A_{\text{DreieckMQP}} \right]$$

$$A = \frac{1}{2}(2a)^2\pi - a^2\pi + \left[\frac{1}{2}(a\sqrt{2})^2\pi - 4 \cdot \frac{1}{2}a^2 \right]$$

Das algebraische Zusammenfassen kann dem TC überlassen werden:

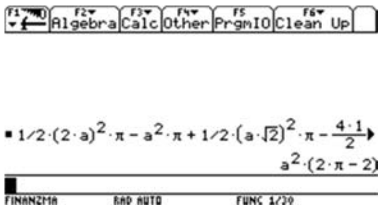


Abbildung 5-16

$$A = 2a^2(\pi - 1)$$

5.2.6.7 Mögliche Probleme bei der Verwendung des TC in Prüfungen

Gerade die Möglichkeit, Graphen zu zeichnen, vergrößert die Anzahl an Lösungswegen bei Aufgaben. Dabei muss aber bedacht werden, dass der Schüler hier den TC in dem Sinne beherrschen muss, dass er mit den Einstellungen im Graphenfenster umgehen kann. Er muss auch über das nötige mathematische Hintergrundwissen verfügen, um sich entsprechend geeignete Anzeigebereiche zu wählen.

Als Beispiel wird die Aufgabe aus Abschnitt 5.2.6.2 betrachtet.

[183] Aus einer 1. Schulaufgabe der Jahrgangsstufe 10 vom November 2003.

Gibt man keinen geeigneten Zeichenbereich an, können verwirrende Graphenausschnitte erhalten werden.

Ungeeigneter Zeichenbereich:

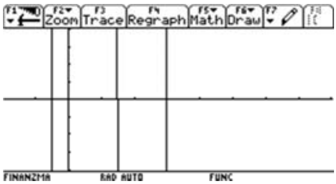


Abbildung 5-17

Sinnvollerer Zeichenbereich:

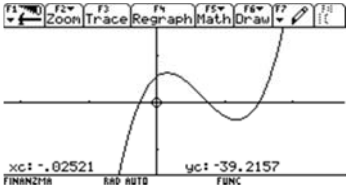


Abbildung 5-18

Bei Termumformungen kann der TC zur Kontrolle eingesetzt werden. Hier ist es aber wichtig, die angezeigten Ergebnisse zu hinterfragen. Die Kompetenz, Termstrukturen zu erkennen, spielt an dieser Stelle eine entscheidende Rolle.

Beispiel:

„Vereinfachen Sie schrittweise mit Hilfe der Potenzgesetze so weit wie möglich: $\left(\frac{3a^{-2}b^4}{4ab^{-2}}\right)^{2p} : \left(\frac{2b^{-4}}{3a^{-2}}\right)^{-3p}$ “[184]

Der vollständig vereinfachte Term würde $\left(\frac{1}{6}\right)^p$ lauten. Die Ausgabe des TC ist

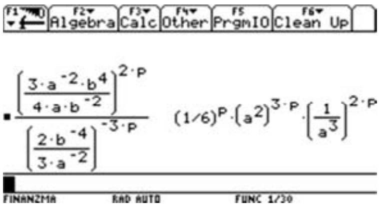


Abbildung 5-19

Bei trigonometrischen Gleichungen wurden durch den TC durchaus mehrere Lösungen angegeben, allerdings muss die Ausgabe der Ergebnisse interpretiert werden können.

Beispiel:

[184] Aus einer 2. Schulaufgabe der Jahrgangsstufe 10 vom Dezember 2003.

„Gib die Lösungsmenge von $\sin x = -\frac{1}{2}$ *an!“*[185]

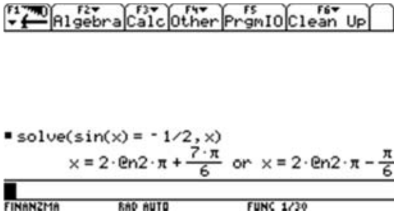


Abbildung 5-20

Die hier aufgeführten „Probleme“ haben alle einen mathematischen Hintergrund. Es handelt sich vordergründig in den Augen der Schüler um „Bedienungsprobleme“.

Die Thematik der Dokumentation von Lösungen in schriftlichen Prüfungen wird im nächsten Kapitel diskutiert. Diese stellt einen ganz zentralen Bereich dar, der sich erst im Laufe des Projektes herauskristallisiert und gerade bei den Interviews mit den Schülern gezeigt hat.

[185] Aus einer 4. Schulaufgabe der Jahrgangsstufe 10 vom Juni 2004.

Zusammenfassung:

Die meisten Aufgaben hätten die Lehrkräfte auch in Prüfungen ohne TC gestellt. Es darf aber hierbei nicht vergessen werden, dass nach den Rahmenbedingungen des Modellversuchs der TC nach der jeweiligen Jahrgangsstufe nicht mehr zur Verfügung gestanden ist. In den Prüfungen sind Aufgaben gestellt worden, welche vielfältige Aspekte des TC-Einsatzes ermöglichen. Solche Aspekte sind etwa der Einsatz als heuristisches Hilfsmittel oder als Kontrollinstrument bzw. als Werkzeug zum Anwenden neuer Lösungsstrategien. Eine offene Frage ist, inwieweit diese Einsatzmöglichkeiten von den Schülern auch tatsächlich angewendet worden sind. Bei den Aufgaben fällt weiterhin auf, dass in den Prüfungsaufgaben oft verbale Erläuterungen sowie das Beschreiben und Begründen des Vorgehens verlangt worden sind.

5.2.7 Projekttreffen/Erfahrungsberichte

5.2.7.1 Phase I und II

In Phase I und II des Modellversuchs waren nur drei Lehrkräfte an drei Gymnasien tätig. Vor Beginn des Schuljahres 2003/2004 wurde eine zweitägige Veranstaltung organisiert, in der ein Austausch mit Lehrkräften an Realschulen stattfand, die dort im Unterrichten mit GTR langjährige Erfahrung gesammelt hatten. Die Lehrkräfte wurden zudem mit einer Reihe von Unterrichtsmaterialien ausgestattet, die durch Verlage oder Hersteller verlegt worden sind.

In den beiden Schuljahren der Phasen I und II fanden sich die Lehrkräfte der Modellschulen in einem halbjährlichen Abstand zu halb- bzw. eintägigen Treffen zusammen. Dort stand jeweils der gegenseitige Austausch besonders im Vordergrund, zu Beginn ausschließlich, später wurden auch Referenten hinzugeholt, die z. B. über Erfahrungen von vergleichbaren Projekten berichteten. Zugleich wurde jeweils Einigkeit über die nächsten organisatorischen Schritte vereinbart. Ein Abstimmen des unterrichtlichen Vorgehens konnte nicht erreicht werden. Die Lehrkräfte unterrichteten unabhängig voneinander.

In den Anfangsphasen zeigte sich bereits die Bedeutung des gegenseitigen Austauschs. So gab es bei den Lehrkräften ganz individuelle Vorstellungen zum Einsatz eines TC. Diese differierten vom TC als Demonstrationsmedium einerseits zum TC als Werkzeug in Schülerhand andererseits. Im persönlichen Austausch in der kleinen Gruppe konnte ausgehend von diesen Vorstellungen eine intensive Diskussion initiiert werden. Eine solche Diskussion ist nur im persönlichen Treffen möglich.

Der Austausch eigenen Unterrichtsmaterials kam nur sehr schleppend und zögerlich in Gang. Besonders problematisch gestaltete sich ein Austausch von Prüfungsaufgaben. Dies ist insofern verwunderlich, da die Bedeutung „eigenen" Materials und „eigener" Beispiele durch die Lehrkräfte stets deutlich hervorgehoben wurde. Einheitlich wurde bereits zu dieser Zeit festgestellt, dass die Materialien der Verlage und Hersteller zwar umfangreich, aber gerade wegen ihrer Fülle schwer übersehbar und daher im Alltag oft nicht hilfreich waren.

Der Wunsch nach einer Ausdehnung des TC-Einsatzes in die nächsthöhere Jahrgangsstufe wurde bereits im ersten Treffen (nach etwa 3 Monaten Unterrichtserfahrung) geäußert.

Zum Ende der Phase II wurde von den beteiligten Lehrkräften ein gemeinsamer Abschlussbericht erarbeitet und den administrativen Stellen vorgelegt. Dieser Bericht enthielt im Wesentlichen folgende Punkte:

- Der TC fördert nach den Erfahrungen der Lehrkräfte den Zugang zu wesentlichen Arbeitsweisen der Mathematik wie Übersetzen von Sachzusammenhängen in mathematische Modelle, Ergebnisse zweckdienlich darstellen und interpretieren, Aufstellen von Vermutungen, Begründen, Beweisen, Visualisieren, heuristisches Arbeiten, Problemlösen.
- Lehrkräfte brauchen für den Einsatz eines TC Geduld und eigene Einarbeitung.
- Der TC kann ohne Probleme in den Unterricht integriert werden, er ist stabil und robust.

- Schüler können motivierter sein, aber auch ablehnende Haltung einnehmen.
- Der TC ändert die methodisch-didaktische Vorgehensweise, bei den Inhalten tritt eine Schwerpunktverschiebung weg vom kalkülhaften Rechnen auf.
- Der TC unterstützt den Gebrauch verschiedener Darstellungsformen (Graph, Term, Tabelle).
- Der TC ermöglicht fächerverbindendes Arbeiten (etwa durch Messwerterfassung).
- Ein genereller Ausschluss des TC aus Prüfungen ist nicht zweckdienlich. Er führt im Gegenteil zu einer Verdrängung des TC aus dem Unterricht.

Abschließend wird festgestellt, dass *„die dauernde Verfügbarkeit eines Taschencomputers ab der Jahrgangsstufe 10 den Mathematikunterricht bereichert und den Schülern ein zeitgemäßes Werkzeug an die Hand gibt, das sie im Erwerb mathematischer Kenntnisse unterstützt.“*[186]
Aufgrund dieses Abschlussberichts und der Ergebnisse der Evaluation wurde der Modellversuch ausgeweitet.

5.2.7.2 Phase III

Zu Beginn der Phase II wurde eine Auftaktveranstaltung organisiert. Diese Veranstaltung dauerte drei Tage und hatte folgende Inhalte:

- Offizielles zum Modellversuch
- Vorstellung des Abschlussberichts der Lehrkräfte der Phasen I und II
- Vorstellung der Evaluation der Phasen I und II
- Ziel und Ablauf der Phase II
- Einführung in die Bedienung des TC
- Messwerterfassung mit dem TC

[186] M³-Abschlussbericht 2005, Seite 8

- Unterrichtspraktische Beispiele aus den Modellschulen (Workshops unter Leitung von drei Lehrkräften der Modellschulen aus Phase I und II)

Auf dieser Veranstaltung erhielten die Teilnehmerinnen und Teilnehmer weiterhin Materialien von Verlagen und Herstellern sowie zusätzlich zu den konkret in Workshops vorgestellten Beispielen aus dem Unterricht ein umfangreiches Skript mit Unterrichtsbeispielen.

Zusätzlich zu dieser Auftaktveranstaltung waren zwei weitere je eintägige Treffen vorgesehen, zum Schulhalbjahr und Schuljahresende.

Insgesamt zeigten sich bei den beiden Treffen folgende Beobachtungen[187]:

- *Unterrichten mit dem TC:*

  Die Lehrkräfte sahen den TC insgesamt als Gewinn an. Im Wesentlichen wurden die Vorteile genannt, die der Abschlussbericht der Phasen I und II enthält. Auf Seiten der Lehrkräfte wurden also diese Erfahrungen bestätigt.

- *Rahmenbedingungen:*

  Die äußeren Rahmenbedingungen des Modellversuchs, insbesondere die Unklarheit, ob die Verwendung des TC nach der Jahrgangsstufe 11 bis zum Abitur weitergeht, führt zu Akzeptanzproblemen auf Seiten der Schüler, der Eltern, des Kollegiums vor Ort und der Schulleitungen. Ein klarer Rahmen für das Projekt wurde gefordert.

- *Bedienungsprobleme in Zusammenhang mit dem TC:*

  Alle Lehrkräfte bis auf eine sahen mit der Bedienung sowohl auf ihrer als auch auf der Seite der Schüler keine größeren Schwierigkeiten. Nach der Überwindung einer etwa vier Monate langen „Eingewöhnungsphase“ wurde der TC als selbstverständliches Hilfsmittel akzeptiert. Eventuell noch vorhandene Unklarheiten mit der Bedienung wurden als überwindbar gesehen. Eine Lehrkraft sah dies als nicht überwindbar, sie berichtete

[187] Diese Beobachtungen fußen auf schriftlichen Aufzeichnungen und Protokollen der Treffen.

von enormen Problemen der Schüler mit der Bedienung des TC, sie lehnte den TC ab und bestritt einen Nutzen im Unterricht. Sie gab ebenso an, aus diesen Gründen den TC nur am Rande eingesetzt zu haben.

- *Einsatz in Prüfungen:*
  Der TC wurde bis auf drei Klassen überall in Prüfungen eingesetzt. Das Vorgehen war individuell. Es gab Klassenarbeiten, in denen der TC vollständig zugelassen war. Es gab Klassenarbeiten, in denen der TC nicht zugelassen war, diese wechselten sich dann mit Klassenarbeiten ab, in denen der TC zugelassen war. Es gab auch Klassenarbeiten, die in zwei Teilen (mit und ohne TC) stattfanden. In den Klassen, in denen der TC generell nicht in schriftlichen Prüfungen eingesetzt wurde, gab es folgende Gründe: In einer Klasse lehnte die Lehrkraft den Einsatz des TC generell ab, also auch in Prüfungen. Eine weitere Lehrkraft befürchtete, schwächere Schüler hätten Nachteile durch die Zulassung eines TC in Klassenarbeiten und argumentierte mit der Gleichbehandlung. Eine weitere Lehrkraft berichtete, dass sich die Schule aufgrund von Protesten von Seiten der Eltern mit ihnen darauf geeinigt hatte, den TC nicht in Klassenarbeiten einzusetzen. Die Eltern stützten sich bei ihren Protesten auf die unklare Zukunft des Modellversuchs, insbesondere auf die unklare Zulassung im Abitur.
- *Unterstützung lokal an der Schule:*
  Im Allgemeinen akzeptierten die Schulleitungen das Projekt und hießen es gut. Die Hauptarbeit bezüglich der Koordination, der Kontaktaufnahme und -pflege mit den Kollegium und Eltern lag meist bei einer einzigen Lehrkraft. Auch bei der Verteilung von Klassen auf die Lehrkräfte kam es vermehrt dazu, dass Lehrkräfte, die Bereitschaft erklärten, mit dem TC zu arbeiten, keine geeignete Jahrgangsstufe erhielten. Auch bei den Dienstbefreiungen zu den Projekttreffen kam es zu Schwierigkeiten, sie muss-

ten teilweise durch die Lehrkraft „erkämpft“ werden. Hier hätte man sich gelegentlich eine aktivere Unterstützung gewünscht.

- *Zusammenarbeit der Lehrkräfte:*
  Die eintägigen Treffen führten nicht zu einem intensiven Austausch über die eigenen Erfahrungen, dafür war der Zeitrahmen wohl zu knapp. Obwohl darum gebeten, brachten die Lehrkräfte zu den Treffen keine eigenen Materialien mit. Um eine Sammlung von Klassenarbeiten wurde gebeten, diese kam aber nur zögerlich in Gang und wurde von einigen Lehrkräften völlig verweigert. Die Durchführung der Tests musste z. T. mehrfach angemahnt werden. Gründe dafür können nur vermutet werden. Offenbar ist es für einige Lehrkräfte ein Problem, Einblicke in den eigenen Unterricht zu gewähren. Ein gemeinsames Vorgehen im Unterricht konnte nicht erreicht werden. Die nötige Zustimmung aller Lehrkräfte konnte nicht erreicht werden. Der damit verbundene zusätzliche Aufwand wäre durch die Lehrkräfte nicht leistbar gewesen.

Aufgrund der Rückmeldungen der Lehrkräfte zu den Unsicherheiten bezüglich des zukünftigen Vorgehens setzte die Administration nach diesen Treffen Rahmenbedingungen für den TC-Einsatz fest. Es wurde erklärt, dass die Absicht besteht, den TC im achtjährigen Gymnasium ab dem zweiten Jahrgang als Wahlalternative zuzulassen. Für das bestehende Projekt wurde die Möglichkeit geschaffen, den TC ab der Jahrgangsstufe 10 bis zur Jahrgangsstufe 13 in allen Klassenarbeiten und mündlichen Prüfungen einzusetzen, nicht jedoch in der schriftlichen Abiturprüfung.

Die eintägigen Treffen der Phase III wurden von allen Lehrkräften als zu kurz angesehen, daher wurde für das weitere Vorgehen auf zeitlich längere Tagungen gedrängt.

6 Der Modellversuch M^3 in der Jahrgangsstufe 11

In diesem Kapitel werden die Erfahrungen und Ergebnisse der Beobachtungen in der Jahrgangsstufe 11 dargelegt. Als Modellklassen werden wieder jeweils diejenigen Klassen bezeichnet, in welchen ein TC eingesetzt wurde. Diejenigen Klassen, in denen kein TC eingesetzt wurde, werden als Kontrollklassen bezeichnet.

6.1 Die (Ausgangs-) Situation

Ab Phase IV befanden sich erstmals Schüler mit TC in Jahrgangsstufe 11.

In der Jahrgangsstufe 11 wurden in Mathematik folgende Inhalte unterrichtet: Elementare Eigenschaften von Funktionen (Symmetrie, Monotonie, Umkehrbarkeit), Grenzwerte (für $|x| \to \infty$ und für $x \to x_0$), Stetigkeitsbegriff, Differenzierbarkeit (auch Ableitungsregeln), Differentialrechnung und ihre Anwendung. Es wurden dabei lineare Funktionen, ganzrationale Funktionen und – in unterschiedlicher Intensität – gebrochen rationale Funktionen betrachtet, alle anderen Funktionstypen spielten eine untergeordnete Rolle. Logarithmus- und Exponentialfunktionen tauchten laut Lehrplan nicht auf. Folgen und Reihen waren nicht verpflichtend.

6.1.1 Schuljahr 2006/2007

In sechzehn Klassen der Jahrgangsstufe 11 an elf bayerischen Gymnasien (insgesamt 412 Schülerinnen und Schüler) wurde ein TC in Unterricht und Prüfungen eingesetzt, davon in 14 Klassen der „TI Voyage 200“, in zwei Klassen der Prototyp des „TI Nspire™ CAS“. Es gab elf Kontrollklassen der Jahrgangsstufe 11 an den elf Gymnasien.

Die Lehrkräfte in Modell- und Kontrollklassen waren nicht identisch.

Die in den Modellklassen tätigen Lehrkräfte unterrichteten jeweils nach ihrem eigenen Konzept, das sich dabei z. T. auf ihre Erfahrungen des vorangegangenen Jahres begründete. Es gab aber auch Lehrkräfte, welche neu hinzugestoßen waren und keine Erfahrung im Unterrichten mit TC hatten. Die Entwicklung eines gemeinsamen Unterrichtskonzepts für alle CAS-Klassen hätte eines für alle akzeptablen Konsenses mit entsprechenden Diskussionen in der Gruppe sowie Ausarbeitung von Lernsequenzen bedurft. Dafür standen die personellen Ressourcen nicht zur Verfügung. Die Lehrkräfte waren auch nicht dazu bereit. Allerdings wurde gerade den Lehrkräften der Jahrgangsstufe 11 eigens Material angeboten, welches in den Projekttreffen vorgestellt wurde. Dieses Material bestand aus vom Autor der Arbeit entwickelten Beispielen zur Lösungsdokumentation und zu vielfältigen Lösungsstrategien, ebenso aus „MinuteMade-Math“ – Beispielen sowie aus einer Zusammenstellung von Literaturhinweisen. Das Material wurde auf den Projekttreffen thematisiert. Zusätzlich wurde weiterhin eine Online-Plattform zur Kooperation genutzt. Für Näheres wird auf den Anhang verwiesen. Auf diesem Wege wurde versucht, ein gemeinsames Konzept zumindest anzuregen.

Aufgrund der Vorgaben des Bayerischen Kultusministeriums war Lehrkräften wie Schülern bekannt, dass der TC in der Jahrgangsstufe 10 und 11 im Unterricht und allen Prüfungen verwendet werden durfte, in einer folgenden Jahrgangsstufe 12 und 13 nur in Unterricht und Prüfungen, nicht aber in der schriftlichen Abiturprüfung.

6.1.2 Schuljahr 2007/2008

In zwölf Klassen der Jahrgangsstufe 11 an elf bayerischen Gymnasien (insgesamt 285 Schülerinnen und Schüler) wurde ein TC in Unterricht und Prüfungen eingesetzt, davon in 8 Klassen der „TI Voyage 200“, in vier Klassen der „TI Nspire™ CAS“. In der Jahrgangsstufe 11 gab keine Kontrollklassen.

Die Lehrkräfte in den Modellklassen unterrichteten wie im Jahr vorher nach eigenem Konzept, unterstützt durch ein Materialangebot. Das Materialangebot wurde überarbeitet und in den Projekttreffen vorgestellt und besprochen.

Die Vorgaben des Bayerischen Kultusministeriums bzgl. des TC-Einsatzes in Prüfungen und in Jahrgangsstufen waren mit denen des Vorjahres identisch.

6.1.3 Schuljahr 2008/2009

In acht Klassen der Jahrgangsstufe 11 an sieben bayerischen Gymnasien (insgesamt 277 Schülerinnen und Schüler) wurde über ein Jahr hinweg ein TC („TI Voyage 200“ bzw. „TI Nspire™ CAS“) im Unterricht und in Prüfungen eingesetzt. Es gab keine Kontrollklassen.

Die Lehrkräfte in den Modellklassen unterrichteten wie in den beiden Jahren vorher nach eigenem – durch ein Materialangebot unterstütztem – Konzept. Das Materialangebot wurde verbessert und in den Projekttreffen vorgestellt und besprochen.

Die Vorgaben des Bayerischen Kultusministeriums bzgl. des TC-Einsatzes in Prüfungen und in Jahrgangsstufen waren mit denen des Vorjahres identisch.

6.2 Entwicklung, Durchführung und Bewertung der empirischen Untersuchung

6.2.1 Vor- und Nachtests im Schuljahr 2006/2007

Zu Beginn und am Ende der Jahrgangsstufe 11 wurden in den Modellklassen und den Kontrollklassen Eingangs- und Endtests ohne TC-Verwendung geschrieben.[188] Die Aufgaben dieser Tests waren jeweils identisch. Die Tests wurden von der Universität Würzburg erstellt.

Jede Aufgabe des Tests wurde mit einem Punkt versehen, Abzüge erfolgten je nach Bearbeitung der Lösung in Schritten von 0,25. Alle Tests wurden von derselben Person bewertet.

Folgende Untersuchungsfragen sollten durch die Tests beantwortet werden:

1. Welche Veränderungen hinsichtlich zentraler mathematischer Fähigkeiten (Termumformungen, Interpretieren von Graphen, Lösen von Gleichungen, Arbeiten mit Tabellen, Arbeiten mit Formeln) lassen sich bei den CAS-Klassen feststellen?
2. Wird durch den CAS-Einsatz – wie häufig behauptet – der Leistungsunterschied zwischen guten und schlechten Schülern größer?

Diese Tests führen die Fragestellung der ersten Phasen des Modellversuchs weiter.

6.2.1.1 Zentrale algebraische Fähigkeiten

Folgende Graphik zeigt die Ergebnisse des Eingangstests:

[188] vgl. Anhang

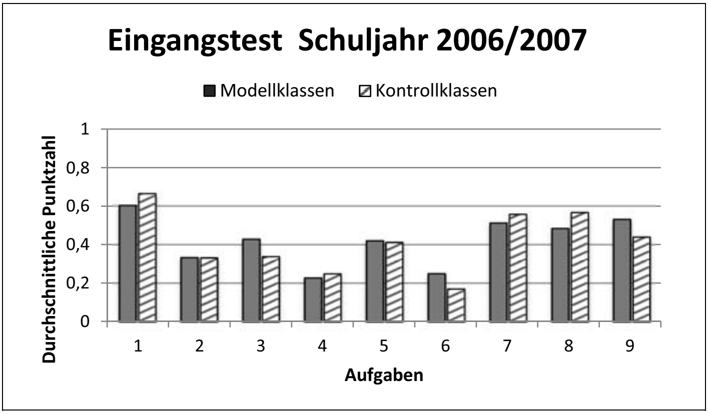


Abbildung 6-1: Eingangstest 2006/2007 (Jgst. 11)

Auf den ersten Blick zeigen die Ergebnisse einigermaßen homogene Zusammensetzung. Über alle Aufgaben hinweg liefert der t-Test nach Student keine signifikanten Abweichungen.
Bei einzelnen Aufgaben zeigt der t-Test nach Student signifikante Unterschiede. Bei den Aufgaben 3 (p-Wert 0,01), 6 (p-Wert 0) und 9 (p-Wert 0,01) schneiden die Modellklassen signifikant besser ab. Bei den Aufgaben 1 (p-Wert 0,04) und 7 (p-Wert 0,05) schneiden die Kontrollklassen signifikant besser ab. Diese Aufgaben sind jeweils aus den Bereichen Term und Graph und bei beiden Gruppen nahezu gleich verteilt, so dass diese Unterschiede keiner weiterer Betrachtung bedürfen.
Der Nachtest im Schuljahr 2006/2007 zeigt folgende Ergebnisse:

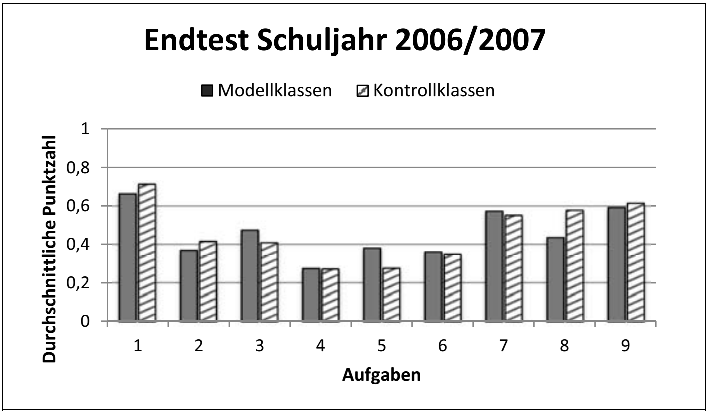


Abbildung 6-2: Endtest 2006/2007 (Jgst. 11)

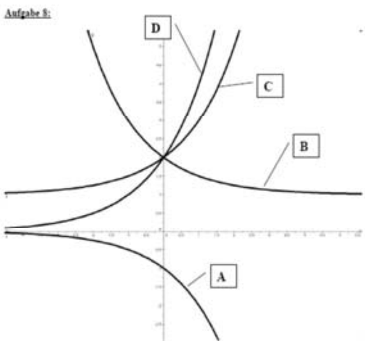
Über alle Aufgaben hinweg zeigt der t-Test nach Student keine signifikanten Unterschiede.

Betrachtet man einzelne Aufgaben, so gibt es bei zwei Aufgaben signifikante Abweichungen. Bei Aufgabe 5 schneiden die Modellklassen signifikant besser (p-Wert 0) als die Kontrollklassen ab. Bei dieser Aufgabe geht es um die Interpretation eines Terms:

> Aufgabe 5:
> In einem Mathematikheft steht die Rechnung
> $\left(x^2\right)^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{2}{4}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.
>
> Ein Computerprogramm liefert bei der Eingabe von $\left(x^2\right)^{\frac{1}{4}}$ die Ausgabe $\sqrt{|x|}$.
> Nehmen Sie hierzu Stellung.

Die Schüler der Modellklassen kommen mit dieser Fragestellung offenbar besser zurecht. Derartige Problemstellungen dürften auch im Unterricht mit TC häufiger vorkommen, wenn es um die Kommunikation mit dem TC als Experten geht.

Bei Aufgabe 8 schneiden die Kontrollklassen signifikant besser (p-Wert 0) als die Modellklassen ab. Bei dieser Aufgabe müssen Funktionsgraphen entsprechenden Termen zugeordnet werden. Erstaunlich ist das bessere Abschneiden der Kontrollklassen insofern, da man erwarten müsste, dass Schüler, die mit einem TC arbeiten, bei solchen graphischen Fragestellungen leistungsfähiger geworden sind.



Aufgabe 8:
Im Diagramm sind zu vier der im Folgenden angegebenen Funktionsterme die Graphen gezeichnet. Ordnen Sie die richtigen zu, indem Sie den jeweiligen Buchstaben vor den Term schreiben.

□ 2^x
□ 2^{x+1}
□ 2^{-x+1}
□ 2^x+1
□ $2^{-x}+1$
□ 2^{-x}
□ -2^x

Graphen von Exponentialfunktionen werden in der Jahrgangsstufe 10 ausführlich behandelt, in der Jahrgangsstufe 11 hingegen nicht. Eine mögliche Erklärung für dieses Ergebnis ist, dass Schüler der Kontrollklassen häufiger mit bekannten Funktionstypen in der Jahrgangsstufe 11 arbeiten als dies Schüler der Modellklassen tun. Laut Aussagen der Lehrkräfte der TC-Klassen wurden sehr viele Graphen betrachtet, da ja der TC dies gerade ermöglicht.
Vergleicht man nun die Leistungen in Eingangs- und Endtest, so lässt sich der Leistungszuwachs betrachten. Der in folgender Graphik auf der Hochwertachse angetragene Wert ergibt sich als Differenz aus der durchschnittlichen Punktzahl im Nachtest und der durchschnittlichen Punktzahl im Eingangstest.

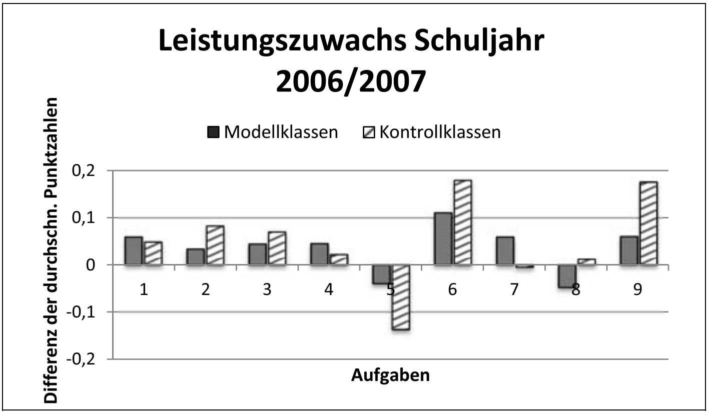


Abbildung 6-3: Leistungszuwachs 2006/2007 (Jgst. 11)

Insgesamt beträgt der durchschnittliche Leistungszuwachs in den Modellklassen 0,04, in den Kontrollklassen 0,05, wobei insgesamt gesehen nach dem t-Test nach Student keine signifikante Abweichung besteht. Betrachtet man die einzelnen Aufgaben, so stellt man unterschiedliches Verhalten fest.

In den Aufgabe 5 (p-Wert 0,01), 6 (p-Wert 0,01), 7 (p-Wert 0,02) und 9 (p-Wert 0,01) sind die Leistungszuwächse zwischen Modell- und Kontrollklassen signifikant verschieden.

Aufgabe 5 ist insofern von Interesse, weil es diejenige Aufgabe ist, die auch schon von den Modellklassen im Endtest signifikant besser bearbeitet worden ist. Die (durchaus schwierige) Interpretation des Terms und seiner Definitionsmenge scheint also bei Schülern, die mit einem TC arbeiten, besser geschult zu werden. Aufgabe 7 ist eine Aufgabe aus dem Bereich der Funktionen und Graphen, allerdings ist hier eine Funktionenschar enthalten, über deren besonderen Verlauf Aussagen zu treffen sind, die ebenfalls schwierig sind und eine genaue Argumentation erfordern. Auch hier haben die Schüler mit TC einen höheren Leistungszuwachs.

Bei den Aufgaben 6 und 9, die auch aus dem Themenbereich Funktion und Graph stammen, haben die Schüler der Kontrollklassen einen signifikant höheren Leistungszuwachs. Diese beiden Aufgaben sind allerdings nicht so schwer wie die Aufgaben 5 und 7. In der Aufgabe 6 ist der Graph einer trigonometrischen Funktion gegeben, welche eher zu den vertrauten Funktionen gehört, von denen in den Kontrollklassen evtl. mehr Gebrauch gemacht worden ist als in den Modellklassen. Der unterschiedliche Zuwachs in Aufgabe 9 kann nicht geklärt werden. Auffallend ist, das bei den Aufgabe 6 und 9 im Gegensatz zu denjenigen, bei denen der Leistungszuwachs in den Modellklassen höher war, nicht argumentiert und begründet werden musste. Dies kann insgesamt als Hinweis darauf gesehen werden, dass genau diese Tätigkeiten in den Modellklassen verstärkt gefordert und damit auch gefördert werden. Ordnet man die Aufgaben des Tests den Bereichen „Term“ (Arbeiten mit Termen; Aufgaben 1, 2, 3), „Graph“ (Arbeiten mit Graphen; Aufgaben 6, 7, 8, 9) und „Gleichung“ (Arbeiten mit/Lösen von Gleichungen; Aufgaben 4, 5) zu, so ergibt sich folgendes Bild:

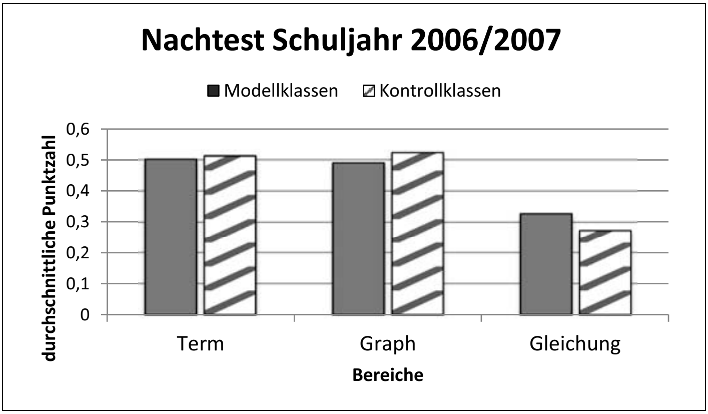


Abbildung 6-4: Nachtest 2006/2007 nach Bereichen Term/Graph/Gleichung (Jgst. 11)

Die Unterschiede sind auf den ersten Blick geringfügig. Im Bereich „Term“ und „Graph“ liefert der t-Test nach Student keine Aussagen zu einem signifikanten Unterschied, im Bereich „Gleichung“ ist der Unterschied zwischen den Gruppen signifikant (p-Wert 0,007). Die hieraus ablesbare Tendenz, dass Schüler, die Unterricht mit TC hatten, besser im Arbeiten mit Gleichungen sind und schlechter im Arbeiten mit Termen und Graphen, steht nicht im Einklang mit den in der

Jahrgangsstufe 10 in den Phasen I, II und III des Modellversuchs gemachten Beobachtungen.

Im Schuljahr 2006/2007 gab es drei Schulen, an denen die Schüler der Klassen in der Jahrgangsstufe 11 zum ersten Mal mit einem TC in Berührung gekommen sind. Die Schüler aller anderen Klassen der Jahrgangsstufe 11 kannten (zumindest großteils) den TC aus dem Vorjahr, wiesen also eine gewisse Vertrautheit damit auf.

Berücksichtigt man dies in obiger Darstellung, so ergibt sich folgendes Bild:

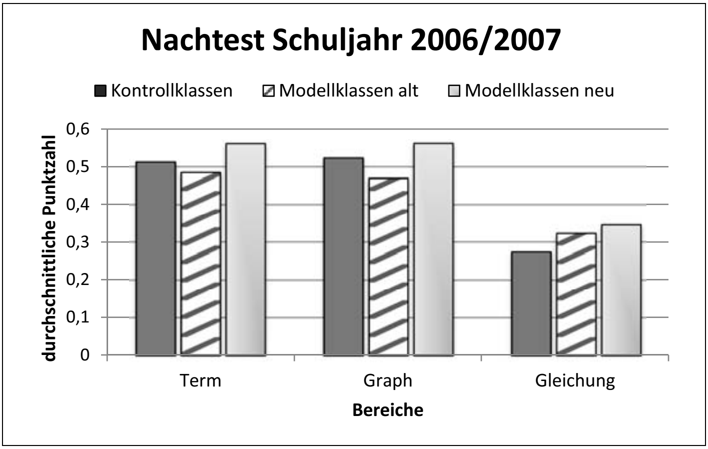


Abbildung 6-5: Nachtest 2006/2007 nach alten und neuen Modellklassen (Jgst. 11)

Hier ist deutlich erkennbar, dass diejenigen Modellklassen, welche zum ersten Mal mit TC arbeiten, sogar in allen drei Bereichen besser abschneiden, insbesondere in den Bereichen „Term“ und „Graph“.

Hier könnte es sein, dass gerade beim ersten Arbeiten mit dem TC ein positiver Verstärkungseffekt auftritt. Bei Klassen, die schon länger mit dem TC arbeiten, könnte es ein Hinweis darauf sein, dass sich ein gewisser „Gewöhnungseffekt“ einstellt. Es ist aber auch eine mögliche Erklärung, dass sich Aufgabentypen und Arbeitsanweisungen im Unterricht auf das neue Hilfsmittel einstellen.

Zusammenfassung:

Insgesamt bestätigen die Ergebnisse der rechnerfreien Tests wiederum, dass durch den Unterricht mit einem TC die elementaren algebraischen Fertigkeiten nicht verloren gehen, wie dies häufig befürchtet wird. Es besteht die Vermutung, dass Schüler, die mit TC unterrichtet worden sind, in komplexeren Fragestellungen und solchen, in denen verbale Begründungen und Beschreibungen gefordert werden, tendenziell besser abschneiden.

6.2.1.2 Leistungsunterschiede

Aufgrund der Ergebnisse der Vortests wurden die Schüler bezüglich der durchschnittlich erreichten Punktzahl stets in drei Gruppen eingeteilt: Das untere Quartil wird als „schwach“, die beiden mittleren Quartile als „mittel“ und das obere als „stark“ bezeichnet.

Folgende Graphiken zeigen die mittleren Gesamtpunktzahlen dieser drei Gruppen in Vor- und Nachtest, dabei befinden sich die Ergebnisse der Modellklassen in der linken, die der Kontrollklassen in der rechten Spalte.

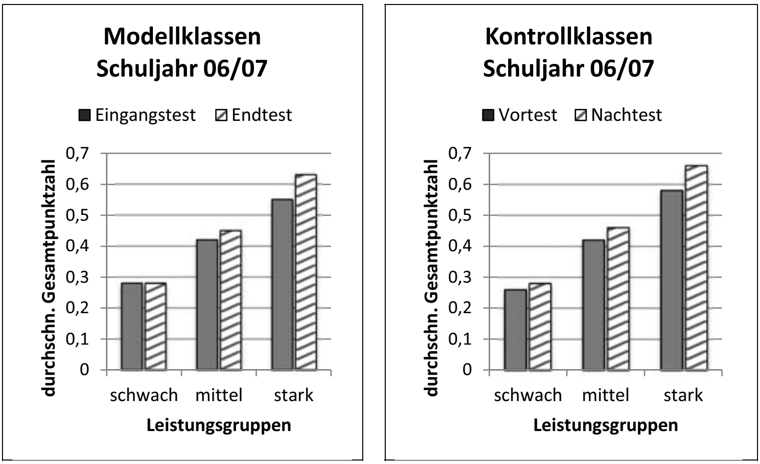


Abbildung 6-6: Leistungsgruppen 2006/2007 (Jgst. 11)

Über alle Aufgaben hinweg gibt es bei keiner der drei Gruppen nach dem t-Test von Student signifikante Abweichungen. Ebenso treten keine signifikanten Abweichungen auf, wenn man den durchschnittlichen Leistungszuwachs (gemessen als Differenz der durchschnittlichen Punktzahlen im Endtest und Eingangstest) der drei Gruppen betrachtet.

Zusammenfassung:

Dies bestätigt die Ergebnisse der ersten drei Phasen, dass sich die Leistungsschere durch den Einsatz eines TC nicht weiter öffnet. Es ist also nicht so, dass leistungsschwächere Schüler noch schwächer und leistungsstärkere Schüler noch besser werden.

6.2.2 TC-Tests

Zusätzlich zu den Eingangs- und Endtests wurden im Schuljahr 2006/2007 zu zwei Terminen, zum Schulhalbjahr (Februar) und zum Schuljahresende (Juni), Tests unter Verwendung des TC geschrieben. Solche Tests waren nicht vorhanden und mussten erst entwickelt werden. Um die große Zahl an Schülern einbeziehen zu können, wurde eine besondere Testform konstruiert.

Durch den Test sollte Einblick erhalten werden, inwieweit die Schüler den TC als Hilfsmittel einsetzen und zu welchen Tätigkeiten sie ihn heranziehen.

Den Schülern wurden jeweils vier Aufgaben zur Bearbeitung vorgelegt, wobei die Schüler selbst jeweils entscheiden konnten, ob sie den TC verwenden oder nicht. Nach Beendigung des Tests erhielten die Schüler einen Fragebogen, in dem sie zusätzliche Angaben zu den vorher bearbeiteten Aufgaben machen konnten, insbesondere, wo sie den TC eingesetzt haben. Der Test wurde vor der Durchführung in einer Klasse pilotiert.

Die Lehrkräfte erhielten schriftlich Anweisungen zur Durchführung der beiden Tests in den Klassen.

Durch die Durchführung der Tests zu zwei Zeitpunkten, einmal zur Schuljahresmitte (Februar) und zum Schuljahrsende (Juni) sollte die Möglichkeit geschaffen werden, Entwicklungen im Laufe des Schuljahres beobachten zu können.

Die Testaufgaben und Fragen finden sich im Anhang.

6.2.2.1 Verwendung des TC

Folgende Graphiken zeigen, von wie vielen Schülern der TC nach eigenen Angaben im Februar und Juni-Test verwendet worden ist.

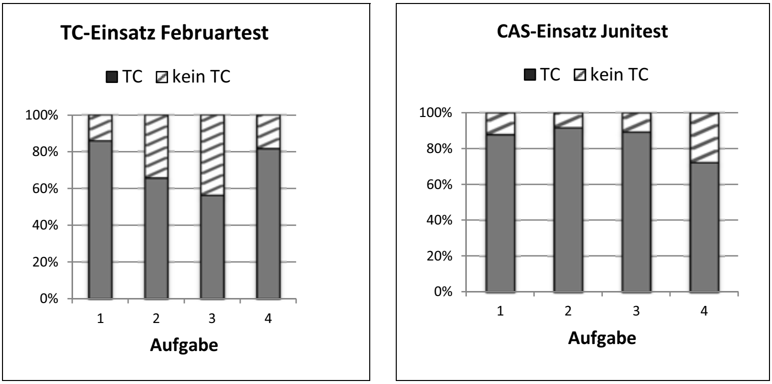


Abbildung 6-7: TC-Einsatz (TC-Test 2006/2007, Jgst. 11)

Es zeigt sich, dass der Einsatz des TC am Schuljahresende deutlich höher war als zur Mitte des Schuljahres. Da der TC seit Beginn des Schuljahres verwendet werden konnte, überrascht der geringere Einsatz zum Halbjahr durchaus. Dies ist ein Hinweis darauf, dass es doch gewisser Zeit bedarf, bis der TC in Prüfungen durch die Schüler (und evtl. Lehrkräfte) als Hilfsmittel anerkannt und damit auch eingesetzt wird.

Interessant ist ein Blick auf den Einsatz des TC aufgeschlüsselt nach Klassen (die Klassen sind aus Gründen der Anonymisierung mit Buchstaben von A bis N bezeichnet. Hierbei sind die Klassen zufällig sortiert, also weder alphabetisch noch nach Schulnummern.):

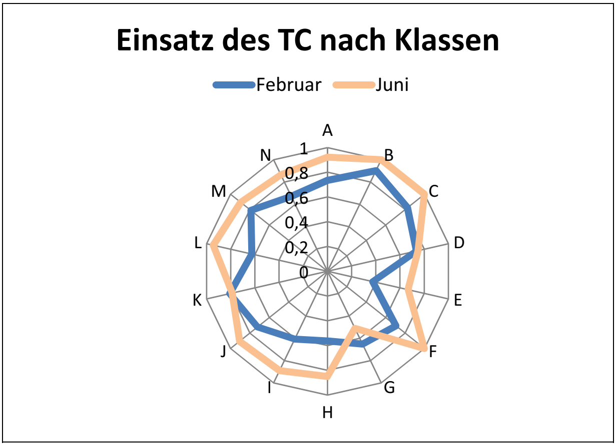


Abbildung 6-8: Einsatz des TC nach Klassen (TC-Test 2006/2007, Jgst. 11)

In drei Klassen (B, C, F) beträgt der Einsatz des TC im Juni 100%, vorher war er auch bereits hoch. In zwei Klassen (K, D) blieb der Einsatz des TC nahezu konstant. In einer Klasse (G) nimmt er zu Schuljahresende ab. Ansonsten kann die Zunahme des TC-Einsatzes zum Schuljahresende überall beobachtet werden.

6.2.2.2 Erreichte Bewertungseinheiten und TC Einsatz

Zunächst einmal werden die durchschnittlich erreichten Bewertungseinheiten derjenigen Schüler, welche einen TC verwendet haben, mit denjenigen verglichen, welche keinen TC verwendet haben.

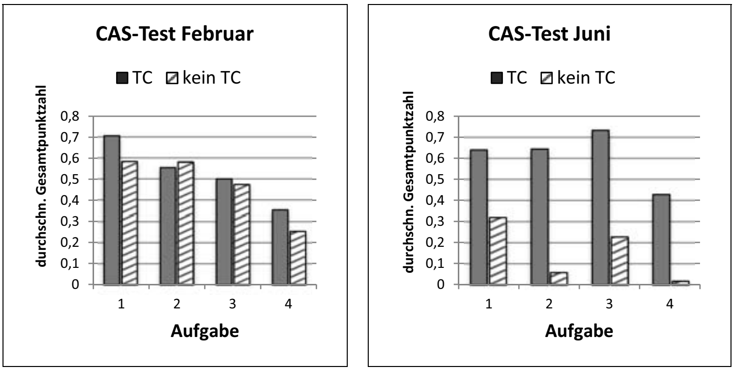
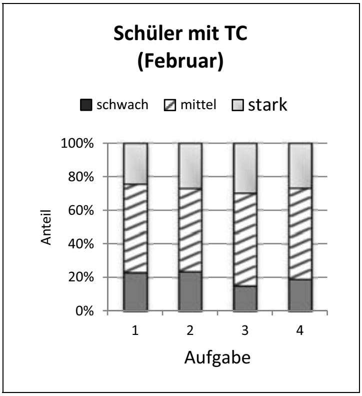


Abbildung 6-9: Erreichte Bewertungseinheiten (TC-Test 2006/2007, Jgst. 11)

Im Februar gibt es eine leichte Tendenz, dass diejenigen Schüler, welche den TC einsetzen, erfolgreicher in der Bearbeitung der Aufgaben abschneiden als diejenigen, die keinen TC einsetzen. Im Juni ist dies markant. An dieser Stelle stellt sich die Frage, inwieweit hier gerade leistungsfähige Schüler den TC einsetzen.

In folgender Graphik ist jeweils dargestellt, welcher Anteil an leistungsschwachen, mittleren und leistungsstarken Schülern unter denjenigen Schülern ist, welche im Februar bzw. Juni den TC benutzt haben und nicht benutzt haben. Die Einteilung der Schüler in die Leistungsstufen erfolgte aufgrund des Vortests, dabei wurde das untere Quartil den leistungsschwachen zugeordnet, das obere den leistungsstarken.



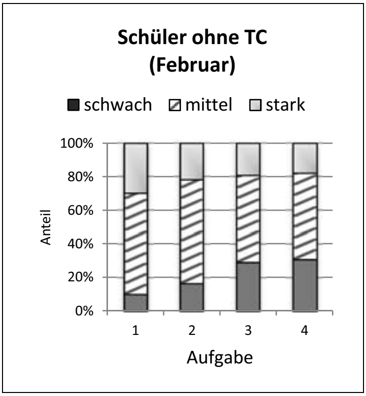


Abbildung 6-10: TC-Einsatz nach Leistungsgruppen (TC-Test Februar 2007, Jgst. 11)

Es ist eine leichte Tendenz erkennbar, dass unter den Schülern, welche den TC nicht verwendet haben, bei den schwierigeren Aufgaben 3 und 4 mehr leistungsschwächere Schüler waren, wohingegen bei den einfacheren Aufgaben 1 und 2 eher mehr leistungsschwächere den TC benutzt haben. Diese Tendenzen sind aber nicht sehr deutlich.

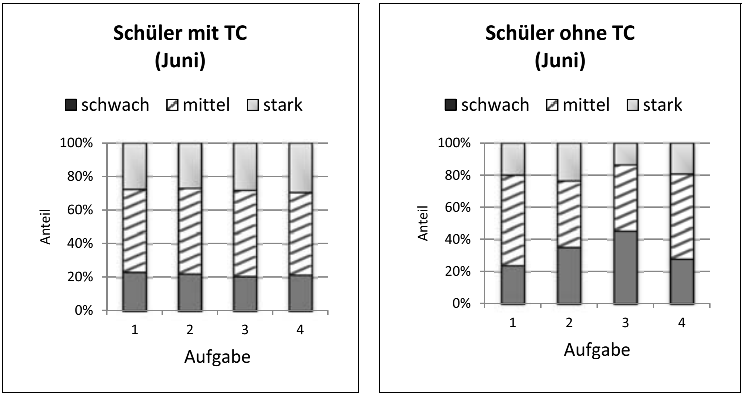


Abbildung 6-11: TC-Einsatz nach Leistungsgruppen (TC-Test Juni 2007, Jgst. 11)

Im Juni, wo erheblich mehr Schüler den TC eingesetzt haben, scheint es so zu sein, dass tendenziell mehr leistungsschwächere Schüler den TC nicht nutzen. Allerdings ist es bei weitem nicht so, dass nur die leistungsschwächeren Schüler auf den Einsatz des TC verzichten, sondern es sind stets Schüler aller drei Leistungsbereiche vertreten.

Interessant dabei ist, dass bei den Aufgaben 1 bis 3 die leistungsschwächeren Schüler, die den TC nicht eingesetzt haben, aus 3 von 14 Klassen stammen (diese Klassen aber nicht mehr leistungsschwächere Schüler enthielten als die anderen Klassen, zwei von diesen Klassen enthielten sogar nur zwei Schüler, die dieser Kategorie zugeordnet wurden). Die meisten dieser Schüler stammen aus den Klassen E und G, Klassen, in denen der Einsatz des TC generell eher gering war bzw. sogar zum Schuljahresende zurückging.

Bei der Aufgabe 4 stammen die leistungsschwachen Schüler ohne TC-Einsatz aus 10 von 14 Klassen, hier schlägt sich die Schwierigkeit der Aufgabe (ein in der Regel in der Jahrgangsstufe 11 unbehandelter Funktionstyp) nieder.

Betrachtet man den TC-Einsatz bei den Aufgaben in Abhängigkeit der Geschlechter, so stellt man fest, dass über alle Aufgaben hinweg kein signifikanter Unterschied zwischen Mädchen und Jungen besteht. So setzten im Februar 73% der Mädchen und 72% der Jungen den TC ein, im Juni 84% der Mädchen und 87% der Jungen. Bezogen auf einzelne Aufgaben ergibt sich nur im Juni-Test bei Aufgabe 2 ein signifikanter Unterschied (p=0,02), hier setzen 88% der Mädchen und 96% der Jungen den TC ein. Hieraus lässt sich aber kein unterschiedliches Verhalten zwischen Mädchen und Jungen im Umgang mit dem TC ableiten. Dem müsste in einer eigenen Untersuchung nachgegangen werden.

Zusammenfassung:

Insgesamt zeigt sich, dass die Schüler, die den TC im Juni-Test eingesetzt haben, deutlich mehr Bewertungseinheiten erreicht haben. Dieses bessere Abschneiden liegt nicht an der Leistungsfähigkeit der Schüler. Vielmehr scheint dies am Werkzeug TC zu liegen.

6.2.2.3 Einsatzzeitpunkt des TC

Die Schüler wurden bei den TC-Tests jeweils gebeten, bei jeder Aufgabe anzugeben, ob sie den TC (falls sie ihn zur Lösung eingesetzt haben) zu Beginn des Lösungsprozesses (als Orientierung, zur Lösungsfindung), während des Lösungsprozesses (begleitend, etwa als Kontrollorgan) oder am Ende des Lösungsprozesses (zum Überprüfen des Ergebnisses) eingesetzt haben. Dabei waren Mehrfachnennungen möglich.

Für die jeweiligen Aufgaben zeigen sich folgende Ergebnisse:

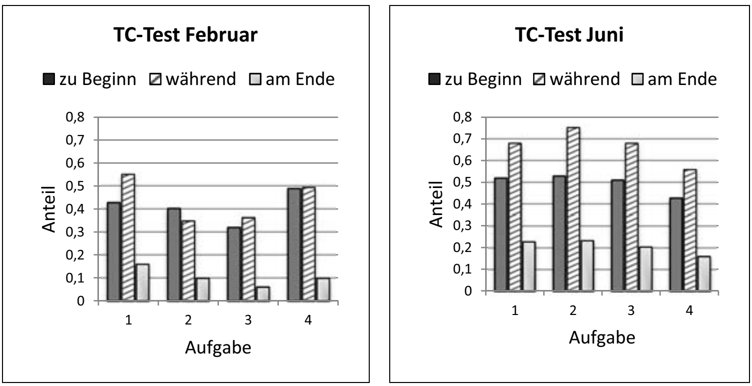


Abbildung 6-12: Einsatzzeitpunkt des TC (TC-Test 2006/2007, Jgst. 11)

Die jeweiligen Anteile der Angaben sind im Juni höher als im Februar. Man kann erkennen, dass die Angaben der Schüler im Juni bezogen auf die Aufgaben nicht so stark differieren. Zusätzlich haben sich die Anteile erhöht, was ein Hinweis darauf ist, dass die Schüler den TC im Juni in mehr Phasen integrieren als im Februar. Auffallend ist, dass sich die Angabe „während der Lösung“ deutlich erhöht hat. Dies kann als Beleg dafür gedeutet werden, dass die Schüler den TC am Jahresende als Werkzeug in ihre Lösungsprozesse besser integriert haben als zur Schuljahresmitte. Den TC am Ende des Lösungsprozesses zur Kontrolle einzusetzen spielt dagegen eine eher untergeordnete Rolle.
Trägt man die Angaben geordnet nach Klassen auf, so erhält man folgende Darstellungen:

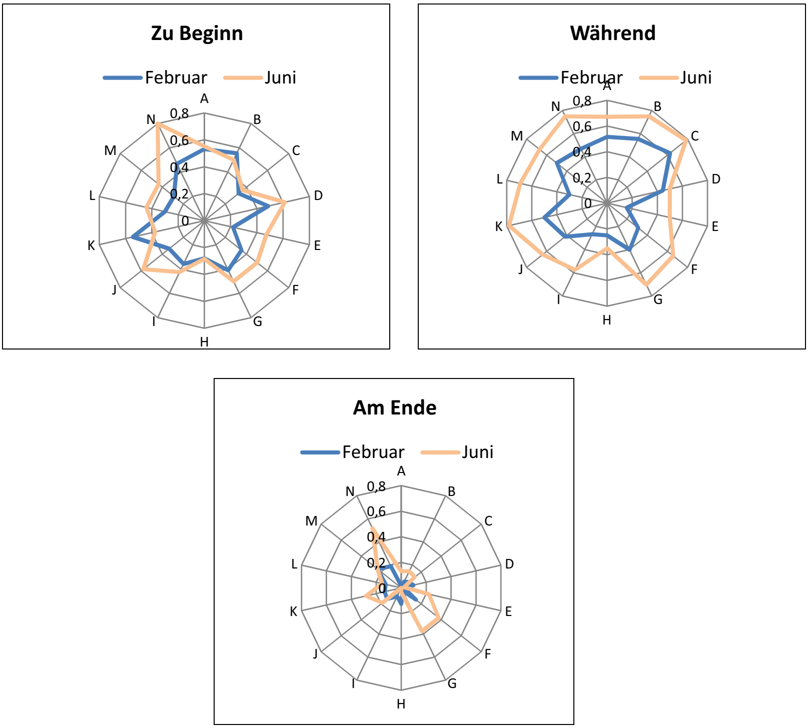


Abbildung 6-13: Einsatzzeitpunkt des TC nach Klassen (TC-Test 2006/2007, Jgst. 11)

Man erkennt, dass die Angaben sich (wie oben beschrieben) erhöhen, allerdings bleibt das Grundmuster in den Klassen bei „während" und „am Ende" erhalten. Wann Schüler im Laufe eines Lösungsprozesses den TC einsetzen scheint also klassentypisch zu sein, was sich nur erklären lässt, wenn man den Unterricht in den Klassen, insbesondere die Art und Weise, wann die Lehrkraft den TC in Lösungsprozesse integriert und den Schülern nahebringt, berücksichtigt. Nicht in gleicher Weise lässt sich dies bei der Angabe „zu Beginn" erkennen. Eine Tendenz ist aber durchaus abzulesen.

Zusammenfassung:

Insgesamt lässt sich erkennen, dass man den Angaben der Schüler zum Zeitpunkt des Einsatzes des TC bei den Aufgaben entnehmen kann, dass sie ab Schuljahresende den TC deutlich stärker in den gesamten Lösungsprozess integriert sehen. Ein Einsatz am Ende einer Aufgabe spielt eine eher untergeordnete Rolle. In den jeweiligen Klassen scheint ein bestimmtes Schema des zeitlichen Einsatzes des TC vorzuherrschen, welches aus dem Erleben im Unterricht herrühren muss. Die Schüler adaptieren offenbar die im Unterricht erlebte Vorgehensweise.

6.2.2.4 Einschätzungsfragen im TC-Test

Im Februar-Test sowie im Juni-Test wurden bei den Fragebögen vorab einige Einschätzungsfragen gestellt, nämlich:

1. Haben Sie den TC bei der Bearbeitung der Aufgaben als Hilfe empfunden?
2. Hatten Sie Schwierigkeiten, den Einsatz des TC in Ihrer Lösung schriftlich zu dokumentieren?
3. Hatten Sie Schwierigkeiten mit der Bedienung des TC?
4. Würde Sie der Aussage zustimmen, dass der TC Ihnen beim Bearbeiten der Aufgaben ein Gefühl der Sicherheit gegeben hat?

5. Wenn Sie an den bisherigen Unterricht mit dem TC denken, empfinden Sie ihn als interessant?

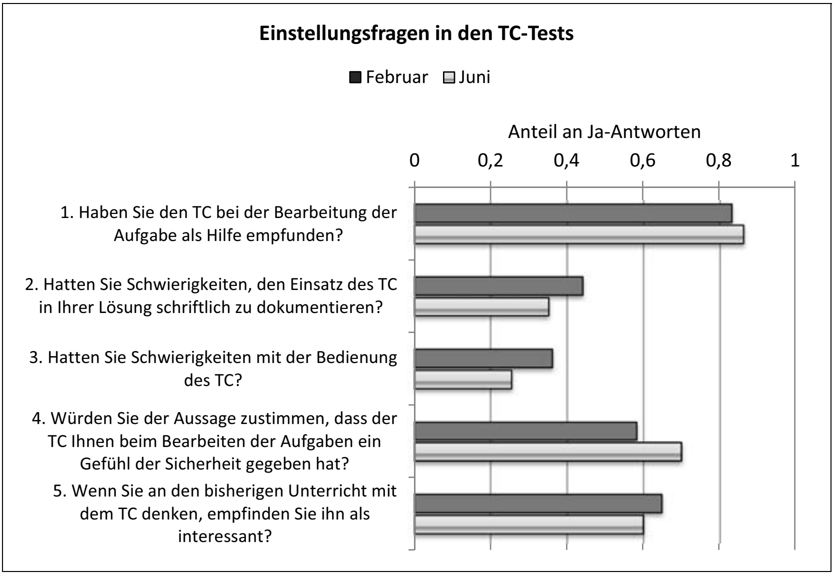


Abbildung 6-14: Einstellungsfragen (TC-Test 2006/2007, Jgst. 11)

Ein hoher Anteil von gut 80% der Schüler empfindet den TC als Hilfe bei der Bearbeitung der Aufgaben, diese Einstellung ändert sich nicht wesentlich vom Februar zum Juni. Etwa 60% der Schüler empfinden den Unterricht mit TC als interessant, diese Einschätzung ändert sich vom Schulhalbjahr bis zum Schuljahresende auch nicht wesentlich. Zwischen Schülerinnen und Schülern gibt es hierbei sehr signifikante Unterschiede (p=0,0001), so stehen bei den Schülerinnen 51% Zustimmung zur Aussage, dass der Unterricht mit dem TC als interessant empfunden wird, 76% Zustimmung auf Seiten der Schüler gegenüber. Bei den übrigen Fragen gibt es keinerlei signifikante Unterschiede zwischen den Geschlechtern.

Bei den übrigen drei Fragen sind die Veränderungen signifikant bzw. sehr signifikant (p = 0,06 bei Frage 2; p= 0,02 bei Frage 3 und p=0,01 bei Frage 4). So hatten also im Juni deutlich weniger Schüler Schwierigkeiten mit der Dokumentation der Lösungswege unter Einsatz des TC. Immerhin geben aber zum Schuljahresende noch 35% der Schüler an, dass ihnen dies Schwierigkeiten bereitet. Dieser Anteil ist zu hoch, soll der TC als dauerhaft verfügbares Werkzeug in den Unterricht integriert werden.

Mit der Bedienung des TC haben zum Juni noch 25% der Schüler Schwierigkeiten. Diese Frage wurde von den Schülern aus ihrem subjektiven Empfinden heraus beantwortet. Es ist hier offen, was die jeweiligen Schüler als „Bedienungsprobleme“ ansehen. In den Interviews konnte festgestellt werden, dass hinter Schwierigkeiten, welche der Bedienung zugeschrieben werden, oftmals mathematische Verständnisprobleme stecken, welche zu Unrecht der Bedienung zugeschrieben werden. Dazu sei ein Beispiel angeführt. Es bezeichne $V(r)=\frac{10}{7}r^2\pi(7-r)$ das Volumen eines einem Kegel vom Radius 7 und der Höhe 10 einbeschriebenen Zylinders, dessen Radius mit r bezeichnet werde. Die Frage nach einem einbeschriebenen Kegel mit maximalem Volumen kann graphisch beantwortet werden, indem der Graph von $V(r)$ gezeichnet und das Maximum abgelesen wird. Zeichnet nun ein Schüler mit dem TC den Graphen der Funktion $f(x)=V(r)$, so zeigt der TC korrekterweise keinen Graphen an, da $V(r)$ nicht von x abhängt. Ein solcher Fehler wird vom Schüler leicht einem Bedienungsfehler zugeschrieben, obwohl es sich nicht um einen solchen handelt.

Bei den Fragen nach den Bedienungsproblemen und den Schwierigkeiten mit der Lösungsdokumentation gibt es interessanterweise keine signifikanten Abweichungen zwischen den Gruppen der leistungsschwachen, mittleren und starken Schüler. Die Angaben der Schüler haben also nichts mit ihrer Leistungsfähigkeit in Mathematik zu tun.

Das subjektive Gefühl, dass der TC ein Gefühl von Sicherheit beim Lösen von Aufgaben vermittelt, nahm zum Juni signifikant zu. Dies spiegelt die größere Vertrautheit mit dem Werkzeug TC wider.

Bei diesen Fragen lohnt ein Blick auf die nach Klassen sortierten Angaben.

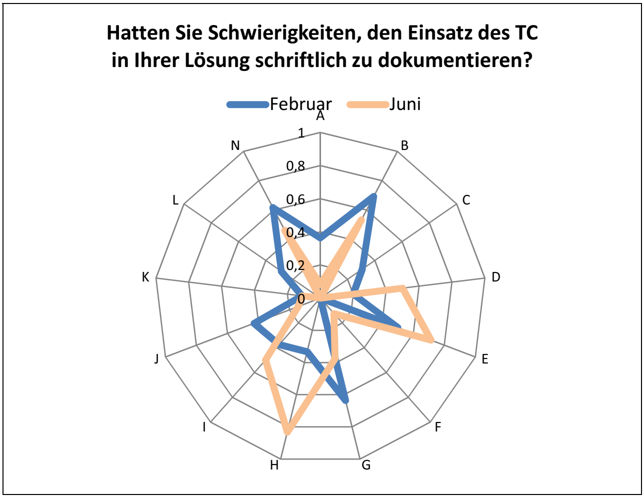


Abbildung 6-15: Einstellungsfrage 2 nach Klassen (TC-Test 2006/2007, Jgst. 11)

Nicht in allen Klassen werden die Schwierigkeiten weniger, Lösungen unter Verwendung des TC zu dokumentieren. In den Klassen D, E, F, H und I nehmen diese zum Schuljahresende zu, bei D, E und H sogar deutlich. Dies ist ein Hinweis darauf, dass die Thematik der Dokumentationen mit TC von der Lehrkraft gezielt angegangen werden muss.

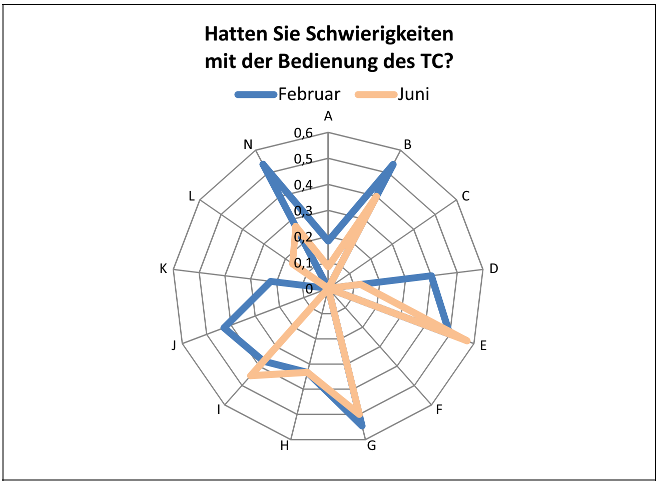


Abbildung 6-16: Einstellungsfrage 2 nach Klassen (TC-Test 2006/2007, Jgst. 11)

In den Klassen C und F gaben die Schüler nie an, sie hätten Schwierigkeiten mit der Bedienung des TC. In den Klassen A, B, D, J, K und N nahm die Zustimmung zu dieser Aussage zum Juni ab, in der Klasse J sogar deutlich. In den Klassen E und I nahm sie zu, in den Klassen G und H blieb es nahezu gleich. Dies legt nahe, dass dies ein Faktor ist, der durch die Lehrkraft und ihren Umgang mit den Geräten beeinflusst wird.

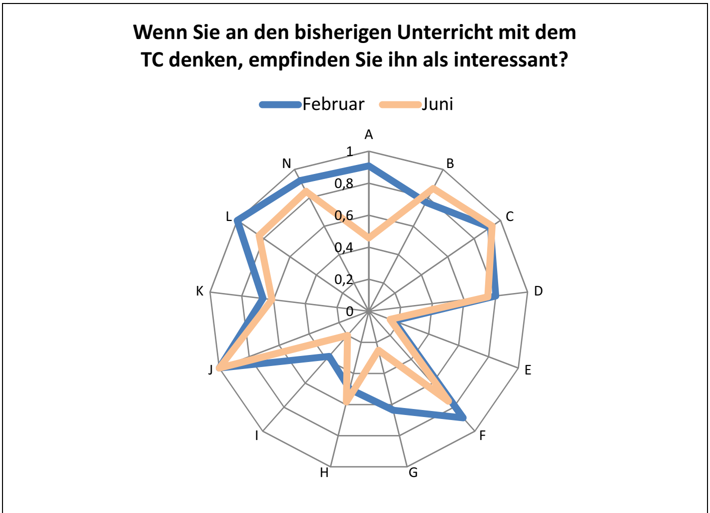


Abbildung 6-17: Einstellungsfrage 5 nach Klassen (TC-Test 2006/2007, Jgst. 11)

Auch in dieser Frage zeigt sich zwischen den Klassen ein deutlicher Unterschied. Generell ist zum Schuljahresende eher eine Abnahme zu verzeichnen, allerdings bleibt hier offen, inwieweit dies nicht ohnehin (auch ohne TC-Einsatz) der Fall ist. Gerade angesichts der letzten beiden Fragen erscheinen die Klassen E und H interessant, denn dort geben die Schüler auch an, große Probleme bei der Bedienung und bei der Dokumentation von Lösungen zu haben. Sie empfinden den Unterricht mit TC auch nicht als interessant.

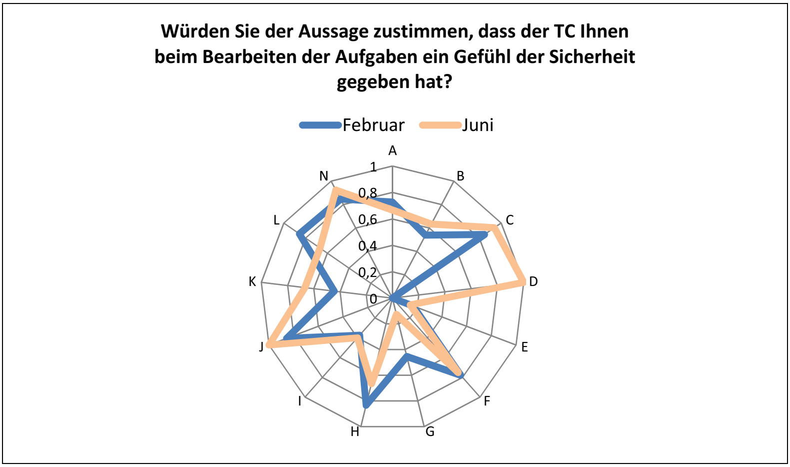


Abbildung 6-18: Einstellungsfrage 4 nach Klassen (TC-Test 2006/2007, Jgst. 11)

Man kann erkennen, dass die Zustimmung nicht in allen Klassen gleich hoch ist und dass sie zum Schuljahresende nicht überall zugenommen hat. Besonders erwähnenswert scheint, dass diese graphische Darstellung derjenigen der letzten Frage „*Wenn Sie an den bisherigen Unterricht mit dem TC denken, empfinden Sie ihn als interessant?*“ sehr ähnlich ist. Dies ist ein Beleg dafür, dass eine Vertrautheit mit dem TC (und damit das Gefühl, er gebe Sicherheit) eng mit dem Erleben im Unterricht verknüpft ist.

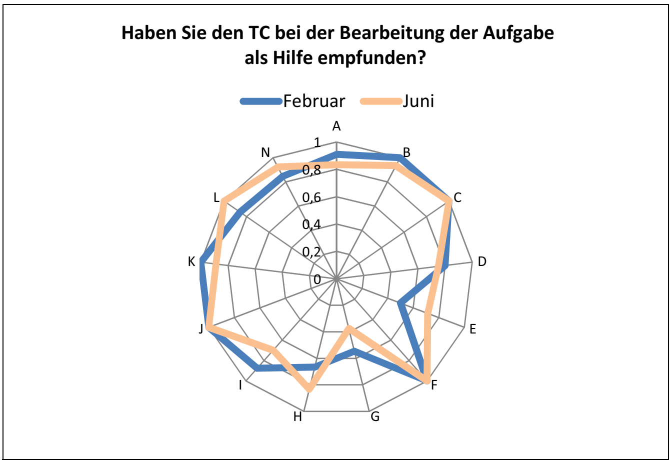


Abbildung 6-19: Einstellungsfrage 1 nach Klassen (TC-Test 2006/2007, Jgst. 11)

Im Gegensatz zu den anderen Einschätzungsfragen sind bei dieser Frage die Unterschiede zwischen den Klassen bei weitem nicht so deutlich. Nahezu durchgängig empfinden die Schüler den TC als Hilfe.

Zusammenfassung:

Der TC wird von den Schülern durchweg als Hilfe gesehen. Schwierigkeiten, die die Schüler in der Bedienung sehen, gehen zwar zum Ende eines Schuljahres zurück, nehmen aber immer noch einen sehr hohen Anteil ein. Ebenso verhält es sich mit Unsicherheiten bei der Dokumentation des Lösungsweges. Beide Schwierigkeiten stehen offenbar in engem Zusammenhang mit dem Erleben im Unterricht.

6.2.2.5 Einsatzart des TC

Nun werden die einzelnen Aufgaben des TC-Tests näher betrachtet. Die Schüler gaben jeweils unmittelbar nach der Bearbeitung des Tests in einem Fragebogen an, welche Funktionalitäten des TC sie bei der Aufgabenbearbeitung verwendeten. Dabei waren durchaus Mehrfachnennungen möglich, so dass die Prozentzahlen dementsprechend zu interpretieren sind.

6.2.2.5.1 Aufgabe 1 (Februar-Test)

Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge der Funktion

$$f : x \mapsto \frac{2x^2 - 6x + 4}{x^2 + 2x - 2}$$

Bei dieser Aufgabe erwartet man die Ermittlung der Nullstellen des Nennerterms. Ein Schüler, der einen TC zur Verfügung hat, wird diese Berechnung vermutlich einfach an den TC auslagern.

Bei dieser Aufgabe setzten 85% den TC ein. Die Schüler, die den TC nutzten, lösten die Aufgabe zu 71%, diejenigen, die den TC nicht nutzten, zu 58%. Der Unterschied ist aber nicht signifikant (p=0,25).

Insgesamt gaben diejenigen Schüler, welche den TC nutzten, folgendes an: 8% tippten die Lösungsformel für quadratische Gleichungen mit entsprechenden

Koeffizienten in den TC ein, 54% verwendeten den solve-Befehl zum Lösen der quadratischen Gleichung, 11% verwendeten den factor-Befehl zum Faktorisieren des Nennerterms, 18% den zeros-Befehl, welcher die Nullstellen des Nennerterms ausgibt, und 10% wandten eine sonstige nicht weiter spezifizierte Strategie an. Interessant ist ein Blick auf das Verhalten in den einzelnen Klassen:

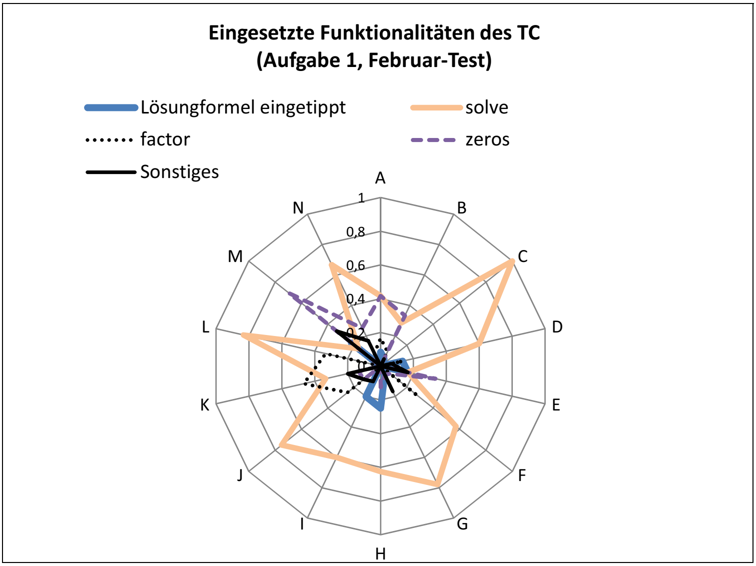


Abbildung 6-20: Eingesetzte Funktionalitäten des TC nach Klassen (Aufgabe 1, TC-Test Februar 2007, Jgst. 11)

Man erkennt auf den ersten Blick, dass sich zwischen den Klassen die verwendete Funktionalität des TC unterschiedlich darstellt, ebenso differiert dies innerhalb der Klassen. Die Anwendung des solve-Befehls ist sehr verbreitet, in einer Klasse (Klasse C) verwenden sogar alle Schüler diesen Befehl. In einer anderen Klasse (Klasse M) verwenden die meisten Schüler den zeros-Befehl, der in einigen anderen Klassen überhaupt nicht auftritt. Beim factor-Befehl tritt ein ähnliches Phänomen auf. Klasse E fällt durch geringe Angaben auf.

Diejenigen Schüler, die keinen TC genutzt hatten, gaben dafür folgende Gründe an:

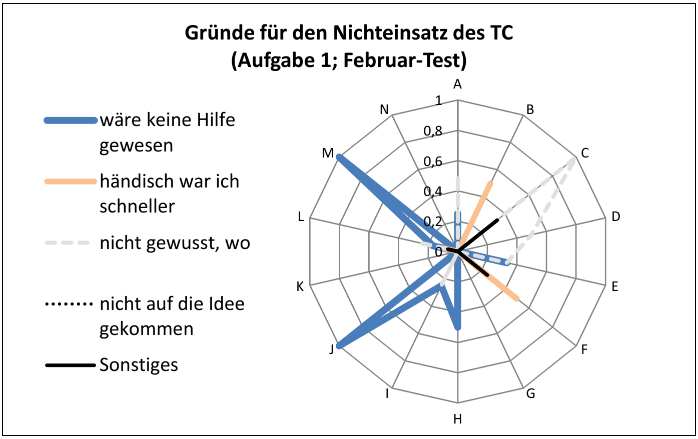


Abbildung 6-21: Gründe für den Nichteinsatz des TC (Aufgabe 1, TC-Test Februar 2007, Jgst. 11)

Die Aussagen, der TC wäre keine Hilfe gewesen bzw. man wüsste nicht, wo man ihn bei dieser Aufgabe einsetzen sollte, überraschen insofern, da sich diese Aufgabe geradezu anbietet, die Tätigkeit des Lösens einer Gleichung an den TC auszulagern. Es bleibt hier die Frage offen, inwieweit die Schüler, die dies angegeben haben, nicht eher mathematische Verständnisschwierigkeiten mit der Aufgabenstellung hatten, also nicht wussten, dass die Nullstellen des Nenners gesucht sind. Ebenso überraschend ist die Aussage, man sei händisch schneller gewesen. Eine offene Frage ist hier auch, inwieweit diese Schüler es gewohnt waren, den TC zum Lösen von Gleichungen einzusetzen.

6.2.2.5.2 Aufgabe 2 (Februar-Test)

Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim\limits_{\lvert x\rvert \to \infty} \frac{x^2-7x+1}{-3x^2+5x}$

Bei dieser Aufgabe erwartet man eigentlich, dass sie ohne Einsatz des TC gelöst wird. Anhand der Grade des Zähler- und Nennerpolynoms lässt sich sofort der Grenzwert $-\frac{1}{3}$ erkennen. Der TC bietet sich hier eindeutig als Kontrollinstrument an.

61% der Schüler setzten den TC hier ein. Die Aufgabe wurde zu 56% richtig gelöst, einen signifikanten Unterschied zwischen Schülern, die den TC benutzt hatten (56%) und solchen, die ihn nicht genutzt hatten (58%), gab es nicht (p=0,24).

Bei dieser Aufgabe betrachteten nach eigenen Angaben 17% der Schüler den Funktionsgraph, 47% verwendeten den limit-Befehl zur Berechnung des Grenzwerts, 1% betrachtete Wertetabellen, 3% berechnete Funktionswerte und 5% führten sonstige Rechnungen mit dem TC durch.

Ein Blick auf die einzelnen Klassen zeigt folgendes Bild:

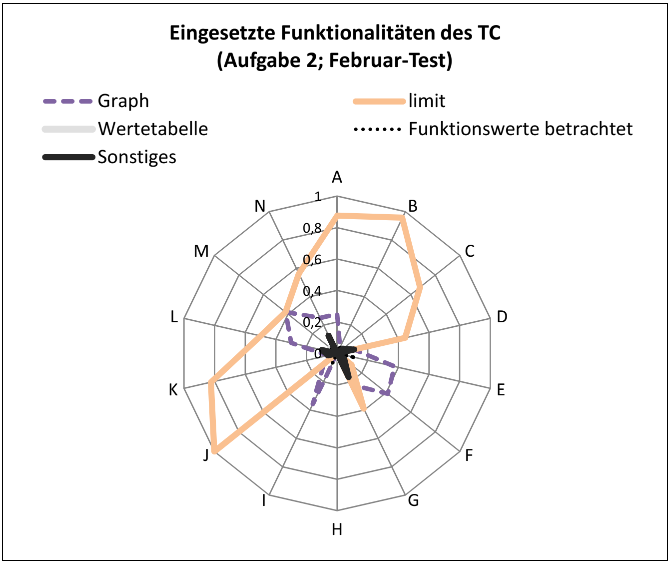


Abbildung 6-22: Eingesetzte Funktionalitäten des TC nach Klassen (Aufgabe 2, TC-Test Februar 2007, Jgst. 11)

Man erkennt wiederum die sehr unterschiedlichen Verhaltensweisen zwischen den einzelnen Klassen. Numerische Methoden (Wertetabelle, Funktionswerte) spielen keine Rolle. Der limit-Befehl wird in einigen Klassen (A, B, C, J, K) nahezu ausschließlich verwendet, in anderen Klassen offenbar nicht. Der Graph der Funktion wird ebenso betrachtet, in den Klassen E, F und I nahezu ausschließlich, in wenigen Klassen treten diese beiden Methoden als Mischform auf. Die

Angaben der Schüler sind ein Hinweis darauf, dass sie offenbar den TC hier so verwenden, wie sie es aus dem Unterricht gewöhnt sind. Wenn sie aus dem Unterricht daran gewöhnt sind, den TC nicht zu verwenden, so tun sie dies vermutlich auch im Test nicht. Auf andere Weise lässt sich dieses Verhalten schwer erklären. Gerade der sehr unterschiedliche Einsatz des limit-Befehls lässt vermuten, dass er in manchen Klassen nicht verwendet wird, weil die Schüler nicht sicher sind, ob dies eine „zugelassene Lösung“ ist. In den Schülerinterviews wird diese Problematik seitens der Schüler angesprochen.

Diejenigen Schüler, die keinen TC genutzt hatten, gaben dafür folgende Gründe an:

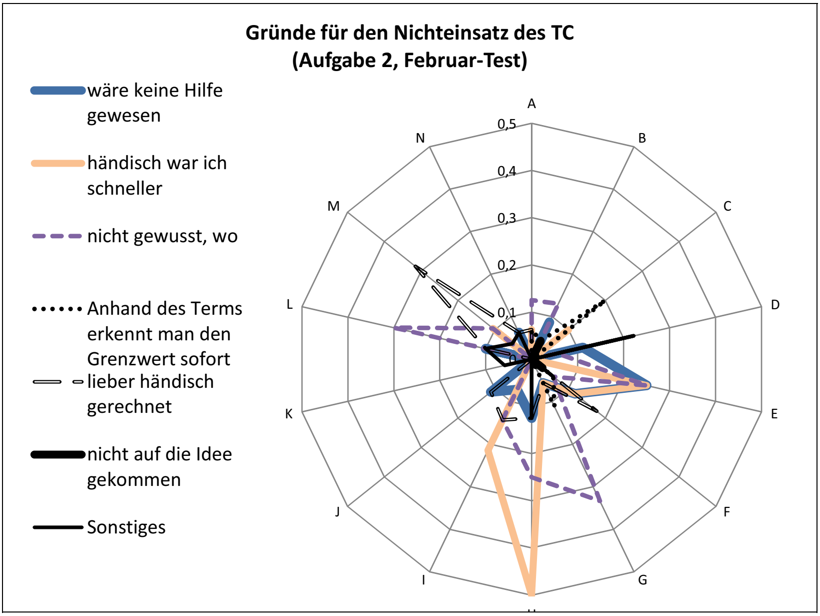


Abbildung 6-23: Gründe für den Nichteinsatz des TC (Aufgabe 2, TC-Test Februar 2007, Jgst. 11)

Die Gründe für den Nichteinsatz des TC sind sehr unterschiedlich, in der Klasse H gaben 50% an, sie wären händisch schneller gewesen. In dieser Klasse hatten auch nur 13% den TC verwendet und keine Angaben darüber gemacht, wie sie den TC eingesetzt hatten. Immerhin haben 85% die Aufgabe gelöst. Es ist also hier davon auszugehen, dass der TC zur Lösung solcher Aufgaben nicht verwendet wurde oder seine Verwendung (im Unterricht) untersagt wurde. Im Juni gaben hier auch 83% an, sie hätten Schwierigkeiten bei der Dokumentation von Lösungen mit dem TC, ein weitere Hinweis darauf, dass dies nicht im Unterricht verankert worden ist.

Die Angabe, man habe nicht gewusst, wo der TC eingesetzt werden sollte (in den Klassen E, G, H und L immerhin je etwa 30%), lässt auch darauf schließen, dass z. T. nicht gewusst wurde, wie denn Lösungen zu dokumentieren seien.

6.2.2.5.3 Aufgabe 3 (Februar-Test)

Gegeben ist die Funktionenschar $f_a : x \mapsto \frac{a \cdot x^2 + 2}{x^2 - 4}$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ Untersuchen Sie das Verhalten von f_a an der Stelle $x = 2$. Achten Sie auf die Nachvollziehbarkeit Ihrer Bearbeitung.

Dem Funktionsterm ist unmittelbar anzusehen, dass eine Polstelle vorliegen muss. Der Nenner wechselt das Vorzeichen von – nach +. Im Zähler liegt aufgrund der Voraussetzung a>0 ein positives Vorzeichen vor. Die einseitigen Grenzwerte lassen sich mit dem TC berechnen, wobei hier die Zusatzbedingung a>0 anzugeben ist, um eine Ausgabe zu erhalten. Natürlich können auch für spezielle Werte von a die Graphen betrachtet werden.

57% der Schüler setzten den TC bei dieser Aufgabe ein. Die Aufgabe wurde zu 49% gelöst. Dabei erreichten die Schüler, die den TC verwendeten, im Mittel 44% der Punkte, diejenigen, die ihn nicht verwendeten, 55%. Der Unterschied ist nicht signifikant (p=0,5).

Bei dieser Aufgabe betrachteten 28% der Schüler den Funktionsgraphen, 2% benutzten eine Wertetabelle, 13% wendeten den limit-Befehl zur Grenzwertberechnung an, 2% die h-Methode zur Grenzwertberechnung unter Einsatz des TC, 3% betrachteten die einseitigen Grenzwerte, 7% wendeten den factor-Befehl zur Faktorisierung des Nenners an und 4% benutzten ein sonstiges Verfahren.

Bei den Klassen zeigt sich folgendes Bild:

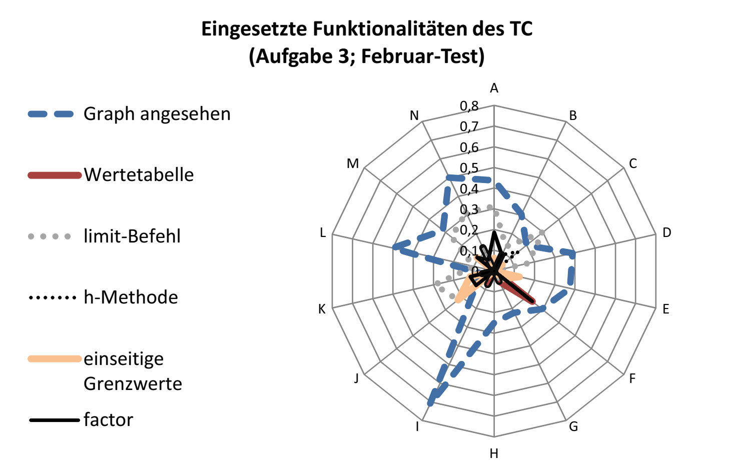


Abbildung 6-24: Eingesetzte Funktionalitäten des TC nach Klassen (Aufgabe 3, TC-Test Februar 2007, Jgst. 11)

Der Befehl zur Bildung des Grenzwerts wird in etwa der Hälfte der Klassen eingesetzt, überwiegend findet ein Blick auf den Funktionsgraphen statt. Auch der factor-Befehl findet Anwendung. Insgesamt lässt das Bild darauf schließen, dass die Schüler ihre Lösung durch den TC hier begleitend zur Überprüfung einsetzten, denn eine graphische Betrachtung dürfte nirgends als Nachweis des Verhaltens ausschlaggebend gewesen sein.

Diejenigen Schüler, die keinen TC nutzten, gaben dafür folgende Gründe an:

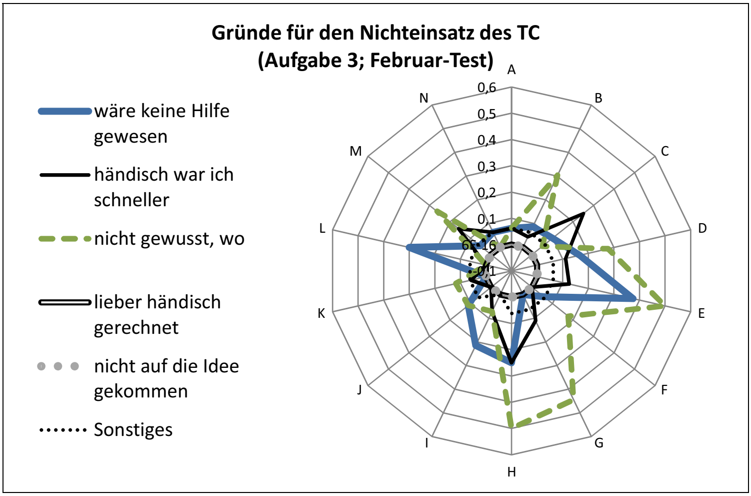


Abbildung 6-25: Gründe für den Nichteinsatz des TC (Aufgabe 3, TC-Test Februar 2007, Jgst. 11)

Einige Klassen geben hier an, sie hätten nicht gewusst, wo sie den Rechner hier einsetzen sollten. Angesichts einer Kontrollmöglichkeit anhand des Graphen überrascht dies. Ebenso die Aussage, der Rechner sei keine Hilfe gewesen. Ungeklärt ist, weshalb genauso viele Schüler angegeben haben, sie seien nicht auf die Idee gekommen, den TC zu nutzen, wie, sie hätten lieber händisch gerechnet.

6.2.2.5.4 Aufgabe 4 (Februar-Test)

> Geben Sie eine begründete Vermutung über die Symmetrie des Graphen der Funktion $f: x \mapsto \dfrac{x^2-4x+9}{x^2-4x+5}$ an.
> (*Es muss ersichtlich sein, wie Sie diese Vermutung erhalten haben.*)

Diese Aufgabe erscheint ohne TC nur sehr schwer lösbar, da man dem Funktionsterm nicht ohne Weiteres eine Symmetrieart ansieht. Hier ist es naheliegend, den Graphen zu betrachten. Der Graph liefert unmittelbar die Vermutung der Achsensymmetrie zur Achse x=2.

82% der Schüler setzten hier den TC ein. Die Aufgabe wurde zu 34% gelöst. Dabei erreichten die Schüler, die den TC nutzten, 35% der Bewertungseinheiten, die anderen 25%. Der Unterschied ist nicht signifikant (p=0,07).
Bei dieser Aufgabe betrachteten 75% den Graphen, 6% nutzten eine Wertetabelle, 6% formten mit dem TC Terme um und 5% nutzten sonstige Funktionalitäten.
Ein Blick auf die Klassen zeigt folgendes Bild:

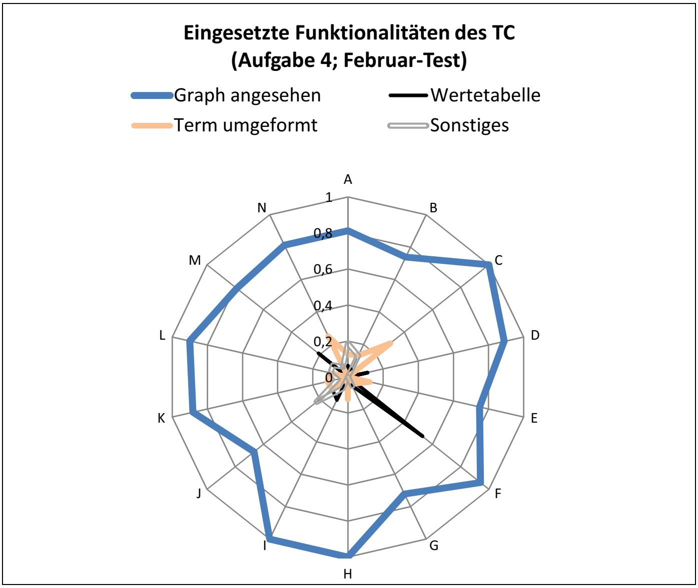


Abbildung 6-26: Eingesetzte Funktionalitäten des TC nach Klassen (Aufgabe 4, TC-Test Februar 2007, Jgst. 11)

Der vorherrschende Einsatz des TC als Funktionenplotter ist hier durchweg auffällig, in drei Klassen benutzten sogar alle Schüler, bei denen der TC zum Einsatz kam, diesen zum Zeichnen des Funktionsgraphen. In Klasse F benutzten viele Schüler zusätzlich Wertetabellen, das ist erwähnenswert insofern, da numerische Verfahren insgesamt gesehen keine große Rolle spielen. Es ist zu vermuten, dass auch dies eine Auswirkung des erlebten Unterrichts ist.
Schüler, die den TC nicht genutzt hatten, gaben folgende Gründe an:

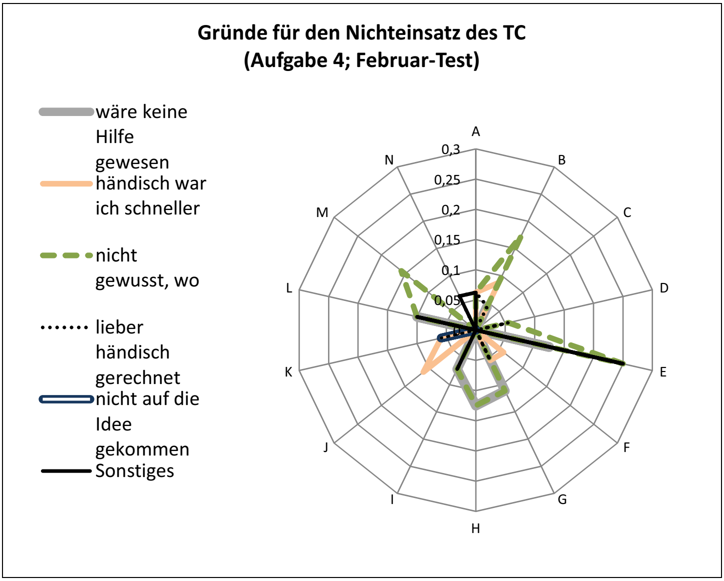


Abbildung 6-27: Gründe für den Nichteinsatz des TC (Aufgabe 4, TC-Test Februar 2007, Jgst. 11)

Es lässt sich ablesen, dass die Schüler, die den TC nicht genutzt hatten, nicht wussten, wo sie ihn einsetzen sollten. Bei einigen Klassen fällt auf, dass die Angabe „Sonstiges" relativ häufig auftritt, während dies bisher sehr wenig angegeben wurde.

Generell fällt auf, dass bei dieser Aufgabe zwar viele Schüler den TC nutzten, um einen Graphen zu zeichnen, die Aufgabe aber nicht gut lösten. Diese Aufgabe ist verglichen mit den Aufgabe 1 bis 3 keine Routineaufgabe, bei der man bekannte Verfahren teilweise an den Rechner auslagern kann. Es ist vielmehr eine Aufgabe, bei der der TC gezieltes Hilfsmittel zum heuristischen Vorgehen ist, er liefert sofort eine Vermutung, die es dann begründet anzugeben gilt. Vermutlich gab es hier Schwierigkeiten bei der Dokumentation der Lösung.

6.2.2.5.5 Aufgabe 1 (Juni-Test)

Bestimmen Sie das Verhalten der Funktion $f: x \mapsto \frac{x-1}{x^2-1}$ an der Definitionslücke $x=1$.

Bei dieser Aufgabe sollte man sofort sehen, dass sich der Nenner in zwei Linearfaktoren zerlegen lässt und nach dem Kürzen der Term $\frac{1}{x+1}$ übrig bleibt, so dass die Funktion dort eine mit 0,5 stetig hebbare Definitionslücke hat. Dies lässt sich mit dem Rechner überprüfen, indem man etwa den limit-Befehl zur Grenzwertberechnung anwendet, den Graphen betrachtet oder den Funktionsterm vereinfachen lässt.

88% der Schüler setzten den TC hier ein. Die Aufgabe wurde zu 60% gelöst. Dabei erreichten die Schüler, die den TC verwendeten, im Mittel 64% der Bewertungseinheiten, die anderen 32%. Der Unterschied ist sehr signifikant (p=0,004).

7% der Schüler benutzten den Rechner, um in die Lösungsformel für quadratische Gleichungen einzusetzen und die Werte zu berechnen, 30% verwendeten den solve-Befehl zum Lösen der quadratischen Gleichung $x^2-1=0$, 56% wendeten den limit-Befehl zur Grenzwertberechnung an, 51% betrachteten den Funktionsgraphen und 11% gaben eine sonstige Strategie an.

Ein Blick auf die Klassen ergibt folgendes Bild:

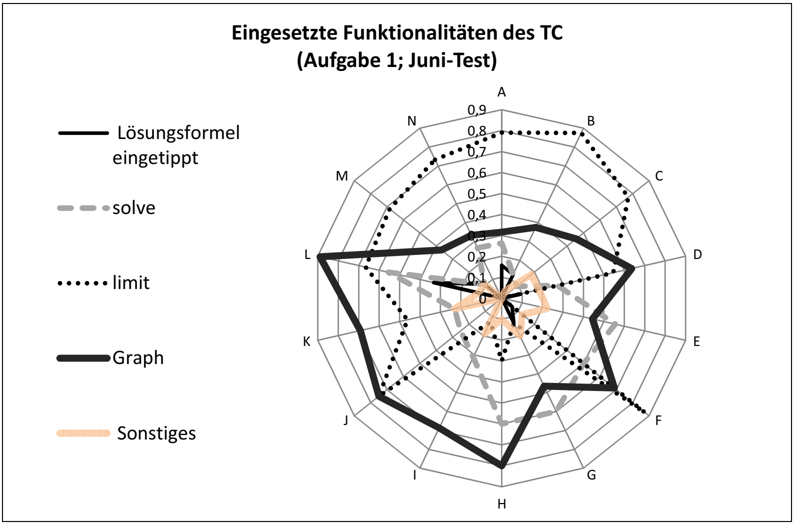


Abbildung 6-28: Eingesetzte Funktionalitäten des TC nach Klassen (Aufgabe 1, TC-Test Juni 2007, Jgst. 11)

Der Befehl zur Grenzwertberechnung wird sehr häufig eingesetzt. Auch der Einsatz des Funktionsgraphen tritt bei vielen Klassen auf. Auffällig sind die Klassen E, G und H. Hier geben viele Schüler an, den solve-Befehl benutzt zu haben. In Kombination mit dem Funktionsgraphen lässt dies darauf schließen, dass hier der „klassische“ Weg durch Auslagerung an den TC beschritten wurde. In diesen Klassen sowie auch in Klasse I wird der limit-Befehl nahezu nicht verwendet. Es könnte sein, dass in diesen Klassen die Nutzung dieses Befehls nicht gestattet wurde.

Schüler, die den TC nicht verwendet hatten, gaben folgende Gründe dafür an:

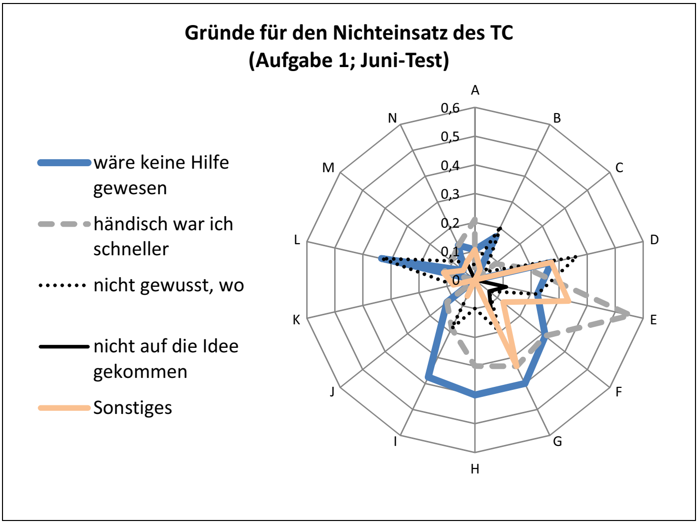


Abbildung 6-29: Gründe für den Nichteinsatz des TC (Aufgabe 1, TC-Test Juni 2007, Jgst. 11)

Die Schüler geben verschiedene Gründe an. In den Klassen E, G, H und I herrschen die Argumente vor, der TC sei keine Hilfe gewesen bzw. man sei händisch schneller gewesen. Ersteres Argument verwundert, da zumindest die Möglichkeit der Überprüfung eine Hilfe darstellt. Betrachtet man hierzu die Tatsache, dass in diesen Klassen der limit-Befehl nicht eingesetzt wird, so lässt dies auf einen Unterricht schließen, in dem die Verwendung dieses Befehls nicht ausreichend thematisiert wurde bzw. so thematisiert wurde, dass die Schüler ihn nicht verwenden.

6.2.2.5.6 Aufgabe 2 (Juni-Test)

Bestimmen Sie Lage und Art des Extremwerts von $f: x \mapsto \frac{x^2-2}{(x+2)^2}$.

Bei dieser Aufgabe wird sicher zunächst die erste Ableitung gebildet, welche $\frac{d}{dx}f(x)=\frac{4(x+1)}{(x+2)^3}$ ist. Die Nullstelle $x=-1$ ist sofort abzulesen. Dann ergeben entweder Vorzeichenbetrachtung oder Verwendung der zweiten Ableitung die

Art des Extremwerts. Die y-Koordinate wird durch Einsetzen in den Funktionsterm berechnet. Diese Aufgabe stellt ein Standardproblem der Analysis der Jahrgangsstufe 11 dar, welches durch die Schüler ohne Schwierigkeiten gelöst werden sollte. Der TC kann hier alle anfallenden Rechentätigkeiten abnehmen sowie durch das Zeichnen des Graphen das Ergebnis nochmals bestätigen.

Hier verwendeten 92% aller Schüler den TC. Die Aufgabe wurde zu 60% gelöst. Die Schüler, die den TC benutzten, erreichten im Mittel 65% der Bewertungseinheiten, die anderen 6%. Der Unterschied ist sehr signifikant ($p=2\cdot 10^{-9}$).

49% der Schüler gaben an, den Graphen benutzt zu haben, 73% berechneten die Ableitung mit dem TC, 47% benutzten den solve-Befehl, 35% berechneten Funktionswerte und 9% verwendeten sonstige Funktionalitäten.

Bezogen auf die Klassen ergibt sich folgendes Bild:

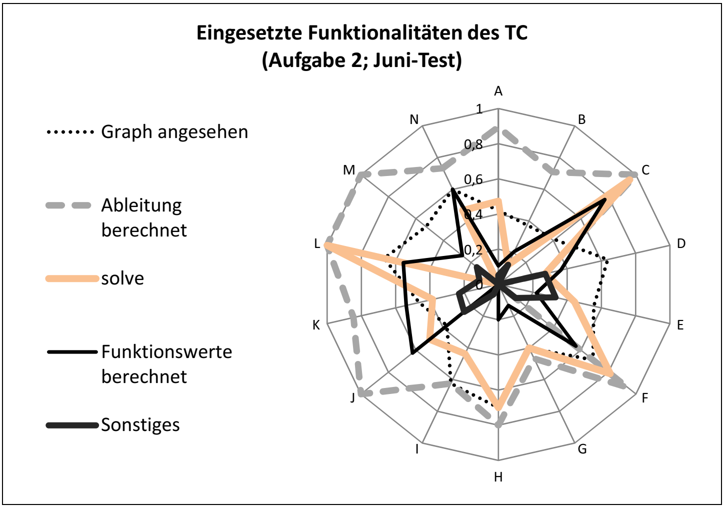


Abbildung 6-30: Eingesetzte Funktionalitäten des TC nach Klassen (Aufgabe 2, TC-Test Juni 2007, Jgst. 11)

Auch hier zeigt sich wieder ein sehr gemischtes Bild. Die Schüler verwenden mehrere Funktionalitäten, in den Klassen C, F, G und H nahezu gleichberechtigt. Auffallend ist, dass in der Klasse E kein Schüler die Ableitungsfunktion mit dem TC berechnet hat. Dies lässt darauf schließen, dass dies den Schülern aus dem

Unterricht heraus nicht erlaubt war. In der Klasse D wird überwiegend der Graph betrachtet, die Auslagerung von Rechentätigkeit auf den TC findet in geringerem Umfang statt.

Die Schüler, die den TC nicht benutzt hatten, gaben folgendes an:

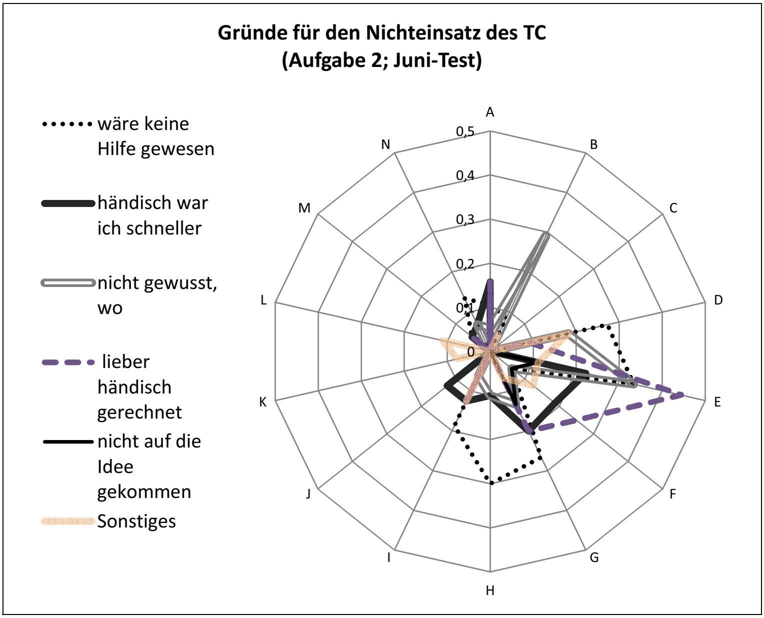


Abbildung 6-31: Gründe für den Nichteinsatz des TC (Aufgabe 2, TC-Test Juni 2007, Jgst. 11)

In den Klassen D, E, G und H geben einige Schüler an, der TC sei hier keine Hilfe gewesen. Diese Antwort verwundert, da er offensichtlich eine Hilfe darstellt. In der Klasse E haben Schüler als häufigsten Grund für den Nichteinsatz des TC angegeben, sie hätten lieber händisch gerechnet, einige geben aber ebenso an, der TC sei keine Hilfe gewesen bzw. sie hätten nicht gewusst, wo sie ihn einsetzen sollen. Dies bestätigt die Interpretation, dass in dieser Klasse der TC bei solchen Aufgabenstellungen nicht integriertes (oder erlaubtes) Hilfsmittel war. Die hohe Angabe der Schüler aus Klasse B, sie hätten nicht gewusst, wo der TC einzusetzen gewesen wäre, kann hier nicht weiter interpretiert werden, da die Angaben der Klasse B in den übrigen Aufgaben keine Auffälligkeiten zeigt..

6.2.2.5.7 Aufgabe 3 (Juni-Test)

Ist die Gerade mit der Gleichung $y = 2x - 4$ Tangente an den Graphen von $f : x \mapsto \frac{1}{2} \cdot x^3 - x$? (*Achten Sie auf Nachvollziehbarkeit Ihrer Begründung!*)

Zeichnet man beide Graphen, so erkennt man, dass die vorliegende Gerade keine Tangente ist. Schnittpunktbildung führt zwar auf einen Schnittpunkt, in diesem stimmen aber die Steigungen nicht überein. Es ist eigentlich zu erwarten, dass die Schüler hier die Graphen zeichnen, um sich zuerst einen Überblick über die Aufgabe zu verschaffen.

Bei dieser Aufgabe setzten 89% der Schüler den TC ein. Die Aufgabe wurde zu 68% gelöst. Die Schüler, die den TC verwendeten, erreichten im Mittel 73% der Bewertungseinheiten, die anderen 23%. Der Unterschied zwischen den Gruppen ist sehr signifikant ($p = 5 \cdot 10^{-7}$).

61% sahen die Funktionsgraphen an, 3% benutzten Wertetabellen, 37% nutzten den solve-Befehl und lösten damit die Schnittgleichung, 10% wendeten die allgemeine Tangentengleichung an, 43% berechneten die Ableitung und 5% benutzten sonstige Funktionalitäten.

Ein Blick auf die Klassen zeigt das folgende Bild:

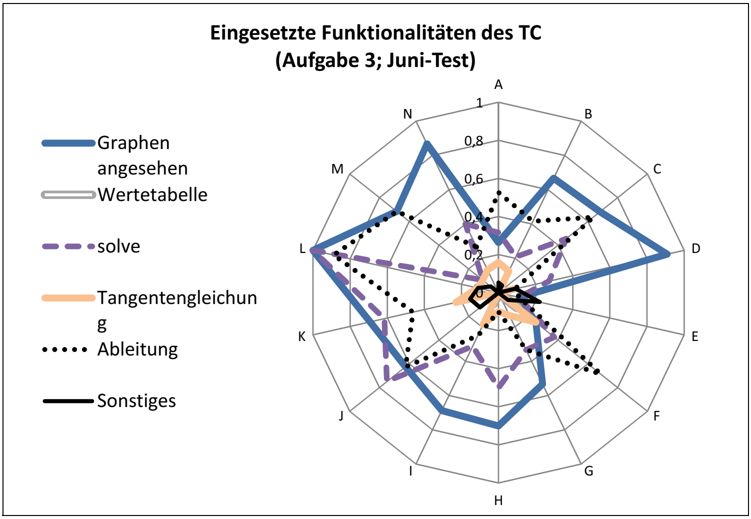


Abbildung 6-32: Eingesetzte Funktionalitäten des TC nach Klassen (Aufgabe 3, TC-Test Juni 2007, Jgst. 11)

Eine Angabe zum Einsatz einer Wertetabelle gab es nur in den Klassen F, I und L von jeweils einem Schüler. Nicht in allen Klassen wird der naheliegende Funktionsplotter in hohem Maße eingesetzt. Am wenigsten war dies in Klasse E der Fall. Generell taucht die graphische Veranschaulichung nicht in der Breite auf, die man erwarten könnte. Bei den Klassen A und F liegt die Vermutung nahe, dass hier (im Unterricht) der „klassische“ rechnerische Weg (ohne Visualisierung) beschritten wurde, bei dem der TC als Rechenwerkzeug diente.

Schüler, die den TC nicht eingesetzt hatten, gaben folgende Gründe an:

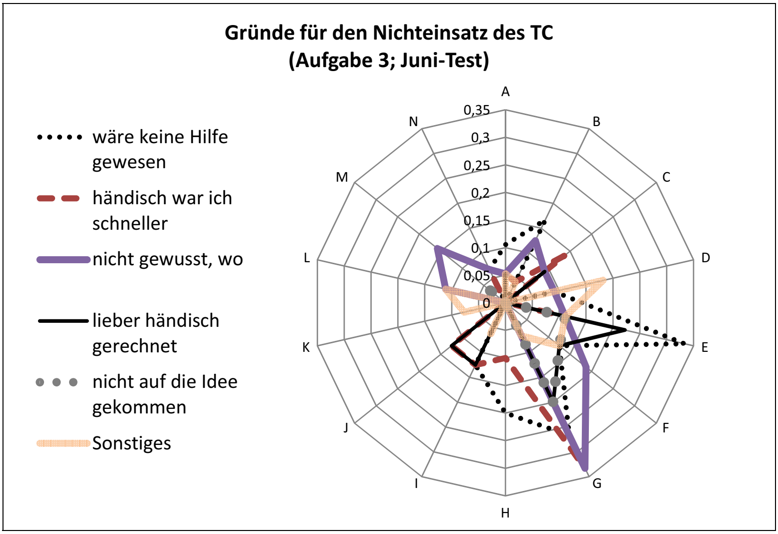


Abbildung 6-33: Gründe für den Nichteinsatz des TC (Aufgabe 3, TC-Test Juni 2007, Jgst. 11)

Die Klasse E fällt wiederum durch die Angaben auf, der TC sei keine Hilfe gewesen bzw. man hätte lieber händisch gerechnet. Dies deutet erneut auf den Unterricht hin, aus dem die Schüler die Einsatzarten des TC nicht kennen, insbesondere auch nicht den gewinnbringenden Einsatz des Funktionenplotters. Auch verwundert Klasse G mit der Angabe, man habe nicht gewusst, wo der Rechner einzusetzen gewesen wäre. Ansonsten zeigt sich das bereits mehrfach aufgetretene gemischte Bild, wobei sich abzeichnet, dass der Nichteinsatz des TC und die Gründe dafür in bestimmten Klassen stärker vorhanden sind.

6.2.2.5.8 Aufgabe 4 (Juni-Test)

> Geben Sie das Monotonieverhalten der Funktion
> $f: x \mapsto 1-(\ln x)^2$ für $x>0$ an. (*Achten Sie auf Nachvollziehbarkeit.*)

Der Funktionstyp ist den Schülern zwar bekannt, er wird aber in der Praxis selten in der Jahrgangsstufe 11 verwendet. Der Begriff der Monotonie ist bekannt. Hier ist es naheliegend, den TC als Funktionenplotter zu nutzen, um sich einen Überblick über den Graphen zu verschaffen. Nach Bestimmung des Hochpunktes aus dem Graphen lassen sich die Bereiche der strengen Monotonie angeben. Ebenso ist es denkbar, dass Schüler mithilfe des TC als „black-box“ den Term der Ableitungsfunktion bestimmen (die Ableitung der Logarithmusfunktion wird in dieser Jahrgangsstufe nicht besprochen) und mit ihm Aussagen über die Monotonie treffen. Analog zur Aufgabe 4 des Februar-Tests ist dies eine Aufgabe, bei der der TC zwingend nötig erscheint.

Bei dieser Aufgabe nutzten 72% der Schüler den TC. Die Aufgabe wurde nur zu 32% richtig bearbeitet. Diejenigen Schüler, die den TC nutzten, erreichten im Mittel 43% der Bewertungseinheiten, die anderen 2%. Der Unterschied ist sehr signifikant ($p=3\cdot10^{-17}$).

48% der Schüler benutzten den Funktionsgraphen, 6% zogen eine Wertetabelle zu Rate, 42% berechneten die Ableitung und 13% wendeten eine sonstige Funktionalität an.

Ein Blick auf die Klassen ergibt folgendes Bild:

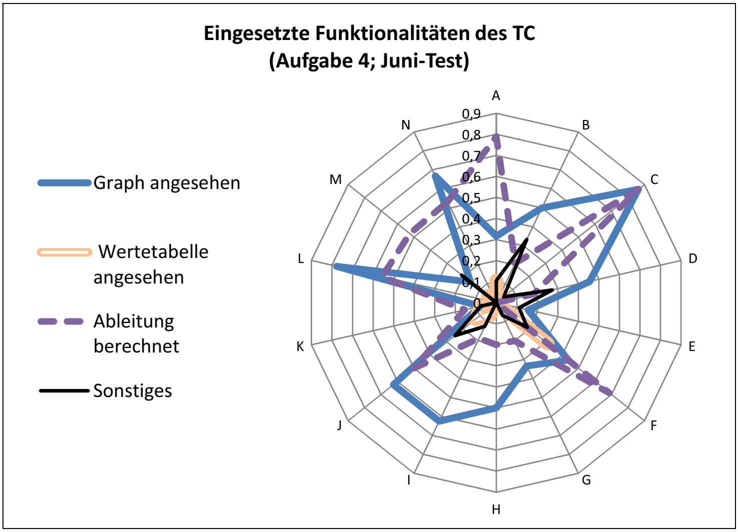


Abbildung 6-34: Eingesetzte Funktionalitäten des TC nach Klassen (Aufgabe 4, TC-Test Juni 2007, Jgst. 11)

Die beiden Möglichkeiten, den Graphen zu verwenden bzw. den Ableitungsterm zu bilden, finden sich in der Graphik wieder. Allerdings gibt es Klassen, in welchen dies in geringem Maße getan wird. Dies sind hier die Klassen E und K. Bei den übrigen Klassen tauchen beide Funktionalitäten auf, in Klasse C sogar gleichwertig. Interessant ist, dass in der Klasse F einige Schüler numerisch arbeiteten und Wertetabellen nutzten.
Schüler, die den TC nicht verwendet hatten, gaben dafür folgende Gründe an:

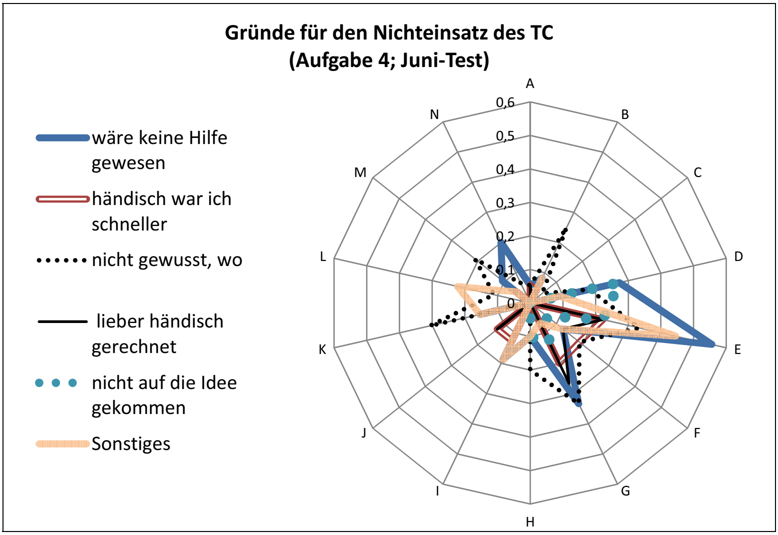


Abbildung 6-35: Gründe für den Nichteinsatz des TC (Aufgabe 4, TC-Test Juni 2007, Jgst. 11)

Hier sticht die Klasse E deutlich hervor mit den Gründen „wäre keine Hilfe gewesen“, „nicht gewusst, wo“ und „Sonstiges“. Gerade bei dieser Aufgabe wäre der TC in Zusammenhang mit der zu dem Zeitpunkt unbekannten Logarithmusfunktion eine Hilfe gewesen. In dieser Klasse wird offenbar der TC nicht als Werkzeug verstanden.

6.2.2.5.9 Zusammenfassende Bewertung

Die Strategie, den Graphen eines Funktionsterms zu betrachten, um daraus Aussagen abzuleiten bzw. Vermutungen zu stärken, ist offenbar nicht so ausgeprägt, wie man dies erwarten würde. Auch der Einsatz des TC als (symbolisches)

Rechenwerkzeug zum Bilden des Grenzwerts, Lösen von Gleichungen oder Berechnen von Ableitungen wird nicht in einem Maße genutzt wie das zu erwarten wäre. Hier zeigen sich große Unterschiede zwischen den Klassen. Offenbar gehören diese Einsatzarten in manchen Klassen nicht zum Repertoire, das die Schüler aus dem Unterricht kennen. Oder aber ihnen ist die Dokumentation der Lösung nicht klar, wenn sie solche Befehle des TC nutzen. Numerische Verfahren wie das Nutzen von Wertetabellen oder das Betrachten einer Reihe von Funktionswerten werden sehr selten genutzt.

Im Februar differieren bei den Schülern, die den TC nutzen, die Einsatzarten zwischen den Klassen sehr stark. Dies lässt den Schluss zu, dass die Schüler hier auf Strategien zurückgreifen, die ihnen im Unterricht vermittelt wurden. Innerhalb der Klassen tritt meist nur eine Strategie sehr verstärkt auf.

Im Juni wird der TC innerhalb der Klassen in weitaus vielfältigeren Strategien eingesetzt. Dies zeigt, dass nach dieser Zeit offenbar der TC stärker als Werkzeug verstanden wird und in mehr Varianten zum Einsatz kommt. Allerdings gibt es Klassen, in denen dies nicht so ist, in denen der TC weiterhin nicht als Hilfe angesehen wird bzw. in denen lieber ohne ihn gearbeitet wird. Diese Tatsache kann nur durch den Faktor Lehrkraft erklärt werden.

Im Februar sind die Unterschiede bezüglich der erreichten Bewertungseinheiten zwischen den Schülern, die mit TC gearbeitet haben und denen, die ohne TC gearbeitet haben, nicht signifikant. Im Juni sind sie jeweils höchst signifikant. Dies unterstreicht die lange Zeitdauer, die nötig ist, damit sich das Werkzeug TC in Schülerhänden etabliert und dort (im Sinne des Lösens von Aufgaben) gewinnbringend eingesetzt wird.

6.2.2.6 Vergleich zwischen Einschätzungen der Lehrkraft und Antworten der Schüler

Unmittelbar vor der Durchführung der TC-Tests wurden die Lehrkräfte gebeten, ihrerseits einen Fragebogen auszufüllen und einige Einschätzungen bezüglich ihrer Schüler zu treffen. In diesem Abschnitt werden einige Ergebnisse dieser

Fragen dargestellt. Leider können nicht zu allen Fragen Auswertungen gegeben werden, da die Lehrkräfte Teile dieser Fragebögen nicht bzw. unzureichend ausgefüllt haben.

6.2.2.6.1 Die Einsatzhäufigkeit des TC

Folgende Graphiken stellen gegenüber, wie viele Schüler in den jeweiligen Klassen den TC bei der Bearbeitung der Aufgaben genutzt haben und wie viele Schüler nach Meinung der Lehrkräfte den TC nutzen.

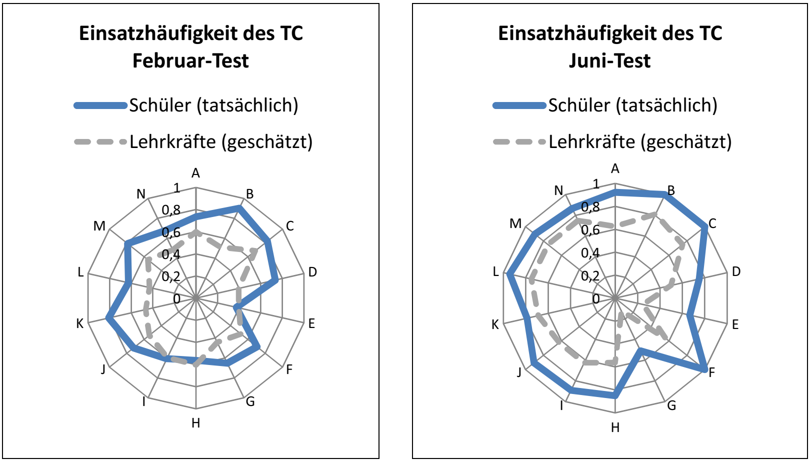


Abbildung 6-36: Vergleich der tatsächlichen Einsatzhäufigkeit des TC mit der Schätzung der Lehrkräfte (TC-Test 2006/2007, Jgst. 11)

Es fällt auf, dass die Lehrkräfte den Einsatz des TC eher unterschätzen. Während im Februar die Einschätzung der Lehrkräfte sogar zutreffend sein kann, wird in Juni der TC-Einsatz generell unterschätzt. Interessant sind die Angaben der Klasse G, hier geht sowohl die Höhe der Einschätzung als auch die tatsächliche Verwendung des TC im Juni (verglichen zum Februar deutlich) zurück. Es kann hier nur vermutet werden, dass dies an einem rückläufigen Einsatz des TC seitens der Lehrkraft lag.

6.2.2.6.2 Der Einsatzzeitpunkt des TC

Die Lehrkräfte wurden gebeten, einzuschätzen, wo im Verlaufe der Bearbeitung ihre Schüler den TC einsetzen, zu Beginn, während der Bearbeitung und/oder am Ende. Zum Vergleich mit den tatsächlichen Angaben der Schüler wurde die Differenz aus den Werten der Schülerfragebogen und den Angaben der Lehrkräfte gebildet. Die Klassen D, J und N mussten aufgrund fehlender Lehrerdaten aus der Graphik genommen werden.

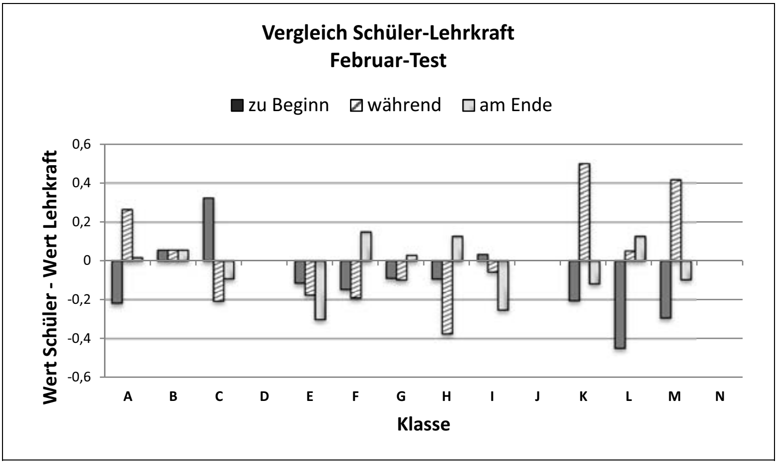


Abbildung 6-37: Vergleich der Angaben der Schüler zum Einsatzzeitpunkt des TC mit den Schätzungen der Lehrkräfte. Aufgetragen ist jeweils die Differenz des Wertes der Schüler und des Schätzungswertes der Lehrkräfte (TC-Test Februar 2007, Jgst. 11)

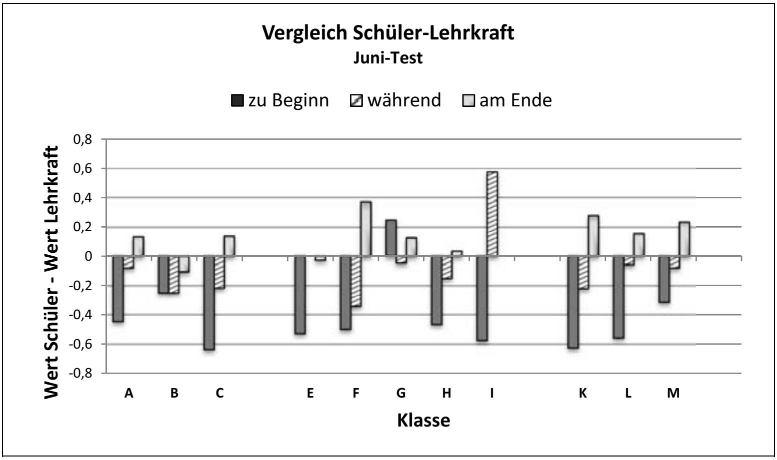


Abbildung 6-38: Vergleich der Angaben der Schüler zum Einsatzzeitpunkt des TC mit den Schätzungen der Lehrkräfte. Aufgetragen ist jeweils die Differenz des Wertes der Schüler und des Schätzungswertes der Lehrkräfte (TC-Test Juni 2007, Jgst. 11)

Man erkennt, dass die Lehrkräfte im Februar die Werte generell höher einschätzen. In Juni dagegen ist es so, dass sie verstärkt den Einsatz zu Beginn der Aufgabe zu hoch einschätzen. Dies ist in nahezu allen Klassen gleich der Fall, wohingegen sich im Februar die Abweichungen sehr durchmischt darstellen.

6.2.2.6.3 Bewertungseinheiten

Bei jeder Aufgabe wurden die Lehrkräfte auch gebeten, einzuschätzen, wie viele ihrer Schüler vermutlich die Aufgabe richtig lösen werden. In folgenden Graphiken sind die Ergebnisse für den Februar und den Juni dargestellt (Bei den Klassen D und J finden sich aufgrund fehlender Angaben der Lehrkräfte keine Werte).

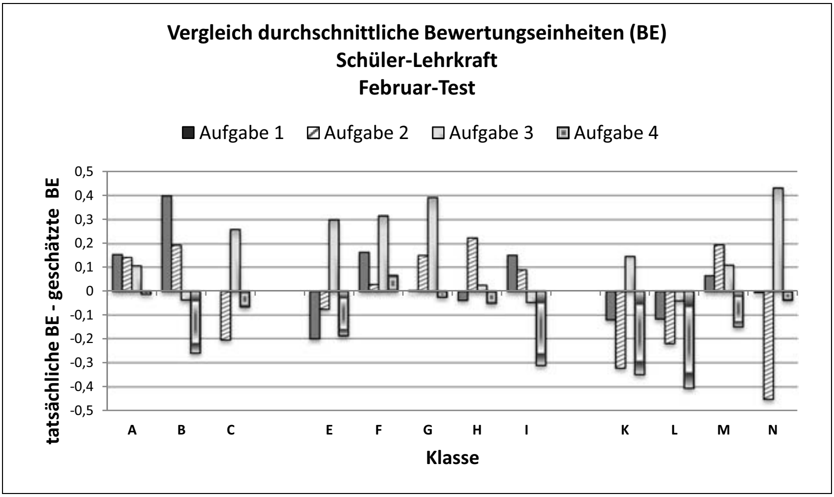


Abbildung 6-39: Vergleich der von den Schülern erreichten Bewertungseinheiten mit den Schätzungen der Lehrkräfte. Aufgetragen ist jeweils die Differenz des Wertes der Schüler und des Schätzungswertes der Lehrkräfte (TC-Test Februar 2007, Jgst. 11)

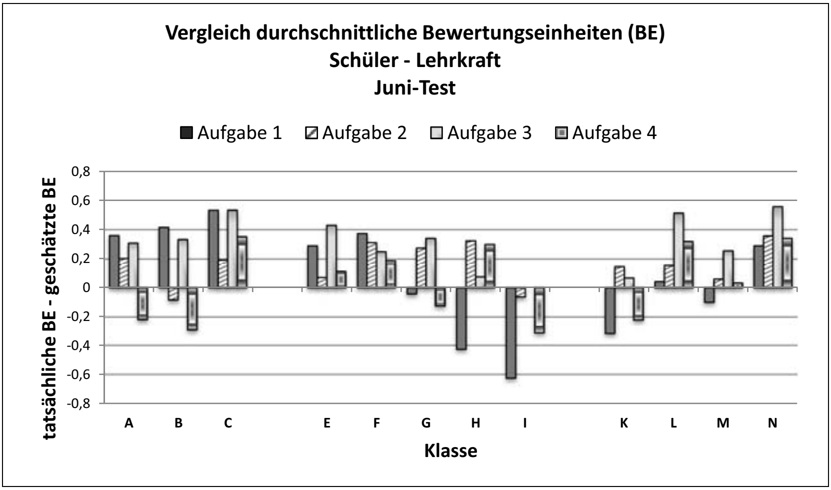


Abbildung 6-40: Vergleich der von den Schülern erreichten Bewertungseinheiten mit den Schätzungen der Lehrkräfte. Aufgetragen ist jeweils die Differenz des Wertes der Schüler und des Schätzungswertes der Lehrkräfte (TC-Test Juni 2007, Jgst. 11)

Im Februar erkennt man, dass die Lehrkräfte Aufgabe 3 als schwieriger einstufen als dies für die Schüler in der Realität der Fall war. Ansonsten verteilen sich die Abweichungen über die Aufgaben, eine generelle Tendenz ist nicht erkennbar.

In Juni ist es so, dass die Lehrkräfte die Schüler durchweg eher schlechter einschätzen.

6.2.2.6.4 Die Einsatzarten des TC (numerisch, graphisch, symbolisch)

Die Angaben der Schüler, die mit dem TC gearbeitet haben, zu den Einsatzarten des TC wurden zusammengefasst in die Bereiche „numerisch“ (z. B. Einsetzen in die Lösungsformel und Ausrechnen mit dem TC), „graphisch“ (z. B. Funktionsgraph betrachten und ablesen) und „symbolisch“ (z. B. Anwendung des solve-Befehls oder des Grenzwertoperators). Die Lehrkräfte gaben jeweils an, wie ihre Schüler ihrer Meinung nach den TC bei der jeweiligen Aufgabe nutzten. Für die Tests im Februar und Juni ergeben sich folgende Abbildungen, hierbei ist auf der Hochwertachse jeweils die Differenz der Prozentangaben aus den tatsächlichen Werten (aus den Schülerfragebögen) und den geschätzten Werten (der Lehrkräfte) aufgetragen. Die Klassen D und J mussten aufgrund fehlender Angaben der Lehrkräfte aus der Wertung genommen werden.

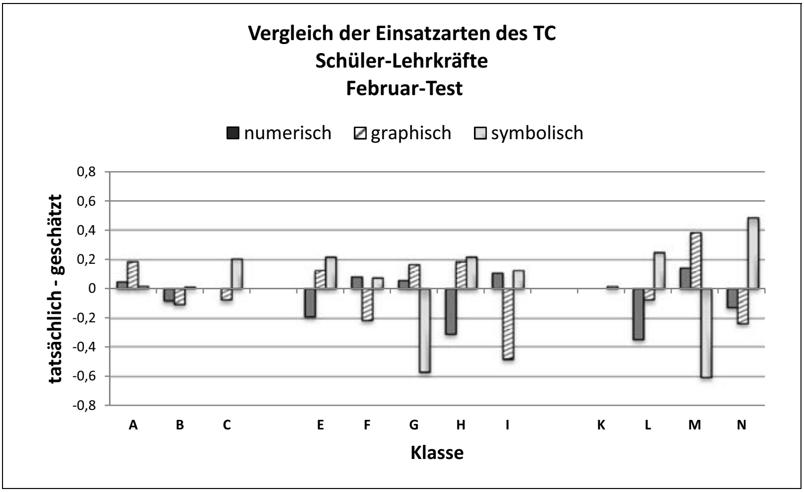


Abbildung 6-41: Vergleich der von den Schülern verwendeten Einsatzarten des TC mit den Schätzungen der Lehrkräfte. Aufgetragen ist jeweils die Differenz des Wertes der Schüler und des Schätzungswertes der Lehrkräfte (TC-Test Februar 2007, Jgst. 11)

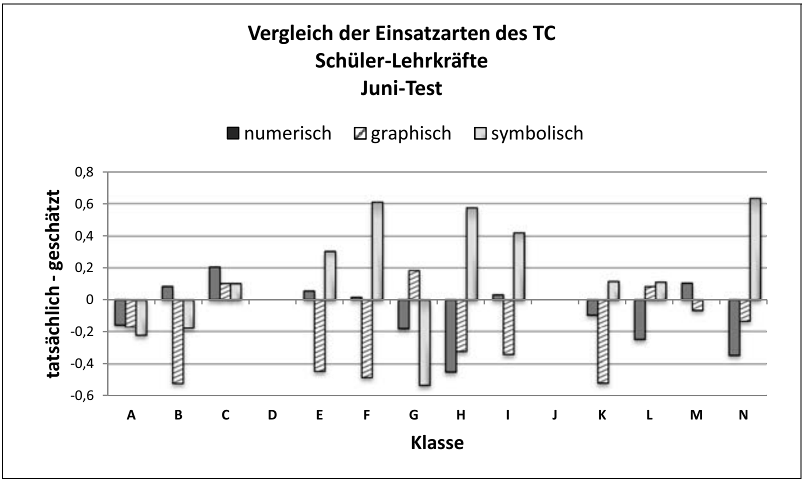


Abbildung 6-42: Vergleich der von den Schülern verwendeten Einsatzarten des TC mit den Schätzungen der Lehrkräfte. Aufgetragen ist jeweils die Differenz des Wertes der Schüler und des Schätzungswertes der Lehrkräfte (TC-Test Juni 2007, Jgst. 11)

Die Werte differieren im Februar weniger als im Juni, d. h. die Einschätzungen seitens der Lehrkräfte, welche Funktionalitäten des TC ihre Schüler nutzten, wurden zum Juni hin schlechter.
Im Juni wird der symbolische Einsatz auf Seiten der Schüler durch die Lehrkräfte eher unterschätzt, der graphische dagegen überschätzt. In manchen Klassen (E, F, H, I) scheinen diese Fehleinschätzungen je gleich groß zu sein.
Es gibt eine Klasse (M), bei denen sich tatsächliche und geschätzte Werte zum Juni hin mehr annähern. In Klasse G bleiben die Werte annähernd gleich.
Warum die Schüler mehr zum symbolischen Arbeiten mit dem TC tendieren als die Lehrkräfte dies meinen, warum die Lehrkräfte eher zum graphischen Arbeiten tendieren und woran es liegt, dass sich unterschiedliches Verhalten in den Klassen zeigt, ist eine Frage, der genauer nachgegangen werden müsste.

6.2.2.6.5 Zusammenfassende Bewertung

Generell zeigt sich, dass sich Lehrereinschätzung und Schülerwirklichkeit im Februar stärker gleichen als im Juni. Offensichtlich ist der TC nach einem Schuljahr stärker in den individuellen Lösungsprozess der Schüler integriert. Dies lässt vermuten, dass der TC an dieser Stelle zum individuellen Werkzeug wird. Die Schüler benutzen viel mehr die symbolischen Fähigkeiten und weniger die graphischen Fähigkeiten, sie setzen den TC häufiger ein, sie nutzen ihn stärker während des gesamten Lösungsprozesses als die Lehrkräfte dies vermuten.
Trotz aller gemeinsamer Tendenzen zeigen sich Unterschiede zwischen den Klassen, deren Ursachen zu erforschen eine eigene Aufgabe wäre.

6.2.3 Wertungsfragebögen Schüler

6.2.3.1 Wertungsfragebogen 2006/2007

Analog zu den Jahren vorher wurden nun den Schülern der Jahrgangsstufe 11 Wertungsfragen gestellt, von denen die Fragen 1 bis 10 mit den Wertungsfragen der vorangegangenen Jahre identisch waren, die Fragen 11 bis 18 neu hinzugefügt wurden. Die Fragen wurden von insgesamt 653 Schülern beantwortet, davon 383 weiblich und 270 männlich.

6.2.3.1.1 Fragenteil

Folgende Tabelle zeigt die Fragen und die Ergebnisse.

	++ [189]	+	o	–	– –
1. Der Unterricht mit dem Taschencomputer[190] war interessanter als der frühere Unterricht.	7%	41%	34%	9%	9%
2. Der Unterricht wurde durch den Taschencomputer leichter.	14%	42%	23%	15%	6%
3. Der Unterricht mit dem Taschencomputer war abwechslungsreicher.	11%	56%	15%	14%	4%
4. Im Unterricht mit dem Taschencomputer habe ich mehr gelernt als im sonstigen Unterricht.	6%	17%	29%	27%	21%
5. Mathematik hat mir im Unterricht mit dem Taschencomputer mehr Freude bereitet.	6%	33%	30%	17%	14%
6. Beim Unterricht mit dem Taschencomputer habe ich eine ganz neue Seite der Mathematik kennen gelernt.	5%	22%	29%	23%	21%
7. Ich habe mich auch über Unterricht und Hausaufgaben hinaus mit dem Taschencomputer beschäftigt.	15%	38%	20%	10%	17%
8. Ich würde gerne weiterhin gerne mit dem Taschencomputer arbeiten.	35%	39%	14%	11%	1%
9. Ich würde Schülerinnen und Schülern empfehlen, in eine Klasse mit Taschencomputer zu gehen.	24%	35%	18%	15%	8%
10. Ich habe den Taschencomputer häufig bei Hausaufgaben benutzt.	17%	41%	12%	18%	12%
11. Ich hatte zwar anfangs Schwierigkeiten bei der Bedienung des Taschencomputers, diese haben sich im Laufe der Zeit aber deutlich reduziert.	13%	45%	11%	21%	10%
12. Ich habe den Taschencomputer als Hilfe empfunden.	24%	52%	10%	9%	5%
13. Der Taschencomputer gibt mir beim Lösen von Aufgaben ein Gefühl der Sicherheit.	24%	44%	11%	17%	4%
14. Ich glaube, weniger gut auf die nächste Jahrgangsstufe vorbereitet zu sein als die Schülerinnen und Schüler aus den Parallelklassen.	16%	29%	25%	19%	11%

[189] ++: trifft völlig zu, +: trifft zu; o: es war kein Unterschied; –: trifft nicht zu; –: trifft überhaupt nicht zu.

[190] Es wurde in zwei Klassen der TI Nspire CAS Prototyp benutzt, in den restlichen Klassen der TI Voyage 200.

	++ [189]	+	o	–	– –
15. Ich habe häufig nicht gewusst, wie der Taschencomputer zu bedienen ist.	10%	30%	21%	25%	14%
16. Taschencomputer im Unterricht ist o.k., in den Schulaufgaben aber nicht.	17%	9%	15%	26%	33%
17. Die Verwendung des Taschencomputers in Schulaufgaben habe ich nicht als Problem empfunden.	22%	36%	21%	11%	10%
18. Mir war oft unklar, welche Dokumentation bei der Lösung einer Aufgabe mit dem Taschencomputer von mir erwartet worden ist.	10%	30%	21%	25%	14%

Tabelle 6-1: Angaben der Schüler im Wertungsfragebogen 2006/2007 (Jgst. 11)

Um einen besseren Vergleich mit den bisherigen Ergebnissen erzielen zu können, werden wiederum die Bereiche „trifft völlig zu“ und „trifft zu“ zu einem zusammengefasst, ebenso die beiden Bereiche „trifft nicht zu“ und „trifft überhaupt nicht zu“. Bei den Fragen, bei denen ein Vergleich möglich ist, wurden zum Vergleich die jeweiligen Durchschnittswerte aus den Befragungen der Jahre 2003/2004, 2004/2005 und 2005/2006 angegeben (Zeile „vorher“).

Dies ergibt folgendes Bild:

		Zustimmung	Neutral	Ablehnung
1. Der Unterricht mit dem Taschencomputer[191] war interessanter als der frühere Unterricht.	2006/2007	48%	34%	18%
	vorher	54%	17%	29%
2. Der Unterricht wurde durch den Taschencomputer leichter.	2006/2007	56%	23%	21%
	vorher	45%	25%	30%
3. Der Unterricht mit dem Taschencomputer war abwechslungsreicher.	2006/2007	67%	15%	18%
	vorher	65%	16%	19%
4. Im Unterricht mit dem Taschencomputer habe ich mehr gelernt als im sonstigen Unterricht.	2006/2007	23%	29%	48%
	vorher	18%	44%	38%
5. Mathematik hat mir im Unterricht mit dem Taschencomputer mehr Freude bereitet.	2006/2007	39%	30%	31%
	vorher	32%	34%	34%
6. Beim Unterricht mit dem Taschencomputer habe ich eine ganz neue Seite der Mathematik kennen gelernt.	2006/2007	27%	29%	44%
	vorher	40%	24%	36%

[191] Es wurde in zwei Klassen der TI Nspire CAS Prototyp benutzt, in den restlichen Klassen der TI Voyage 200.

		Zustimmung	Neutral	Ablehnung
7. Ich habe mich auch über Unterricht und Hausaufgaben hinaus mit dem Taschencomputer beschäftigt.	2006/2007	53%	20%	27%
	vorher	41%	7%	52%
8. Ich würde gerne weiterhin gerne mit dem Taschencomputer arbeiten.	2006/2007	74%	14%	12%
	vorher	57%	8%	35%
9. Ich würde Schülerinnen und Schülern empfehlen, in eine Klasse mit Taschencomputer zu gehen.	2006/2007	59%	18%	23%
	vorher	43%	12%	45%
10. Ich habe den Taschencomputer häufig bei Hausaufgaben benutzt.	2006/2007	58%	12%	30%
	vorher	60%	9%	31%
11. Ich hatte zwar anfangs Schwierigkeiten bei der Bedienung des Taschencomputers, diese haben sich im Laufe der Zeit aber deutlich reduziert.		58%	11%	31%
12. Ich habe den Taschencomputer als Hilfe empfunden.		76%	10%	14%
13. Der Taschencomputer gibt mir beim Lösen von Aufgaben ein Gefühl der Sicherheit.		68%	11%	21%
14. Ich glaube, weniger gut auf die nächste Jahrgangsstufe vorbereitet zu sein als die Schülerinnen und Schüler aus den Parallelklassen.		45%	25%	30%
15. Ich habe häufig nicht gewusst, wie der Taschencomputer zu bedienen ist.		40%	21%	39%
16. Taschencomputer im Unterricht ist o.k., in den Schulaufgaben aber nicht.		26%	15%	59%
17. Die Verwendung des Taschencomputers in Schulaufgaben habe ich nicht als Problem empfunden.		58%	21%	21%
18. Mir war oft unklar, welche Dokumentation bei der Lösung einer Aufgabe mit dem Taschencomputer von mir erwartet worden ist.		40%	21%	39%

Tabelle 6-2: Vergleich der Angaben der Schüler im Wertungsfragen 2006/2007 mit den vorangegangenen Jahren

Betrachtet man die Fragen 1 bis 10, so erkennt man in den Fragen 2, 7, 8 und 9 Abweichungen. So empfinden mehr Schüler den Unterricht mit dem TC als leichter. Ebenso beschäftigen sich mehr Schüler mit dem TC über den Unterricht hinaus. Mehr Schüler möchten weiterhin mit dem TC arbeiten und es würden mehr Schüler anderen empfehlen, in eine Klasse mit TC zu gehen.

Ein Grund für diese Antworten könnte darin liegen, dass (bis auf zwei Klassen) die Schüler, die hier befragt wurden, den TC bereits im zweiten Jahr einsetzten.

Der Fragebogen bestätigt auch das Erleben des TC als Hilfe und als beim Lösen von Aufgaben Sicherheit gebendes Werkzeug, welches sich in den Zusatzfragen zum TC-Test bereits abzeichnete. Ebenso zeigt sich, dass Schüler nach eigenen Angaben häufiger nicht wussten, wie der TC zu bedienen war. Hier muss angemerkt werden,– was bereits an anderer Stelle gesagt worden ist – dass von Schülern als Bedienungsproblem bezeichnete Schwierigkeiten oftmals mathematischen Hintergrund haben.

Sehr hoch ist auch die Zahl derer, denen oft unklar war, welche Dokumentation von ihnen erwartet wurde. Dem entgegenzuwirken ist eine Aufgabe für zukünftige Forschungen. Ein erster Schritt wurde bereits im Modellversuch durch die Entwicklung eines Materialangebots getan, vgl. hierzu Abschnitt 6.2.3.2.3.

6.2.3.1.2 Freie Antworten

Den Schülern wurde auch die Möglichkeit zu Freitextantworten gegeben. Dazu gab es gezielte Impulse. Im Folgenden wird ein Überblick über die Antworten gegeben, dabei sind Original-Antworten der Schüler (ohne Korrektur von Rechtschreibung oder Satzbau) abgedruckt. Die Antworten wurden thematisch gruppiert .

Frage 1: Was ist Ihnen beim Unterricht mit dem Taschencomputer besonders positiv in Erinnerung geblieben?

- viele Dinge fallen einem leichter, weil man vieles veranschaulichen kann. (Ableitung, Graph, Grenzwert)
- Man muss nicht mehr unnötig viel Zeit mit dem Lösen von Gleichungen vertrödeln, sondern kann sich auf wichtigeres konzentrie-

ren.

- Gute Möglichkeit die eigenen Aufgaben zu überprüfen. Gut zur Überprüfung der Ergebnisse der Hausaufgaben
- dass man durch tabellarische untersuchungen und die graphischen anzeigen des taschencomputer ein viel besseres vorstellungsvermögen davon bekommt wie graphen aussehen und was man mit den taschencomputer alles machen kann
- Man hat nicht mehr so viele Aufgaben mit sinnlosem Rechne, sondern mehr zum Denken
- Mehr Zeit zum Diskutieren von Aufgaben, da Lösungswege mit dem Rechner schneller erarbeitet werden konnten.
- Durch den Taschenrechner wurde jeder gleich gut in den Unterricht mit einbezogen
- Besonders positiv fand ich, dass die Berechnungen von z.B Graphen sind wesentlich anschaulicher und leichter verständlich geworden sind, da man sich den Graphen im Rechner ansehen kann und sofort die Wertetabelle erhält. Viele Rechnungen kann man um einiges schneller lösen als wenn man sie handschriftlich erledigt.
- Der Taschencomputer bietet eine gute Hilfe zur Lösungskontrolle, z.B bei den Hausaufgaben, Schulaufgaben oder während des Unterrichts.
- Duch die Möglichkeit, Die Funktion zeichnen zu lassen, waren mit z.B Veränderungen des Graphen, die duch ein verändertes X hervorgerufen wurden, leichter verständlich.
- Allgemein habe ich viele Rechnungen mit dem Rechner leichter nachvollziehen und auch lösen können, da die Gefahr, etwas falsch einzutippen, nicht so groß ist wie bei einem normalen Taschenrechner. Dadurch, dass der Taschencomputer sofort auf fehlende Klammern o.ä. hinweist habe ich mich sicherer gefühlt.
- Zudem wurde mir vieles im Fachbereich Analysis klar, was mir die ganze Jahre zuvor nie klar war. Mit dem Taschenrechner hat man eine viel bessere Vorstellung von z.b. einem Graphen. Man kann nur mit ein paar Tastendrücken erkennen wie ein Graph aussieht, wo ungefähr seine Extrema liegen und wie er im Unendlichen aussieht. Das hat mir sehr gut gefallen, weil es die gesamte Mathematik greifbarer macht.

Frage 2: Was hat Ihnen beim Umgang mit dem Taschencomputer die größten Schwierigkeiten bereitet?

- Am schwierigsten fand ich, mich an den Taschencomputer zu ge-

wöhnen, da die Bedingung am Anfang sehr schwer war und man sich viel merken musste. • es gibt zu viele funktionen die man sich nicht alle merken kann oder gar nicht weiß welche es noch gibt • unverständliche Angaben bei fehlerhaften Eingaben von Termen • Das Dokumentieren der einzelnen Schritte beim Lösen von Schulaufgaben. • teilweise keine Ahnung welcher Befehl wie wann und wo eingegeben wird • schreiben (kleine tasten), etwas unübersichtliche handhabung • außerdem war es noch nachteilig, dass alles auf Englisch angegeben wurde, weil da wusste man immer nicht genau was der Rechner jetzt von einem will
Frage 3: Was sollte Ihre Lehrkraft beim Unterricht mit dem Taschencomputer ändern? Machen Sie konkrete Vorschläge. • sollte vorallem die geschwindigkeit bei gemeinsamen arbeiten so wählen, dass alle mit der bedienung mitkommen • ich hätte mir nur gewünscht, dass unsere Lehrkraft noch ein bisschen häufiger die genauen Funktionen des Rechners erläutert • die lehrkraft sollte sich mit dem taschenrechner besser auskennnen • !!!!!!! NICHTS!!!!!!!!
Frage 4: Was Sie sonst noch sagen wollten: • Schade, dass es bei uns keinen LK mit dem TC gibt! • Hoffe dass ich den TI auch im GK verwenden kann • Ich würde den Taschenrechner als Begleiter empfehlen, aber die Übung in den Grundrechenarten sollten erhalten bleiben (durch Übung), da für jede einfache Aufgabe der CAS verwendet wurde • Ich finde es schlecht, dass wir nach der 11ten den Taschencomputer wieder abgeben müssen. • Grundsätzlich finde ich den CAS gut für das Verständnis und befürworte grundsätzlich den Einsatz im Unterricht, der Erfolg ist aber sicher sehr vom Einsatz und der Motivation der Lehrkraft abhängig • Warum gibt's den in der Physik nicht? • wo gibt es spiele für den rechner?

Tabelle 6-3: Freitextantworten der Schüler (Wertungsfragebogen 2006/2007, Jgst. 11)

Zusammenfassung:

Bei den positiven Erinnerungen findet man mathematikbezogene Angaben wie etwa das Visualisieren oder die verschiedenen Darstellungsformen. Der TC wird als Hilfe gesehen beim Verständnis der mathematischen Inhalte wie auch beim eigenen Vorgehen und Rechnen. Es wird auch gesehen, dass mit dem TC mehr Möglichkeiten bestehen, über Lösungswege zu diskutieren.

Bei den Schwierigkeiten handelt es sich um Bedienung bzw. vermeintliche Bedienungsfehler einerseits sowie um Probleme mit Dokumentationen andererseits.

Von den Lehrkräften fordern die Schüler eine bessere Kenntnis des Rechners. Diese Angabe machten aber nur Schüler aus drei Klassen, alle übrigen merkten dazu nichts an.

Bei den sonstigen Äußerungen fällt auf, dass der fehlende weitere Einsatz des TC negativ empfunden wird. Es erfolgt auch eine Anmerkung zum Einsatz in anderen Fächern.

6.2.3.2 Wertungsfragebogen 2007/2008

Zum Schuljahresende 2007/2008 wurde wiederum eine Befragung der Schüler der Jahrgangsstufe 11 durchgeführt. Von den 12 Klassen der Jahrgangsstufe 11 nahmen leider nur 6 Klassen an dieser Befragung teil. Insgesamt waren dies 99 Schüler, davon 31 weiblich und 68 männlich. Dies spiegelt eine Problematik wider, die sich zunehmend entwickelte. Einige Lehrkräfte unterstützten die begleitende Untersuchung sehr schleppend. Die Befragung der Schüler wurde online durchgeführt. Die Schüler wurden z. T. nicht rechtzeitig auf diese Befragung hingewiesen bzw. die Lehrkräfte suchten mit den Schülern dazu nicht den Computerraum auf.

6.2.3.2.1 Fragenteil

Im Wertungsfragebogen wurden wieder einige (verglichen mit den vorhergehenden Jahren) gleiche Fragen gestellt, wobei diesmal die Antwortkategorien direkt „trifft zu“, „es war kein Unterschied“ und „trifft nicht zu“ lauteten. Dort, wo es Vergleichswerte gibt, sind sie angegeben. Folgende Tabelle gibt einen Überblick mit einem Vergleich zu den bisherigen Ergebnissen.

		Zustimmung	Neutral	Ablehnung
1. Der Unterricht mit dem Taschencomputer[192] war interessanter als der frühere Unterricht.	2007/2008	57%	23%	20%
	2006/2007	48%	34%	18%
	vorher	54%	17%	29%
2. Der Unterricht wurde durch den Taschencomputer leichter.	2007/2008	62%	27%	11%
	2006/2007	56%	23%	21%
	vorher	45%	25%	30%
3. Der Unterricht mit dem Taschencomputer war abwechslungsreicher.	2007/2008	76%	20%	4%
	2006/2007	67%	15%	18%
	vorher	65%	16%	19%
4. Im Unterricht mit dem Taschencomputer habe ich mehr gelernt als im sonstigen Unterricht.	2007/2008	28%	49%	23%
	2006/2007	23%	29%	48%
	vorher	18%	44%	38%
5. Mathematik hat mir im Unterricht mit dem Taschencomputer mehr Freude bereitet.	2007/2008	45%	35%	20%
	2006/2007	39%	30%	31%
	vorher	32%	34%	34%
6. Beim Unterricht mit dem Taschencomputer habe ich eine ganz neue Seite der Mathematik kennen gelernt.	2007/2008	37%	43%	20%
	2006/2007	27%	29%	44%
	vorher	40%	24%	36%
7. Ich habe mich auch über Unterricht und Hausaufgaben hinaus mit dem Taschencomputer beschäftigt.	2007/2008	36%	16%	48%
	2006/2007	53%	20%	27%
	vorher	41%	7%	52%
8. Ich würde gerne weiterhin gerne mit dem Taschencomputer arbeiten.	2007/2008	69%	7%	24%
	2006/2007	74%	14%	12%
	vorher	57%	8%	35%
9. Ich würde Schülerinnen und Schülern empfehlen, in eine Klasse mit Taschencomputer zu gehen.	2007/2008	65%	14%	21%
	2006/2007	59%	18%	23%
	vorher	43%	12%	45%
10. Ich habe den Taschencomputer häufig bei Hausaufgaben benutzt.	2007/2008	58%	19%	23%
	2006/2007	58%	12%	30%
	vorher	60%	9%	31%
11. Ich hatte zwar anfangs Schwierigkeiten bei der Bedienung des Taschencomputers, diese haben sich im Laufe der Zeit aber deutlich reduziert.	2007/2008	61%	24%	15%
	2006/2007	58%	11%	31%
12. Ich habe den Taschencomputer als Hilfe empfunden	2007/2008	79%	12%	9%
	2006/2007	76%	10%	14%

[192] Es wurde in zwei Klassen der TI Nspire CAS Prototyp benutzt, in den restlichen Klassen der TI Voyage 200.

		Zustimmung	Neutral	Ablehnung
13. Der Taschencomputer gibt mir beim Lösen von Aufgaben ein Gefühl der Sicherheit.	2007/2008	70%	18%	12%
	2006/2007	68%	11%	21%
14. Ich glaube, weniger gut auf die nächste Jahrgangsstufe vorbereitet zu sein als die Schülerinnen und Schüler aus den Parallelklassen.	2007/2008	31%	22%	47%
	2006/2007	45%	25%	30%
15. Ich habe häufig nicht gewusst, wie der Taschencomputer zu bedienen ist.	2007/2008	30%	21%	49%
	2006/2007	40%	21%	39%
16. Taschencomputer im Unterricht ist o.k., in den Schulaufgaben aber nicht.	2007/2008	Frage nicht gestellt		
	2006/2007	26%	15%	59%
17. Die Verwendung des Taschencomputers in Schulaufgaben habe ich nicht als Problem empfunden.	2007/2008	61%	21%	18%
	2006/2007	58%	21%	21%
18. Mir war oft unklar, welche Dokumentation bei der Lösung einer Aufgabe mit dem Taschencomputer von mir erwartet worden ist.	2007/2008	27%	22%	51%
	2006/2007	40%	21%	39%
19. Meine Lehrkraft hat mich bei Problemen im Umgang mit den Taschencomputer gut unterstützt.		81%	13%	6%
20. Ich habe den Taschencomputer als Bereicherung im Unterricht empfunden.		64%	23%	13%
21. Bei Prüfungen hatte ich stets Angst, wie ich mit Fehlermeldungen umgehen soll.		29%	11%	60%
22. Ich habe den Eindruck, dass ich mit dem Taschencomputer manche mathematischen Zusammenhänge besser verstehen kann.		57%	23%	20%
23. Ich benutze oft die Möglichkeit, meine Rechnungen mit dem Taschencomputer überprüfen zu können.		58%	14%	28%
24. Der Taschencomputer ist ein Werkzeug zum Lernen von Mathematik.		50%	28%	22%

		Zustimmung	Neutral	Ablehnung
25. Der Taschencomputer hat das Unterrichten von Mathematik unterstützt (z.B. durch Zeichnen von Graphen, ...).		89%	7%	4%
26. Zu Hause habe ich den Taschencomputer benutzt, um mir mathematische Zusammenhänge nochmals zu verdeutlichen.		19%	36%	45%
27. Ich würde den Taschencomputer gerne bis einschließlich Abitur einsetzen.		67%	7%	26%
28. Der Taschencomputer ist für mich ein selbstverständliches Werkzeug geworden.		51%	16%	33%
29. Ich würde lieber mit einem Laptop arbeiten.		35%	38%	27%

Tabelle 6-4: Angaben der Schüler im Wertungsfragebogen 2007/2008 und Vergleich mit den Vorjahren

6.2.3.2.2 Entwicklungen im Vergleich – 2003 bis 2008

Betrachtet man zunächst die Fragen, die auch schon in den Phasen I bis III des Modellversuchs gestellt wurden, so findet man erwähnenswerte Entwicklungen. Damit man diese besser erkennen kann, sind im Folgenden die Tendenzen der Schülerantworten dargestellt, so dass sich ein Überblick über die Entwicklungen ergibt.

	Zustimmung	Neutral	Ablehnung
1. Der Unterricht mit dem Taschencomputer[193] war interessanter als der frühere Unterricht.	→	→	→
2. Der Unterricht wurde durch den Taschencomputer leichter.	↗	→	↘
3. Der Unterricht mit dem Taschencomputer war abwechslungsreicher.	↗	↗	↘
4. Im Unterricht mit dem Taschencomputer habe ich mehr gelernt als im sonstigen Unterricht.	→	↗	↘
5. Mathematik hat mir im Unterricht mit dem Taschencomputer mehr Freude bereitet.	↗	→	↘
6. Beim Unterricht mit dem Taschencomputer habe ich eine ganz neue Seite der Mathematik kennen gelernt.	→	↗	↘

[193] Es wurde in zwei Klassen der TI Nspire CAS (Prototyp) benutzt, in den restlichen Klassen der TI Voyage 200.

	Zustimmung	Neutral	Ablehnung
7. Ich habe mich auch über Unterricht und Hausaufgaben hinaus mit dem Taschencomputer beschäftigt.	↘	→	↗
8. Ich würde gerne weiterhin gerne mit dem Taschencomputer arbeiten.	↗	↘	→
9. Ich würde Schülerinnen und Schülern empfehlen, in eine Klasse mit Taschencomputer zu gehen.	↗	→	↘
10. Ich habe den Taschencomputer häufig bei Hausaufgaben benutzt.	→	↗	↘

Tabelle 6-5: Entwicklung der Angaben im Wertungsfragebogen (im Zeitraum von 2003 bis 2008)

Der Unterricht mit TC wird gleichbleibend von gut der Hälfte der Schüler als interessant eingestuft, von einer größer werdenden Menge wird er als abwechslungsreich gesehen.

Bei den Fragen 2, 4 und 6, welche schwer durch die Schüler einzuschätzen sind, ist ein Trend dazu erkennbar, dass die Schüler eher meinen, der Unterricht mit TC sei leichter gewesen, sie hätten eine neue Seite der Mathematik kennen gelernt und hätten mehr gelernt als im „herkömmlichen“ Unterricht.

Einer zunehmenden Menge an Schülern bereitet der Unterricht mit dem TC Freude.

Eine zunehmende Menge möchte auch weiterhin gerne mit dem TC arbeiten, wobei diejenige Menge an Schülern, die dies nicht möchten, konstant bei etwa ein Viertel der Schüler bleibt. Eine für die Zukunft interessante Frage ist, wie es gelingt, diese Schülergruppe zu erreichen.

Die Zahl an Schülern, die anderen Mitschülern empfehlen würde in eine Klasse mit TC zu gehen, wächst, und zwar zugunsten der Abnahme derjenigen, die das nicht tun würden.

Betrachtet man die Entwicklungen bei den Fragen nach der Beschäftigung mit dem TC über den Unterricht hinaus und zur Benutzung in Hausaufgaben, so stellt man hier eher eine Abnahme bzw. Stagnation fest. Dies kann zum einen darauf hindeuten, dass der TC zu einem gewohnten Hilfsmittel wird, welches – da an der Schule in gewissem Rahmen etabliert –.von den Schülern nicht mehr als völlig unbekannt angesehen wird. Zum anderen kann dies gerade im Hinblick auf Hausaufgaben aber auch bedeuten, dass die Aufgabenstellungen in den verwendeten Lehrwerken die Integration eines TC nicht unterstützen. Auch das wird eine Aufgabenstellung für zukünftige Untersuchungen sowie Konzeptionen von Materialien und Fortbildungsmaßnahmen sein.

6.2.3.2.3 Entwicklungen im Vergleich – 2006 bis 2008

Ein Block von Fragen wurde im Schuljahr 2006/2007 und 2007/2008 identisch gestellt. Diese sind hier nochmals aufgetragen, wobei wiederum die Tendenzen durch Pfeile symbolisiert werden.

	Zustimmung	Neutral	Ablehnung
11. Ich hatte zwar anfangs Schwierigkeiten bei der Bedienung des Taschencomputers, diese haben sich im Laufe der Zeit aber deutlich reduziert.	➔	➚	➘
12. Ich habe den Taschencomputer als Hilfe empfunden.	➔	➔	➔
13. Der Taschencomputer gibt mir beim Lösen von Aufgaben ein Gefühl der Sicherheit.	➔	➚	➘
14. Ich glaube, weniger gut auf die nächste Jahrgangsstufe vorbereitet zu sein als die Schülerinnen und Schüler aus den Parallelklassen.	➘	➔	➚
15. Ich habe häufig nicht gewusst, wie der Taschencomputer zu bedienen ist.	➘	➔	➚
16. Die Verwendung des Taschencomputers in Schulaufgaben habe ich nicht als Problem empfunden.	➔	➔	➔
17. Mir war oft unklar, welche Dokumentation bei der Lösung einer Aufgabe mit dem Taschencomputer von mir erwartet worden ist.	➘	➔	➚

Tabelle 6-6: Entwicklung der Angaben im Wertungsfragebogen (im Zeitraum von 2006 bis 2008)

Diese Fragen sind insbesondere von Interesse, da aufgrund der Ergebnisse des Schuljahres 2006/2007 Material entwickelt wurde, welche als Angebot gezielt einwirken sollten. Es handelt sich hierbei zum einen um Material, welches exemplarisch anhand einer Extremwertaufgabe aufzeigt, welche verschiedenen Lösungsstrategien möglich sind und wie man diese dokumentieren kann. Zusätzlich handelt es sich um „Minute-Made-Math“ Materialien, welche die Integration des TC fördern sollen. Diese Materialien finden sich im Anhang. Unter Einsatz dieser Materialien wurden in den Projekttreffen gezielte Angebote gerade zur Prüfungs- und Dokumentationsthematik gemacht.

Der Einstieg in die Bedienung des TC entwickelte sich dahingehend positiv, dass mehr Schüler der Aussage, dass sich die Bedienungsprobleme nach einer anfänglichen Verstärktheit immer weiter reduzierten, zumindest neutral gegenüber standen. Weniger Schüler wussten häufig nicht, wie der TC zu bedienen ist – immerhin aber stimmten etwa ein Drittel der Schüler dieser Aussage zu. Dieser Anteil ist zu hoch und muss reduziert werden, wobei hier nicht geklärt ist, ob in den Augen der Schüler Bedienungsprobleme wirklich mit der Bedienung des TC zusammen hängen oder vielmehr ein mathematisches Verständnisproblem im Hintergrund haben.

Konstant viele Schüler sahen den TC als Hilfe an. Mehr Schüler standen der Aussage, der TC gebe Ihnen beim Lösen von Aufgaben ein Gefühl der Sicherheit, neutral gegenüber.

Weniger Schüler glaubten, sie wären auf die nächste Jahrgangsstufe schlechter vorbereitet als Schüler aus Klassen, die ohne TC gearbeitet haben. Etwa ein Drittel war aber dieser Meinung. Dies ist der gleiche Anteil wie derjenige, der bei der Bedienung des TC Schwierigkeiten hat, auch die Tendenzen sind bei diesen Fragen jeweils gleich. Inwieweit dies die gleichen Schüler waren, ist eine offene Frage. Diejenigen Schüler, die bei diesen beiden Fragen jeweils entgegengesetzte Antworten gaben, ergeben nur einen Anteil von 20%, so dass sich eine starke Vermutung ergibt, dass diese Gruppen korrelieren könnten.

Die Verwendung des TC in Schulaufgaben sahen konstant viele als problematisch bzw. unproblematisch. Hier spielten sicherlich viele Faktoren eine Rolle, vor allem der Unterricht in den jeweiligen Klassen. Immerhin gaben noch etwa 20% der Schüler an, dass dies problematisch für sie war. Die Angaben unterscheiden sich stark zwischen den Klassen, so streut hier der Anteil derjenigen

Schüler, welche den TC nicht als Problem in Schulaufgaben empfinden, zwischen 37% und 90%.

Die Unklarheiten bei der Dokumentation von Lösungen haben sich verringert, hier konnte der Anteil derjenigen Schüler, welche keine Unklarheiten haben, von 39% auf 51% erhöht werden. Der Anteil derjenigen Schüler, welche hierbei Unklarheiten haben, ist aber mit 27% immer noch zu hoch. Auch hier sind die Einfluss gebenden Faktoren sehr komplex und müssten genauer untersucht werden.

Interessant wäre die Frage, inwieweit Unklarheiten bei der Dokumentation und Probleme bei der Verwendung in Schulaufgaben zusammenhängen. Die Daten der Befragung von 2008 lassen vermuten, dass es einen Zusammenhang gibt, denn gegensätzliche Antworten haben etwa 14% der Schüler gegeben. Eine eingehendere Untersuchung dieser Frage wäre lohnenswert.

6.2.3.2.4 Weitere Einschätzungsfragen

Rückblickend auf den Unterricht mit TC empfanden 59% der Schüler diesen als positiv, 36% nahmen eine neutrale Haltung ein und 5% empfanden ihn negativ. Diese Werte schwanken dabei zwischen den Klassen beim positiven Empfinden im Bereich von 41% bis 77%, beim neutralen Empfinden im Bereich von 23% bis 52%, beim negativen Empfinden im Bereich von 0% bis 10%.

Viele Schüler sahen den TC als Bereicherung des Unterrichts, sie möchten mit ihm eine Abiturprüfung schreiben. Etwa zwei Drittel der Schüler hatten den Eindruck, dass sie manche Zusammenhänge besser verstehen konnten. Sehr viele Schüler sahen den TC als Unterstützung im Unterricht. Die Schüler erkennen also die Bedeutung des TC im Mathematikunterricht.

Dass der TC ein Werkzeug zum Lernen von Mathematik ist, mit dem man das eigene Vorgehen und Rechnen kontrollieren kann, sah etwa die Hälfte der Schüler. Warum dies so ist, müsste in weiteren Untersuchungen beantwortet werden.

Der Umgang mit Fehlermeldungen scheint bei Prüfungen ein Faktor zu sein, der Schwierigkeiten beim TC-Einsatz bereitet. In zukünftigen Untersuchungen müsste der Frage nachgegangen werden, welche Schwierigkeiten in Zusammenhang mit solchen Vorfällen beim Einsatz des TC in Prüfungen auf Seiten der Schüler auftreten und wie sich diese vermeiden lassen bzw. welche Strategien es für die Schüler gibt, damit umgehen können.

6.2.3.2.5 Frage zum Einsatzzeitpunkt des TC

Die Schüler wurden nach einigen konkret eingesetzten Möglichkeiten des TC befragt.

Zunächst wurde ihnen eine Frage nach dem Einsatzzeitpunkt des TC gestellt:

Wenn Sie eine Aufgabe mit dem Taschencomputer lösen, wann setzen Sie den Taschencomputer im Verlaufe des Lösungsprozesses ein? (Mehrfachnennungen möglich)

zu Beginn (z.B. um mir das Ziel klar zu machen)
während des Lösens der Aufgabe (also begleitend beim Erstellen der Lösung)
am Ende (zur Reflexion/Kontrolle der Lösung)

Im Jahr 2007 wurden zwei TC-Tests geschrieben, in denen ebenfalls diese Fragen gestellt wurden. Bildet man beim Juni-Test 2007 die Mittelwerte der Angaben aus allen Klassen und stellt sie denjenigen dieser Schülerbefragung aus dem Jahr 2008 gegenüber, erhält man folgende Abbildung:

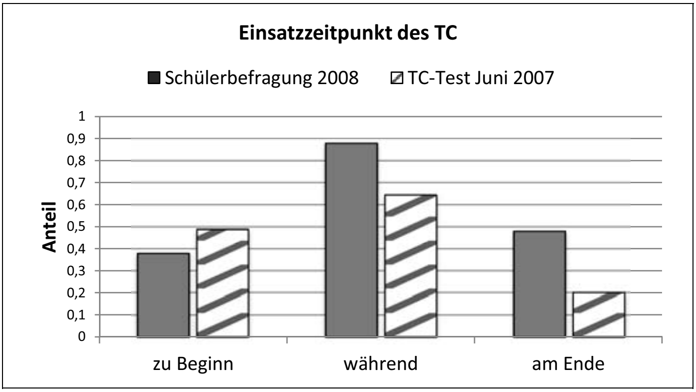
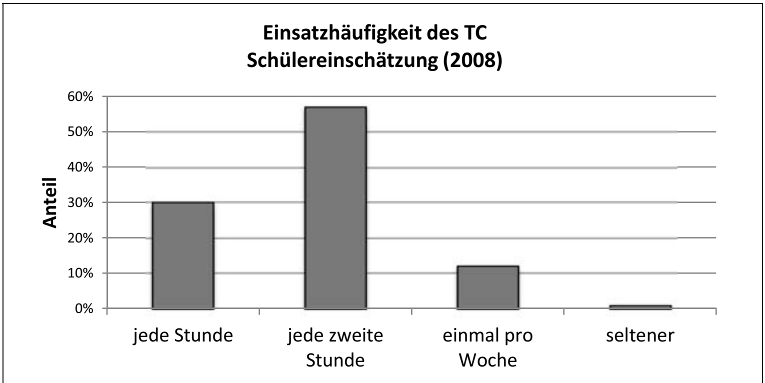


Abbildung 6-43: Einsatzzeitpunkt des TC, Vergleich der Angaben der Schülerbefragung 2007/2008 mit den Werten des TC-Tests vom Juni 2007

Von der Häufigkeit der Nennungen wird bestätigt, dass die Schüler den Einsatz des TC während des Lösungsprozesses als bedeutsam und häufig sehen. Der TC ist also ein in den Prozess des Lösens von Problemstellungen integriertes Werkzeug. Interessant ist aber, dass die Angaben zum Einsatz am Ende einer Aufgabe zur Reflexion und Kontrolle bei der Schülerbefragung deutlich höher ausfielen. Eine mögliche Erklärung hierfür ist die stärkere Thematisierung dieses Einsatzes in den Projekttreffen des Schuljahres 2007/2008.

6.2.3.2.6 Frage zur Einsatzhäufigkeit des TC

Die Schüler wurden gebeten, einzuschätzen, wie oft sie den TC im Durchschnitt im Unterricht einsetzten. Die insgesamt gegebenen Antworten sind im Folgenden graphisch aufgetragen, wobei darunter jeweils die Spannweite bezüglich der einzelnen Klassen angegeben ist.

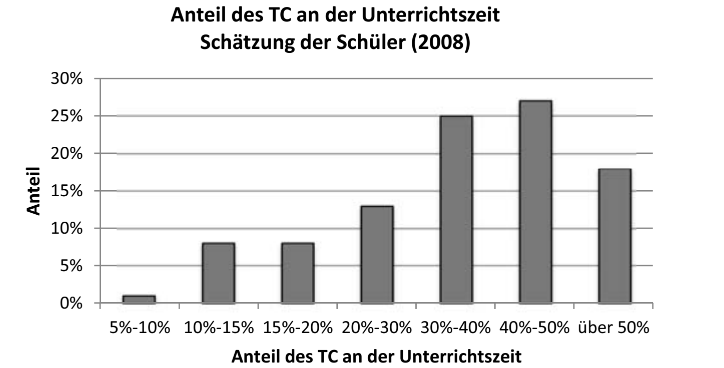


Spannweite bzgl. der Klassen	3% - 73%	18% - 83%	0% - 23%	0% - 14%

Abbildung 6-44: Einsatzhäufigkeit des TC (Schülerbefragung 2007/2008)

Die meisten Schüler gaben an, dass der TC jede zweite Stunde einmal zum Einsatz kam. Allerdings sieht man an der Spannweite der Angaben, dass es hier große Unterschiede zwischen den einzelnen Klassen gibt.

Weiterhin wurden die Schüler aufgefordert, den Prozentsatz der gesamten Unterrichtszeit einzuschätzen, in der der TC Teil des Unterrichtsgeschehens war, mit dem Hinweis, dass dies nicht unbedingt bedeuten muss, dass dann ständig damit gearbeitet wurde.



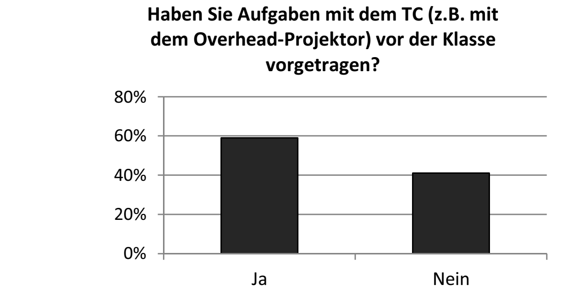
Spannweite bzgl. der Klassen	0% - 4%	0% - 31%	0% - 29%	0% - 39%	9% - 45%	8% - 40%	0% - 50%

Abbildung 6-45: Anteil des TC an der Unterrichtszeit (Schülerbefragung 2007/2008)

Insgesamt gesehen geben etwa die Hälfte der Schüler an, dass der Unterricht mit dem TC 30% bis 50% der Unterrichtszeit eingenommen hat. Auch hier lässt sich erkennen, dass die Angaben zwischen den einzelnen Klassen stark schwanken.

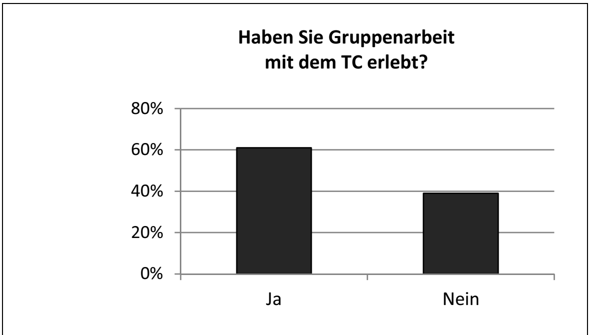
6.2.3.2.7 Fragen zur Sozialform und zu Prüfungen

Aufgrund der Erfahrungen aus dem Jahr 2007 wurde hier gefragt, inwieweit die Schüler den TC in verschiedenen Sozialformen einsetzten und wie der Einsatz in Schulaufgaben aussah.



Spannweite bzgl. der Klassen	28% - 100%	0% - 72%

Abbildung 6-46: Sozialformen mit TC (Vortrag; Schülerbefragung 2007/2008)



	Ja	Nein
Spannweite bzgl. der Klassen	17% - 100%	0% - 83%

Abbildung 6-47: Sozialformen mit TC (Gruppenarbeit; Schülerbefragung 2007/2008)

Je etwa zwei Drittel der Schüler haben mit dem TC vor der Klasse vorgetragen und haben Gruppenarbeit erlebt. Allerdings schwankt dieser Anteil zwischen den Klassen erheblich.

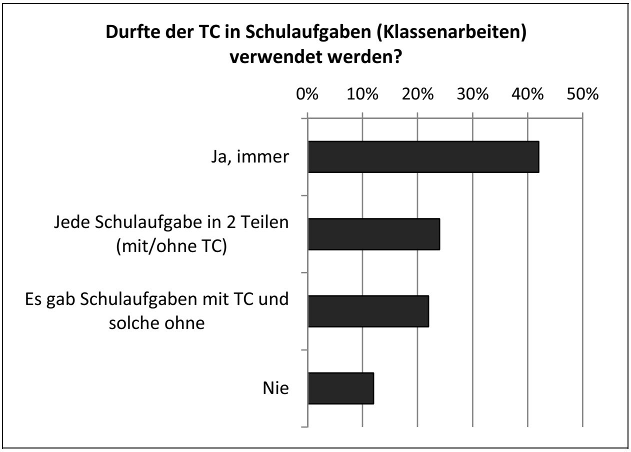


Abbildung 6-48: TC-Verwendung in Schulaufgaben (Schülerbefragung 2007/2008)

Bei etwa zwei Drittel der Schüler kam der TC in jeder Schulaufgabe zum Einsatz. Es gab aber auch Schüler, die den TC nie in einer Schulaufgabe, also einer schriftlichen Prüfung, einsetzten.

6.2.3.2.8 Fragen zu Einsatzarten des TC

Die restlichen Fragen zielten auf konkrete Befehle und Tätigkeiten mit dem TC ab. Folgende Tabelle gibt die Ergebnisse wieder. Die Fragen wurden mit der Aufforderung *„Geben Sie im Folgenden an, wie häufig Sie selbst die jeweiligen Tätigkeiten mit dem Taschencomputer nutzten.“* eingeleitet.

	häufig	hin und wieder	nie
40. Algebraisches Lösen von Gleichungen ("solve"-Befehl)	70%	27%	3%
41. Graphisches Lösen von Gleichungen (Schnittpunktbestimmung an Graphen)	45%	40%	15%
42. Zeichnen von Graphen	82%	18%	0%
43. Zeichnen von Daten/Listen ("scatter plot", "Datenplot")	7%	53%	40%
44. Geometrie am Rechner (also Zeichnen von Figuren, Konstruktionen, ...)	21%	30%	49%
45. Messungen in der Geometrie (also Benutzen der "Messen"/"Measurement" - Werkzeuge, z.B. Messen von Längen, Abständen, Steigungen, Koordinaten, Funktionsterme)	6%	36%	58%
46. Verschieben von Funktionsgraphen (durch "Drag and Drop")	8%	33%	59%
47. Benutzen der Tabellenkalkulation (z.B. "Lists & Spreadsheet")	0%	67%	33%
48. Statistik-Funktionen ("data & statistics")	1%	35%	64%
49. Befehl zur Berechnung von Grenzwerten ("limit")	43%	46%	11%
50. Befehl zur Berechnung von Ableitungen	60%	37%	3%
51. Befehle zur Berechnungen von Maxima/Minima ("fmax" bzw. "fmin")	19%	35%	46%
52. Befehl zur Berechnung von Nullstellen ("zeros")	29%	40%	31%

Tabelle 6-7: Einsatzarten des TC (Schülerbefragung 2007/2008)

Man erkennt, dass die dynamische Geometrie (Fragen 44, 45, 46) von den Schülern selbst nicht häufig genutzt wurde.

Verfahren, welche numerische Strategien zur Anwendung bringen, (Fragen 43, 47, 48, 51), werden durch die Schüler selten genutzt.

Am Häufigsten nutzten die Schüler die symbolischen Möglichkeiten des TC (Fragen 40, 49, 50, 52) sowie die graphischen Möglichkeiten des TC als Funktionenplotter (Fragen 41, 42).

Interessanterweise schwanken die Angaben der Schüler zwischen den Klassen sehr, folgende Tabelle gibt die Bereiche an, in denen sich die Angaben bewegen:

	häufig	hin und wieder	nie
40. Algebraisches Lösen von Gleichungen ("solve"-Befehl)	37% - 100%	20% - 47%	0% - 15%
41. Graphisches Lösen von Gleichungen (Schnittpunktbestimmung an Graphen)	28% - 70%	30% - 48%	0% - 29%
42. Zeichnen von Graphen	71% - 96%	4% - 29%	0% - 0%
43. Zeichnen von Daten/Listen ("scatter plot", "Datenplot")	6% - 11%	14% - 75%	17% - 86%
44. Geometrie am Rechner (also Zeichnen von Figuren, Konstruktionen, ...)	7% - 40%	17% - 50%	10% - 100%
45. Messungen in der Geometrie (also Benutzen der "Messen"/"Measurement" -Werkzeuge, z.B. Messen von Längen, Abständen, Steigungen, Koordinaten, Funktionsterme)	0% - 30%	7% - 64%	20% - 92%
46. Verschieben von Funktionsgraphen (durch "Drag and Drop")	0% - 18%	7% - 46%	36% - 92%
47. Benutzen der Tabellenkalkulation (z.B. "Lists & Spreadsheet")	0% - 0%	28% - 89%	11% - 72%
48. Statistik-Funktionen ("data & statistics")	0% - 5%	0% - 73%	23% - 100%
49. Befehl zur Berechnung von Grenzwerten ("limit")	35% - 70%	30% - 58%	0% - 46%
50. Befehl zur Berechnung von Ableitungen	15% - 77%	29% - 69%	0% - 15%
51. Befehle zur Berechnungen von Maxima/Minima ("fmax" bzw. "fmin")	0% - 30%	10% - 100%	0% - 61%
52. Befehl zur Berechnung von Nullstellen ("zeros")	14% - 50%	11% - 61%	10% - 62%

Tabelle 6-8: Einsatzarten des TC, Spannweiten der Angaben bezgl. der Klassen (Schülerbefragung 2007/2008)

Zwischen den Klassen herrschen bemerkbare Unterschiede.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass der TC als Tabellenkalkulation kaum zum Einsatz kam. Dies ist erstaunlich, da sich ein solcher Einsatz gerade angesichts der Unterrichtsinhalte der Jahrgangsstufe 11 anbietet. Zudem stellt die Tabellenkalkulation mittlerweile ein Standardhilfsmittel dar.

Beachtenswert ist ebenso, dass der TC als Funktionenplotter überall zum Einsatz kam.

Bei den symbolischen Fähigkeiten des TC (Fragen 40, 49, 50, 52) zeigt sich eine große Bandbreite. Betrachtet man die Fragen 40, 49, 50 und 51, so bestätigt sich der aus den TC-Tests gewonnene Eindruck, dass es in Klassen der Fall sein kann, dass ein Befehl zur symbolischen Lösung von Gleichungen nicht zum erlaubten Repertoire gehört und daher nicht von den Schülern verwendet wird. Solches kann auch für das graphische Lösen von Gleichungen zutreffen. Andererseits gibt es auch Klassen, in denen solche Verwendungsarten des TC sehr stark zum Einsatz kommen.

Ebenso ist beobachtbar, dass es Klassen gibt, in denen bei den Schülern der Einsatz des TC mit seinen geometrischen Fähigkeiten nicht oder nur sehr selten erfolgt.

Insgesamt wurde der TC aber nicht in der möglichen Vielseitigkeit eingesetzt. Hier stellt sich für die Zukunft die Frage, wie sich ein vielseitiges Einsetzen verschiedener Möglichkeiten und damit Lösungsstrategien gezielt im Unterricht unterstützen lässt.

6.2.3.2.9 Freie Antworten

Die Möglichkeit zu freien Antworten wurde den Schülern im Jahr 2007/2008 aufgrund technischer Probleme nicht eröffnet.

6.2.4 Umfragen Lehrkräfte

6.2.4.1 Monatliche Befragung in 2006/2007

Den Lehrkräften der Projektklassen wurde in den Monaten Oktober 2006 bis Juni 2007 monatlich ein Fragebogen vorgelegt. Dieser Fragebogen stand online zur Verfügung und konnte auch online beantwortet werden. In diesen monatlichen Fragebögen waren einige Fragen gleich, andere wurden aufgrund von Notwendigkeiten, die sich während des Prozesses der Koordination ergaben, hinzugefügt.

Die Befragung wurde offenbar teilweise seitens der Lehrkräfte als Zusatzbelastung empfunden. Es gab dahingehend von einem Teil der Lehrkräfte Rückmeldung, dass eine monatliche Befragung kaum zu leisten sei. Meist haben 16 Lehrkräfte teilgenommen, es gab aber sowohl monatliche als auch bei einzelnen Fragen deutliche Schwankungen.

6.2.4.1.1 Regelmäßige Fragen

Eine gewisse Zahl an Fragen wurde den Lehrkräften jeden Monat vorgelegt, um eine Entwicklung über das Schuljahr beobachten zu können.

6.2.4.1.1.1 Einfluss des TC auf den Unterricht und Einschätzung des Schülerempfindens

Zunächst wurden die Lehrkräfte nach dem Empfinden des Unterrichts mit TC gefragt, und zwar einmal nach ihrem eigenen sowie auch nach einer Einschätzung des Empfindens auf Seiten Ihrer Schüler. Die Fragen hierzu lauteten:

> *Wenn Sie sich Ihren Unterricht der letzten Wochen mit dem TC in der Modellklasse vorstellen, denken Sie dass der Einfluss des TC auf den Unterricht*
>
> *sehr positiv war*
> *positiv war;*
> *neutral war;*
> *negativ war;*
> *sehr negativ war*
>
> Wenn Sie sich Ihren Unterricht der letzten Wochen mit dem TC in der Modellklasse vorstellen, glauben Sie, dass die Schülerinnen und Schüler den Unterricht mit dem Taschencomputer
>
> *sehr positiv empfunden haben;*
> *positiv empfunden haben;*
> *neutral empfunden haben;*
> *negativ empfunden haben;*
> *sehr negativ empfunden haben*

Im Durchschnitt ergaben sich folgende Werte:

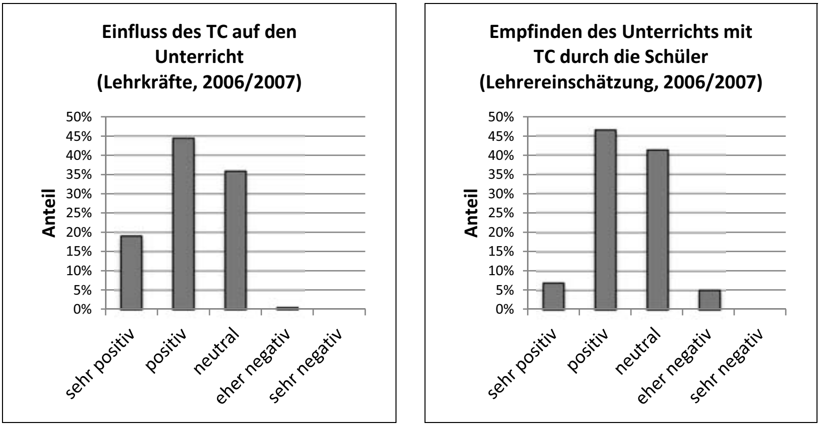


Abbildung 6-49: Einfluss des TC auf den Unterricht und Lehrereinschätzung über das Empfinden des Unterrichts mit TC auf Seiten der Schüler (Gesamtergebnis der monatlichen Befragungen der Lehrkräfte 2006/2007)

Die Lehrer sehen den Einfluss des TC auf den Unterricht positiv, das Empfinden auf Schülerseite schätzen sie ähnlich ein, wobei eine leichte Verschiebung in Richtung der neutralen und negativen Haltung eintritt. Die Einschätzung „sehr negativ“ wurde niemals angegeben, „eher negativ“ insgesamt zu 1% bzw. 5%.

Durch die monatliche Befragung ergibt sich die Möglichkeit, einen Blick auf die Entwicklung dieser Werte zu werfen. Um hierbei einen besseren Überblick zu erhalten, werden die positiven und negativen Einschätzungen jeweils zu einer Kategorie zusammengefasst.

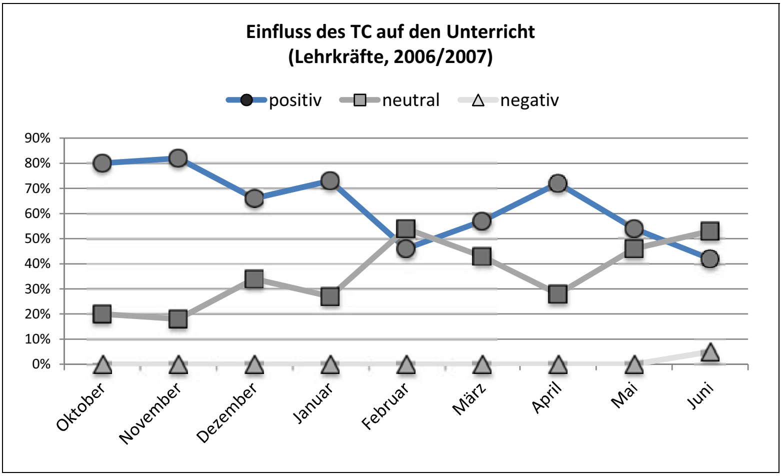


Abbildung 6-50: Einfluss des TC auf den Unterricht (Monatliche Befragung der Lehrkräfte 2006/2007)

Anfänglich scheint der positive Einfluss des TC auf den Unterricht stark gesehen zu werden, im Laufe der Monate verschiebt sich diese Einstellung in Richtung der neutralen Haltung. Negativ wird der Einfluss außer im letzten Monat nie gesehen. Die Angaben der Lehrkräfte lassen darauf schließen, dass nach einer Anfangseuphorie die positive Einschätzung der Auswirkungen des TC auf den Unterricht abschwächt. Dieser Entwicklung muss gezielt durch Entwicklung von Material und Fortbildung entgegengewirkt werden.

Im Schuljahr 2007/2008 gab es ein gezieltes, aus Beobachtungen des Modellversuchs resultierendes Materialangebot[194] für die Lehrkräfte der Jahrgangsstufe 11. Es wäre interessant gewesen, beobachten zu können, wie sich dann diese Entwicklung dargestellt hätte. Leider war aufgrund beschränkter Ressourcen einerseits und der Befürchtung eines zu großen Widerstands auf Seiten der Lehrkräfte andererseits eine erneute monatliche Befragung dieser Art nicht mehr möglich.

194 Dieses umfasste Angebote zu verschiedenen Lösungsstrategien mit TC, zu Dokumentationen von Lösungen, das „MinuteMadeMath“-Material sowie die Thematisierung in den Projekttreffen. Die Materialien wurden auf den Projekttreffen vorgestellt und dort in Arbeitsgruppen genutzt. Vgl. auch 6.2.3.2.3 und Anhang.

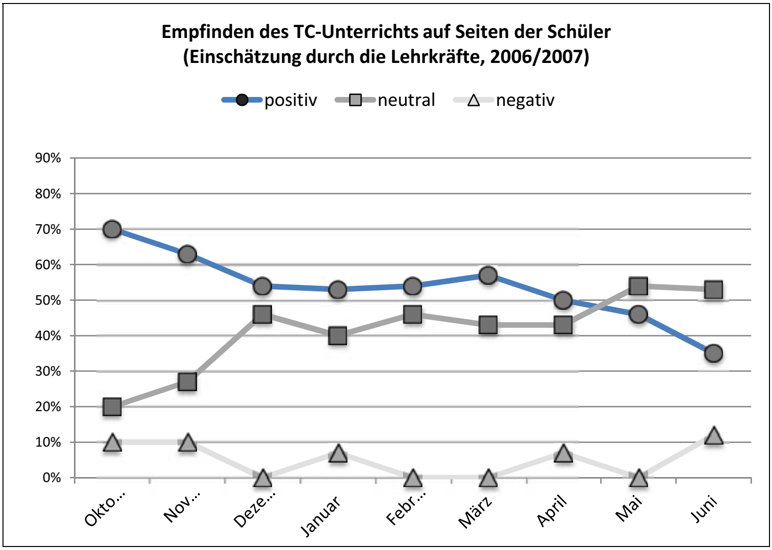


Abbildung 6-51: Lehrereinschätzung des Empfindens des Unterrichts mit TC durch die Schüler (Monatliche Befragung der Lehrkräfte 2006/2007)

Bei der Einschätzung der Empfindung des Unterrichts auf Seiten der Schüler durch die Lehrkräfte zeigt sich ein ähnliches Bild. Die positiven Werte sind nicht so hoch, dafür treten auch negative Einschätzungen auf. Unklar ist hier, inwieweit der Unterschied der beiden Fragen von den Lehrkräften richtig eingeschätzt wurde. Auf jeden Fall aber lässt sich eine abklingende Anfangseuphorie erkennen.

6.2.4.1.1.2 Einsatzhäufigkeit des TC

Die Frage hierzu lautete:

> *Wenn Sie an die Unterrichtsstunden der letzten Wochen denken, wie oft haben Sie den Taschencomputer eingesetzt? ("eingesetzt" soll heißen, dass er in der Stunde irgendwann einmal benutzt worden ist, unabhängig von der Zeitdauer)*

Insgesamt ergab sich folgendes Bild:

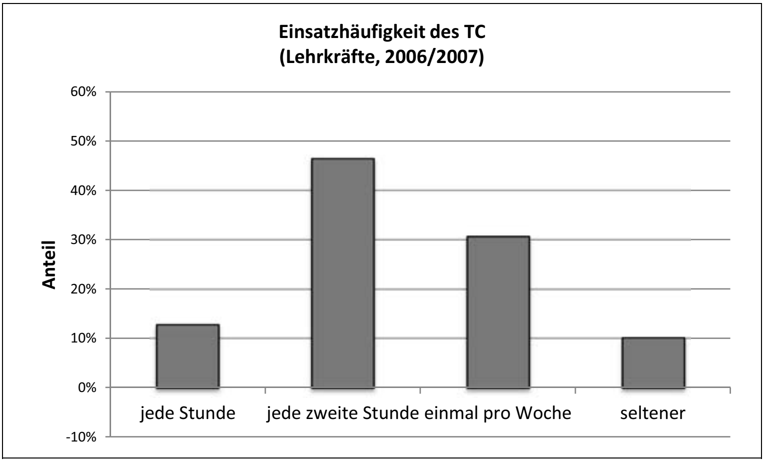


Abbildung 6-52: Einsatzhäufigkeit des TC (Gesamtergebnis der monatlichen Befragungen der Lehrkräfte 2006/2007)

Die Angabe „jede zweite Stunde“ ist am häufigsten. Dies haben auch die Schüler in der Befragung angegeben, allerdings gab es dort erheblich mehr Angaben zu „jede Stunde“. Ein Grund dafür ist vermutlich, dass an der Schülerbefragung leider nicht alle Schüler teilgenommen haben. Die Gründe hierfür wurden im vorangegangenen Kapitel dargelegt.

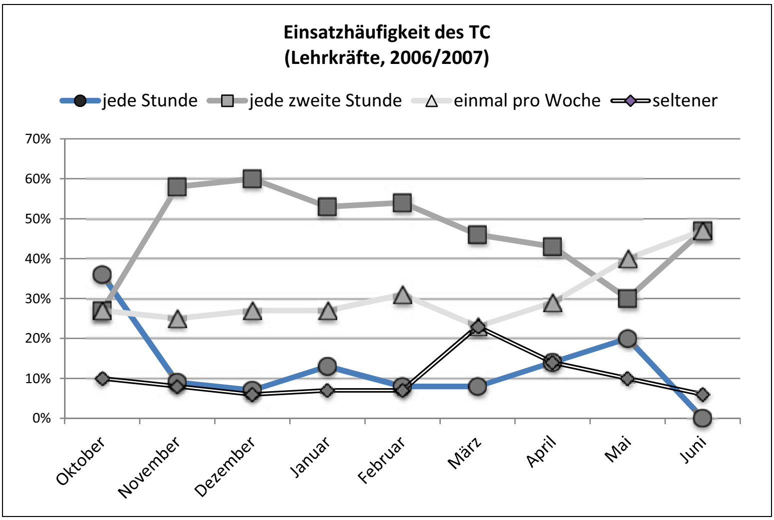


Abbildung 6-53: Einsatzhäufigkeit des TC (Monatliche Befragung der Lehrkräfte 2006/2007)

Zu Beginn wurde der TC jede bzw. jede zweite Stunde verwendet, dies kann mit der Einführung in das Gerät zusammenhängen. Am Ende trat der Einsatz in jeder Stunde nicht mehr auf. Dies kann dahingehend interpretiert werden, dass am Jahresende eher Grundfertigkeiten trainiert und wiederholt werden, in denen der TC nicht mehr so intensiv eingesetzt wird. Auch dürfte am Jahresende der TC nicht mehr als Lehrwerkzeug Verwendung finden, sondern eher als Lernwerkzeug im Sinne eines Kontrollinstruments.

Betrachtet man die Monate November bis April, so scheinen die Angaben „jede Stunde“ und „einmal pro Woche“ in ihrer Anzahl ziemlich konstant zu sein. Dies kann ein Hinweis drauf sein, dass es Lehrkräfte gibt, die den TC als Werkzeug mit konstant hohem Einsatz bzw. als Werkzeug mit eher geringerem Einsatz sehen. Letzteres kann auch daher rühren, dass es Lehrkräfte gab, die nur spezielle Stunden mit dem TC gestalteten, ihn also nicht in den regulären Unterricht integrierten. Das haben die Interviews belegt.

Die Angabe, der TC sei seltener als einmal pro Woche eingesetzt worden, gab es in jedem Monat. Auch hier liegt die Vermutung nahe, dass es sich meist um dieselbe Lehrkraft handelte.

6.2.4.1.1.3 Einsatzbereiche des TC

Folgende Fragen zielten auf Einsatzbereiche des TC im Unterricht ab:

> *Wenn Sie an den Einsatz des Taschencomputers in dieser Zeit denken, welche Funktionalitäten des Taschencomputers haben Sie eingesetzt? (Mehrfachnennungen sind möglich)*
>
> *Symbolische Termumformungen*
> *Tabellenkalkulation*
> *Algebraisches Lösen von Gleichungen ("solve")*
> *Folgeneditor*
> *Graphisches Lösen von Gleichungen*
> *Programmierung*
> *Funktionsplotter*
> *Geometrieprogramm*
> *Wertetabelle*

In welchen Bereichen haben Sie den Taschencomputer eingesetzt?
(Mehrfachnennungen möglich)

beim Einführen eines neuen Stoffes
beim Vertiefen
zur Visualisierung mathematischer Zusammenhänge
bei der Wiederholung
beim Üben / bei Übungsaufgaben
bei Anwendungsaufgaben

Während der Phasen, in denen der Taschencomputer eingesetzt worden ist ...
(Mehrfachnennungen möglich)

arbeiteten die Schüler selbsttätig
haben die Schüler mit dem Taschencomputer Ergebnisse präsentiert
arbeiteten die Schüler alleine
hat die Lehrkraft den Taschencomputer als Demonstrationsobjekt benutzt
arbeiteten die Schüler in Gruppen
haben die Schüler Hausaufgaben mit dem Taschencomputer kontrolliert
gab es Projektarbeit
haben die Schüler Hausaufgaben mit dem Taschencomputer vorgestellt
wurde der Rechner als Kontrollinstrument durch die Schüler benutzt

Insgesamt ergab sich folgendes Bild:

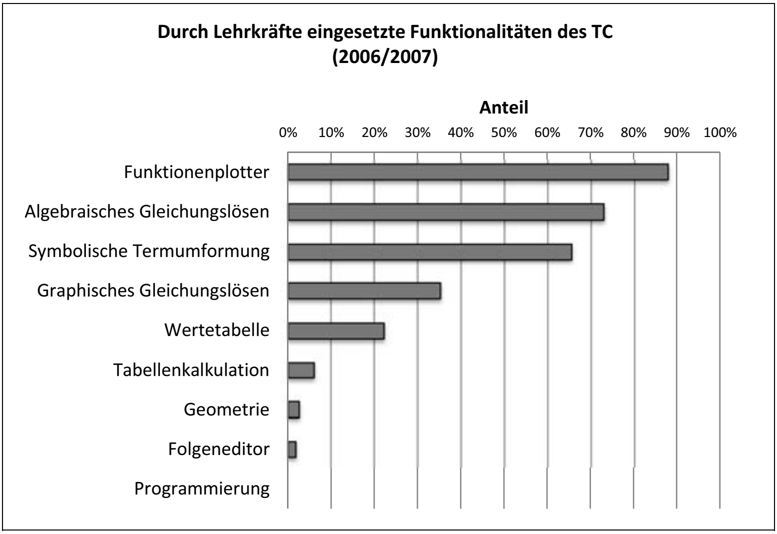


Abbildung 6-54: Von den Lehrkräften eingesetzte Funktionalitäten des TC (Gesamtergebnis der monatlichen Befragungen der Lehrkräfte 2006/2007)

88% setzten den TC als Funktionenplotter ein. Als weiterer graphischer Einsatzbereich tauchte das graphische Lösen von Gleichungen mit 35% auf. Graphische Einsatzmöglichkeiten nahmen bei den Lehrkräften also einen hohen Stellenwert ein.

Einen ebenso hohen Anteil hatten symbolische Fähigkeiten des TC als Gleichungslöser (73%) und als Werkzeug zur symbolischen Termumformung (65%).

Das Arbeiten mit numerischen Darstellungen, also mit Wertetabellen (22%) oder mit der Tabellenkalkulation (6%) nahm einen geringeren Anteil ein.

Sehr gering war der Einsatz des Geometrie-Tools am TC.

Der hohe Einsatz des TC als Funktionenplotter überrascht nicht, da dies eine Möglichkeit ist, die sich sofort erschließt und in den Unterricht integrieren lässt. Die symbolischen Fähigkeiten des TC wurden stark genutzt. Dies zeigt, dass der symbolische Bereich, der den TC von Graphikrechnern abgrenzt, hohe Verwendung auf Seiten der Lehrkräfte findet. Der geringe Anteil an der Nutzung von Tabellenkalkulation und Geometrie dürfte womöglich am konkret verwendeten Werkzeug (TI Voyage 200) liegen, da bei diesem Gerät beides nicht sehr gewinnbringend einsetzbar ist. Bei dem neueren Werkzeug (TI Nspire™ CAS), das in zwei Klassen zum Einsatz kam, hat sich dieser Anteil nach Aussagen der Lehrkräfte erhöht. Hier wäre allerdings eine genauere Untersuchung nötig. Überraschend ist das eher geringe Arbeiten mit Wertetabellen, die mit einem TC auf einfache Weise erzeugt werden können.

Die von den Lehrkräften eingesetzten Funktionalitäten des TC passen bzgl. ihrer Häufigkeit zu den Angaben der Schüler (vgl. 6.2.3.2.8). es scheint aber so zu sein, dass die Lehrkräfte an erster Stelle die graphischen Fähigkeiten nennen, die Schüler die symbolischen Fähigkeiten. Das deckt sich mit den Ergebnissen aus den TC-Tests des Jahres 2006/2007.

Nun sollen die einzelnen Bereiche noch in ihrer monatlichen Entwicklung betrachtet werden. Damit die zugehörigen Graphiken übersichtlicher werden, werden graphische, symbolische, numerische und weitere Einsatzbereiche getrennt betrachtet.

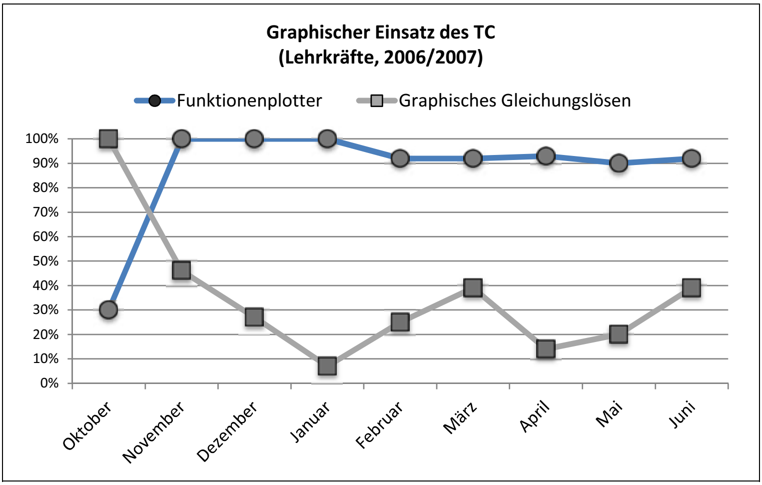


Abbildung 6-55: Graphischer Einsatz des TC (Monatliche Befragung der Lehrkräfte 2006/2007)

Der Funktionenplotter wird konstant hoch eingesetzt, vom Monat Oktober abgesehen nimmt diese Funktionalität einen Anteil größer als 90% ein. Das graphische Lösen von Gleichungen nimmt nach anfänglich hohem Einsatz stark ab.

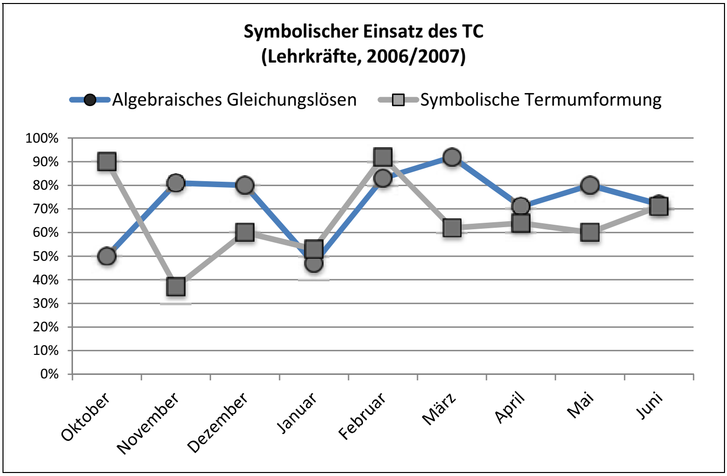


Abbildung 6-56: Symbolischer Einsatz des TC (Monatliche Befragung der Lehrkräfte 2006/2007)

Beide Angaben zeigen einen ähnlichen Verlauf. Die Graphik erweckt den Eindruck, dass sich die Angaben um einen gewissen Wert einpendeln. Dies könnte ein Hinweis darauf sein, dass sich der TC als symbolisches Rechenwerkzeug zu einem etablierten Bestandteil des Unterrichts entwickelt.

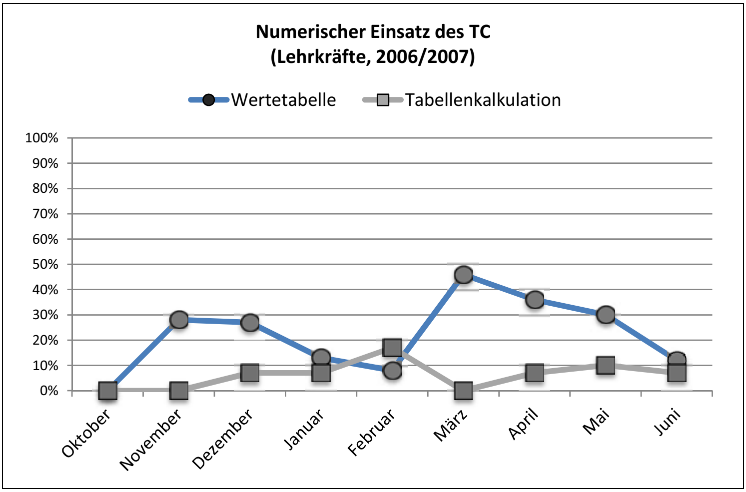


Abbildung 6-57: Numerischer Einsatz des TC (Monatliche Befragung der Lehrkräfte 2006/2007)

Man erkennt, dass der Einsatz der Wertetabelle phasenweise durchaus hoch ist. In etwa gleichem Maße entwickeln sich die Angaben zur Tabellenkalkulation. Insgesamt sind die Anteile aber wesentlich niedriger als beim graphischen oder symbolischen Einsatz.

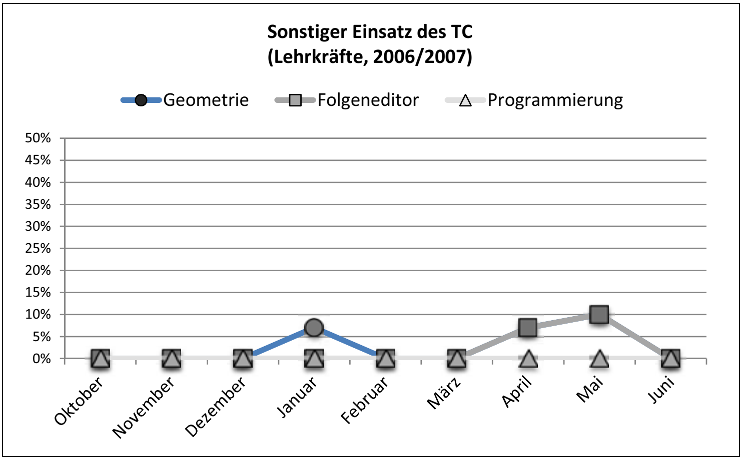


Abbildung 6-58: Sonstiger Einsatz des TC (Monatliche Befragung der Lehrkräfte 2006/2007)

Die Hochwertachse ist bis 50% skaliert.

Der TC wird nie zur Programmierung eingesetzt. Der Einsatz des Geometrie-Tools und der Einsatz des Folgen-Editors erfolgen punktuell. Es liegt die Vermutung nahe, dass dies auf den Unterricht einzelner Lehrkräfte zurückzuführen ist.

Folgende Graphik zeigt die Bereiche, in denen der TC im Unterricht zum Einsatz kam:

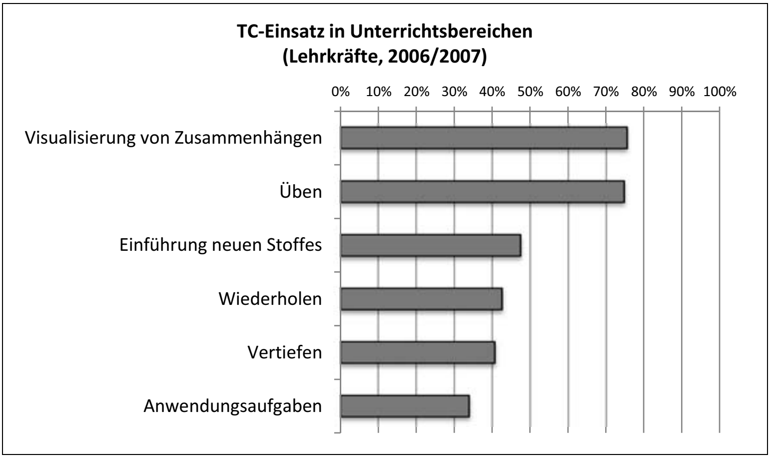


Abbildung 6-59: Unterrichtsbereiche, in denen der TC zum Einsatz gekommen ist (Gesamtergebnis der monatlichen Befragungen der Lehrkräfte 2006/2007)

Hauptsächlich nutzen die Lehrkräfte den TC zum Visualisieren und zum Üben (je 75%), die restlichen Bereiche treten zu etwa rund 40% auf.

Auch hier erfolgt ein Blick auf die monatliche Entwicklung, wobei zur besseren Darstellung nicht eine einzige Graphik erzeugt wird, sondern Bereiche ähnlicher Tendenz gemeinsam dargestellt werden.

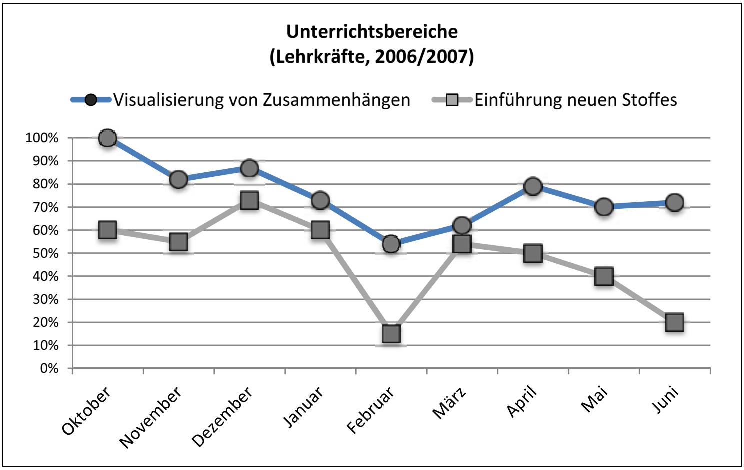


Abbildung 6-60: Unterrichtsbereiche (hier: Visualisieren, Einführung), in denen der TC zum Einsatz gekommen ist (Monatliche Befragung der Lehrkräfte 2006/2007)

Es liegt die Vermutung nahe, dass Visualisieren und Einführen eines neuen Stoffes zusammenhängen. Dies deutet auf einen Einsatz des TC als Lehrwerkzeug hin.

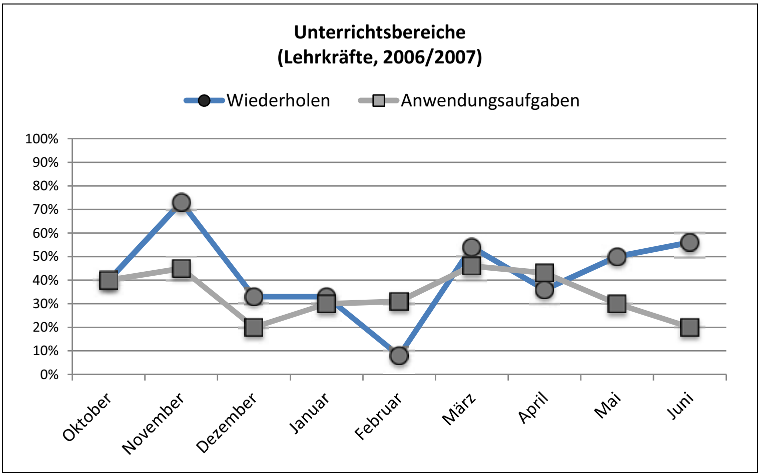


Abbildung 6-61: Unterrichtsbereiche (hier: Wiederholen, Anwendungsaufgaben), in denen der TC zum Einsatz gekommen ist (Monatliche Befragung der Lehrkräfte 2006/2007)

Zu Beginn und zum Ende des Schuljahres ist der Einsatz des TC zum Wiederholen relativ hoch. Der Einsatz in Anwendungsaufgaben pendelt um etwa 40%, nimmt am Jahresende allerdings ab. Hier ist die Bedeutung des Wiederholens für die Lehrkräfte offenbar höher als die Bedeutung des Lösens von Anwendungsaufgaben.

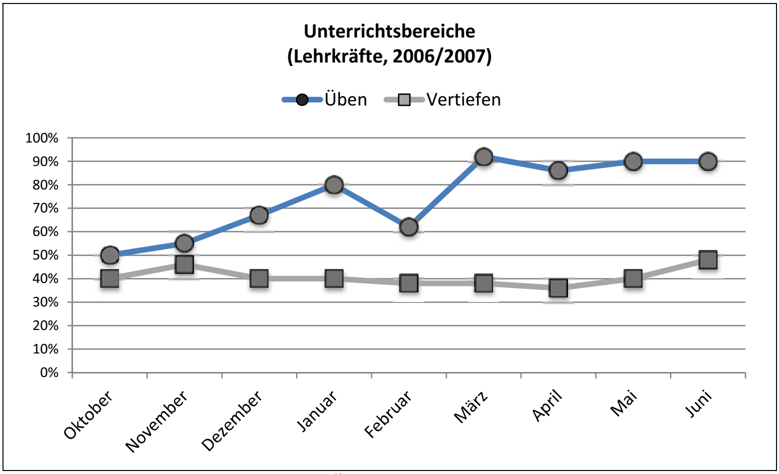


Abbildung 6-62: Unterrichtsbereiche (hier: Übern, Vertiefen), in denen der TC zum Einsatz gekommen ist (Monatliche Befragung der Lehrkräfte 2006/2007)

Der Einsatz des TC zum Vertiefen des erlernten Stoffes ist konstant um die 40%. Dies ist ein deutlicher Hinweis darauf, dass alle Lehrkräfte gerade hier einen gewinnbringenden Einsatz des TC in ihrem individuellen Unterricht sehen.
Der Einsatz des TC zum Üben steigt das Schuljahr hindurch an von 50% auf 90%. Dies bestätigt die Bedeutung des TC in diesem Bereich sowie den Einsatz des TC als Lernwerkzeug.
Abschließend werden die Antworten der Lehrkräfte zu den Unterrichtsphasen betrachtet.

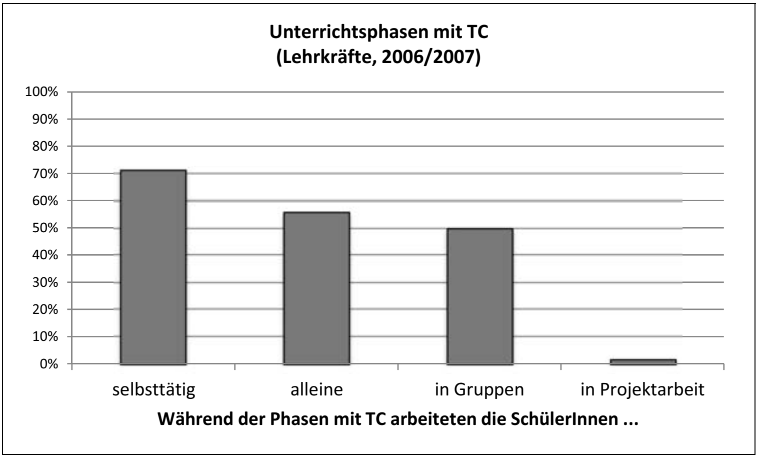


Abbildung 6-63: Unterrichtsphasen (Sozialformen) mit TC (Gesamtergebnis der monatlichen Befragungen der Lehrkräfte 2006/2007)

71% der Schüler arbeiteten in Unterrichtsphasen mit dem TC selbsttätig[195]. Der TC wird also als Werkzeug zum Entdecken und Erforschen von Mathematik genutzt. 56% der Schüler arbeiten in Unterrichtsphasen mit dem TC alleine, 50% in Gruppen. Projektarbeit nimmt einen sehr kleinen Anteil ein. Die monatliche Entwicklung zeigt bei diesen Bereichen kein Muster, das sich interpretierten ließe. Die Angaben schwanken hier sehr stark.

Nun werden die weiteren Ergebnisse zu den Fragen nach den Unterrichtsphasen aufgeführt:

[195] Unter „selbsttätig“ ist zu verstehen, dass die Schüler beim Arbeiten den TC nach eigenem Ermessen benutzen. (Dies geschieht oftmals beim Bearbeiten neuer oder variierter Problemstellungen.) Unter „alleine“ ist dagegen zu verstehen, dass Schüler einen gezielten Auftrag durchführen. (Dies kann oftmals genutzt werden, um bestimmte Tätigkeiten einzuüben.)

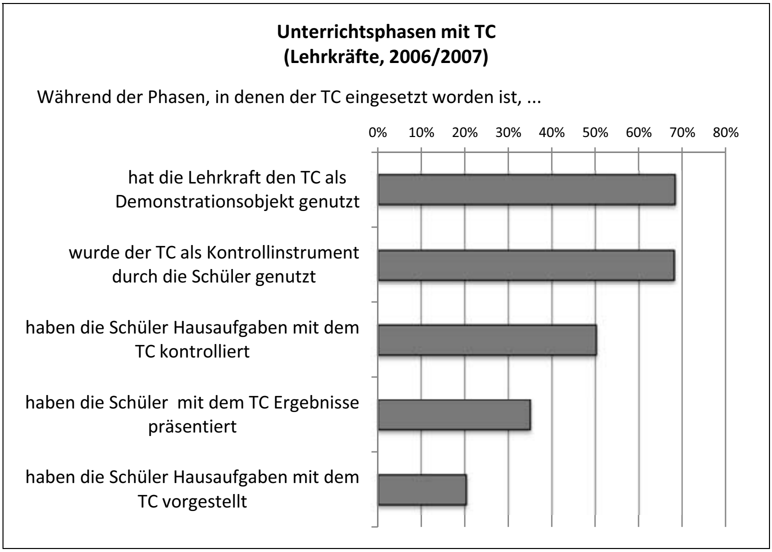


Abbildung 6-64: Unterrichtsphasen mit TC (Gesamtergebnis der monatlichen Befragungen der Lehrkräfte 2006/2007)

Die Nutzung des TC als Demonstrationsobjekt nimmt einen hohen Anteil ein. Ebenso hoch ist der Einsatz des TC als Kontrollinstrument in Schülerhand (je 68%). Beide Angaben zielen auf den Einsatz des TC als Lehr- und Lernwerkzeug ab. Die Kontrolle von Hausaufgaben erfolgt mithilfe des TC bei etwa 50%, Präsentationen mit dem TC sind bei etwa einem Drittel der Lehrkräfte verbreitet.

Ein Blick auf die monatlichen Entwicklungen:

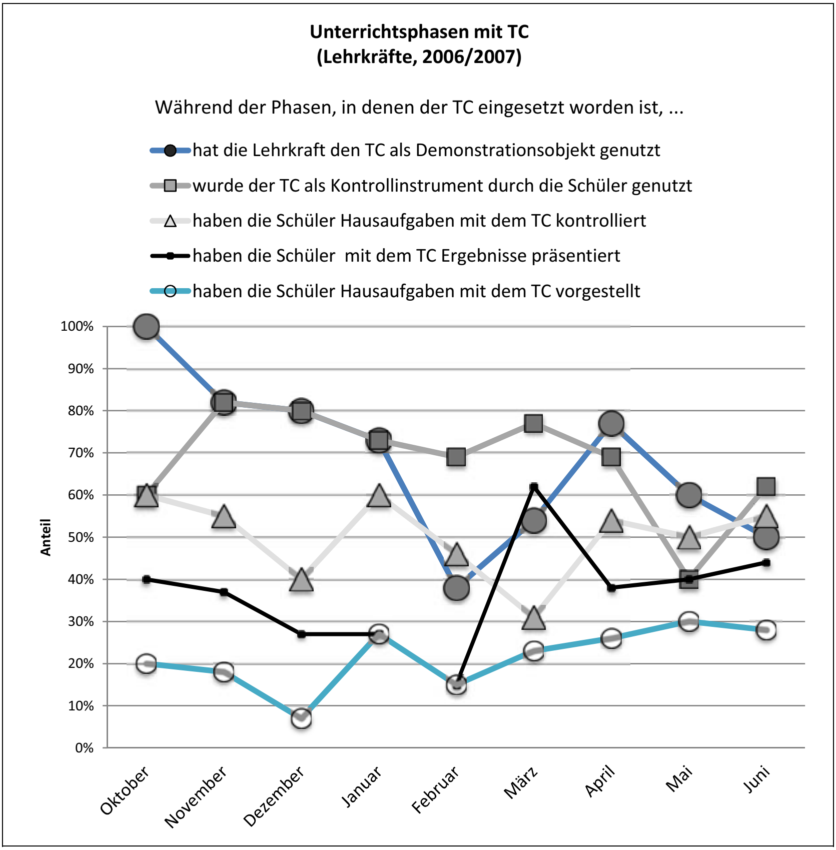


Abbildung 6-65: Unterrichtsphasen mit TC (Monatliche Befragung der Lehrkräfte 2006/2007)

Rückläufig entwickelte sich der Einsatz des TC als Demonstrationsobjekt in Lehrerhand, und zwar von 100% im Oktober zu 50% im Juni. Möglich ist es, dass zu Beginn des TC-Einsatzes sein Einsatz als Demonstrationsobjekt für die Lehrkraft kontrollierbarer ist, und er deshalb so häufig auf diese Weise im Unterricht verwendet wird. Auch dürfte ein solcher Einsatz sicherlich zu einer Einführung in das Arbeiten mit TC passend sein. Interessant ist dennoch der Rückgang auf die Hälfte. Dies kann als Indiz dafür gewertet werden, dass mit zunehmender Zeit der TC stärker als Werkzeug in Schülerhand gesehen wird.

Der Einsatz des TC als Kontrollinstrument und zur Kontrolle von Hausaufgaben beträgt je etwa 60%, wobei hier Schwankungen um diesen Wert auftreten.
Die Präsentation von Ergebnissen oder Hausaufgaben mit dem TC lässt eine steigende Tendenz erkennen. Dies sind sicherlich Tätigkeiten mit dem TC, an die sich sowohl Lehrkräfte als auch Schüler erst gewöhnen müssen. Hier könnte eine zusätzliche Unterstützung in Form einer gezielten Fortbildung ansetzen. Interessant an beiden Entwicklungen ist der einsetzende Anstieg im März. Im März 2007 fand ein zweitägiges Treffen der Projektlehrkräfte statt, auf dem der Bereich „Prüfungen mit TC" thematisiert wurde. In diesem Zusammenhang kam auch dem Präsentieren von Ergebnissen eine wichtige Rolle zu, etwa im Hinblick auf mündliche Prüfungsformen.

6.2.4.1.1.4 Schwierigkeiten auf Seiten der Schüler

Die Lehrkräfte wurden monatlich gebeten, Schwierigkeiten ihrer Schüler einzuschätzen und in ein vorgegebenes Muster an Kategorien einzuordnen. Die Frage lautete:

> *Welche Schwierigkeiten traten Ihrer Einschätzung auf Seiten der Schüler auf?*
>
> *fehlendes mathematisches Basiswissen*
> *Schwierigkeiten bei der Dokumentation der Lösungen*
> *fehlendes Wissen über die Bedienung des Taschencomputers*
> *Schwierigkeiten beim Anwenden der neuen Lehrinhalte*
> *Schwierigkeiten bei der Interpretation von Ausgaben des Taschencomputers*

Insgesamt gaben die Lehrkräfte folgende Antworten:

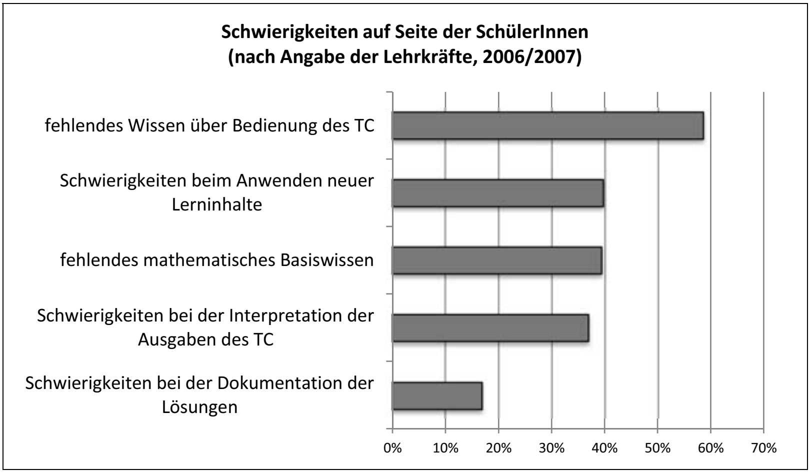


Abbildung 6-66: Schwierigkeiten beim TC-Einsatz auf Seiten der Schüler (nach Einschätzung der Lehrkräfte; Gesamtergebnis der monatlichen Befragungen der Lehrkräfte 2006/2007))

Die meisten Schwierigkeiten (58%) sehen die Lehrkräfte beim fehlenden Wissen über die Bedienung des TC.
Schwierigkeiten bei der Dokumentation der Lösungen sehen nur 17%. Dies deckt sich nicht mit den Angaben, die die Schüler in den TC-Tests machten. Bei diesem Punkt kommt es also zu einer unterschiedlichen Wahrnehmung bei Lehrkräften und Schülern. Dieser muss entgegengewirkt werden.
Fehlendes mathematisches Basiswissen und Schwierigkeiten bei der Anwendung aktueller Lerninhalte bilden weitere große Bereiche (39% bzw. 40%).
In etwa ebenso groß sind mit 37% Schwierigkeiten bei der Interpretation der Ausgaben des TC. Hier wäre ein interessanter Punkt, um welche Schwierigkeiten es sich dabei handelt und inwieweit hier mathematische Verständnisprobleme im Hintergrund stehen.
Auch diese Fragen werden in ihrer monatlichen Entwicklung betrachtet:

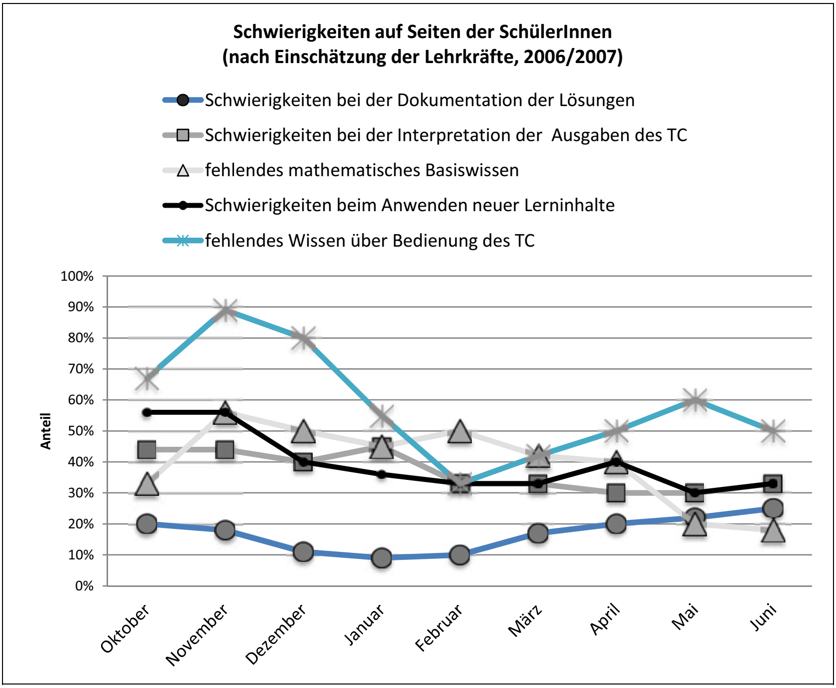


Abbildung 6-67: Schwierigkeiten beim TC-Einsatz auf Seiten der Schüler (nach Einschätzung der Lehrkräfte; monatliche Befragung der Lehrkräfte 2006/2007)

Die Lehrkräfte registrieren in rückläufiger Anzahl (von 56% auf 33%) Schwierigkeiten beim Anwenden neuer Lerninhalte. Da es das ganze Schuljahr über neue Lerninhalte gibt, scheint dies erklärbar dadurch, dass der TC im Laufe des Schuljahres immer mehr zum normalen Hilfsmittel im Unterricht wird. Ebenso rückläufig (von 33% auf 18%) wird fehlendes mathematisches Basiswissen angegeben. Auch dies erscheint in Zusammenhang mit stärkerer Gewöhnung an das Werkzeug TC plausibel. Schwierigkeiten bei der Interpretation von Ausgaben des TC reduzieren sich leicht von 44% auf 33%.

Interessant sind die Entwicklungen der Schwierigkeiten bei der Dokumentation von Lösungen und beim fehlenden Wissen über die Bedienung des TC. Am Anfang werden die Bedienung betreffend hohe Zahlen angegeben (89% im November), diese gehen zurück bis zum Februar (33%) und steigen dann wieder an. Auf niedriger Zahl (20%) beginnend fallen auch die Zahlen der Schwierigkeiten bei der Lösungsdokumentation, ebenso bis Februar (10%) und steigen dann wieder an. Es liegt hier die Vermutung nahe, dass der Anstieg mit der Thematisierung im Projekttreffen vom März ein Grund sein könnte. Vermutlich waren die Lehrkräfte ab diesem Zeitpunkt für die Problematik sensibilisiert.

6.2.4.1.2 Besondere Fragen

Manche monatliche Umfragen enthielten besondere Fragen, welche überwiegend aus aktuellem Anlass aufgrund der Betreuung der Projektlehrkräfte, Projektschüler und -schulen entstanden sind. Einige dieser Fragen sollen an dieser Stelle vorgestellt werden, andere Fragen werden übergangen, da sie überwiegend organisatorischer Natur waren und keinen Beitrag zur vorliegenden Arbeit leisten.

Die Vermutung, dass die Dokumentation von Lösungen ein heikler Punkt sein kann, führte dazu, die Lehrkräfte im November zu fragen, ob sie dies mit ihren Schülern thematisiert hatten. 75% bejahten dies. Allerdings beantworteten nur 12 von 23 Lehrkräften diese Frage. Auf die Frage, ob sie der Meinung seien, dass Lösungen, die ihre Schüler unter Verwendung des TC in bereits abgehaltenen Prüfungen erstellt haben, schlecht nachzuvollziehen seien, antworteten 100% mit Nein. Dies waren allerdings nur 9 Lehrkräfte – diejenigen, welche bereits Prüfungen mit TC gehalten hatten. Für diese Lehrkräfte stellte sich offenbar kein Problem mit dem TC in Prüfungen.

Im Dezember wurden die Lehrkräfte nach Vorteilen und Nachteilen des TC aus ihrer Sicht befragt. 16 Lehrkräfte nahmen an dieser Befragung teil. Nach gut zwei Monaten Unterricht mit dem TC nannten die Lehrkräfte als Vorteile, dass der TC jederzeit leicht zur Verfügung steht (32%), Ergebnisse können leicht präsentiert werden (15%), die Einsatzdauer des TC ist variabel und kann in jeder Sozialform erfolgen (25%). Sie führten in Freitextantworten den positiven Einfluss auf die Motivation der Schüler an und die Tatsache, dass sich Hausaufgaben kontrollieren lassen. Als Nachteile werden angegeben, dass ein TC teuer in der Anschaffung ist (49%), dass die Bedienung kompliziert ist (22%) und dass viele Aufgaben mit dem TC nicht mehr möglich sind (11%). Leider haben die Lehrkräfte, die letzteres ausgesagt haben, im Freitext nicht näher erläutert, welche Aufgaben sie damit meinten. Im Freitext wurde weiterhin angeführt, dass das Display des TC klein sei, dass es nicht farbig sei und dass Funktionsgraphen in einigen Aspekten wie etwa der Beschriftung der Graphen Software wie Mathematica unterlegen sei.

Die Frage danach, ob zur Zeit ein Laptop eine realistische Alternative zum TC sei, beantworteten 80% mit nein. Im Januar wurde die Frage gestellt, ob man händische Fertigkeiten in Prüfungen durch einen technologiefreien Teil prüfen muss oder ob sich dies durch gezielte Formulierung von Aufgabenstellungen steuern lässt. Es nahmen 16 Lehrkräfte teil. 69% der Lehrkräfte waren der Ansicht, dass kein technologiefreier Teil notwendig ist. Zu den bis zum Januar gehaltenen schriftlichen Prüfungen (Klassenarbeiten) gaben 6 Lehrkräfte an, den TC gänzlich zugelassen zu haben, bei 4 Lehrkräften war die Nutzung des TC in je einem Teil untersagt, 3 Lehrkräfte nutzten aus organisatorischen Gründen den TC nicht in den Klassenarbeiten und 3 nutzten ihn bewusst nicht. Letztere gaben verschiedene Gründe dafür an. Eine Lehrkraft gab an, die Schüler würden durch die Verwendung des TC in Prüfungen demotiviert. Eine andere führte an, sie hätte den TC nicht in Prüfungen genutzt, weil die Schüler ihn auch im späteren Abitur nicht nutzen dürften. Die dritte Lehrkraft begründete den Nichteinsatz des TC in Prüfungen mit den schlechten Leistungen der Schüler.

Im März wurden die Lehrkräfte danach befragt, welche Materialien und welche Maßnahmen sie rückblickend auf das erste Halbjahr Unterricht mit TC für den Start benötigt hätten. An der Befragung nahmen 16 Lehrkräfte teil. Da diese Ergebnisse besonders relevant für die weitere Entwicklung von Materialien und die Gestaltung der Begleitung waren, werden sie in folgenden Graphiken veranschaulicht:

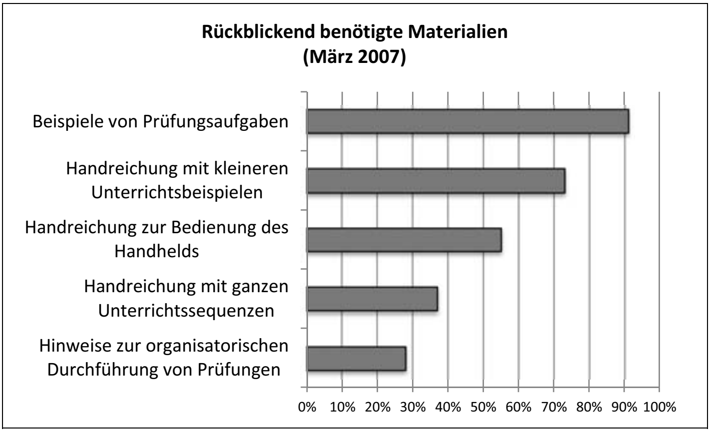


Abbildung 6-68: Rückblickend von den Lehrkräften benötigte Materialien zum Unterrichten mit TC (Befragung der Lehrkräfte vom März 2007)

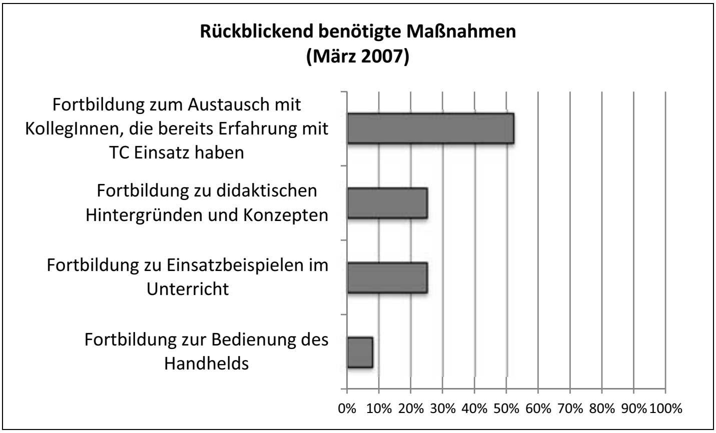


Abbildung 6-69: Rückblickend von den Lehrkräften benötigte Maßnahmen zum Unterrichten mit TC (Befragung der Lehrkräfte vom März 2007)

Offenbar wollen die meisten Lehrkräfte lieber Materialien als Fortbildung. Das kann auch darin begründet sein, dass Fortbildungen als Zeitproblem empfunden werden können.

Bei den Maßnahmen steht an erster Stelle der Austausch mit Kolleginnen und Kollegen, die bereits mit dem TC unterrichten.

Bei den Materialien stehen mit 91% Beispiele von Prüfungsaufgaben an der Spitze, dann folgen kleinere Unterrichtsbeispiele (73%) und Beispiele zur Be-

dienung des TC (55%). Beispiele ganzer Unterrichtssequenzen stehen nicht so sehr im Vordergrund des Interesses.
Aus diesen Fragen lässt sich ableiten, dass kleinere Unterrichtsbeispiele, welche evtl. auch Hilfe und Einführung in die Bedienung des TC geben, gutes Material für den beginnenden Unterricht mit TC bilden. Unter Berücksichtigung von Resultaten aus den Gesprächen und Rückmeldungen der Lehrkräfte bei den Projekttreffen entwickelte der Autor neuartiges Unterrichtsmaterial, welches mit „MinuteMadeMath“ bezeichnet wird und an dieser Stelle kurz vorgestellt werden soll.

6.2.4.1.3 MinuteMadeMath (MMM)

Das Materialformat „MinuteMadeMath“ behandelt jeweils kleine thematische Beispiele, welche sich in den jeweiligen Unterricht der Lehrkraft individuell integrieren lassen. Jede Einheit wird thematisch überschrieben, z. B. mit „Umgekehrte Zuordnung – Umkehrfunktion“. Die Lehrkraft kann sich somit bei ihrer Suche nach Materialien an diesen thematischen Einordnungen orientieren. Hinter diesen Einordnungen steckt die Erkenntnis, dass Lehrkräfte nach Themenbereichen suchen und nicht etwa nach Gliederungsnummern des jeweiligen Lehrplans oder nach Unterrichtsequenzen zu bestimmten Themenbereichen. Die Themen der MMM-Einheiten sind dabei bewusst so gewählt, dass sie aus dem regulären Unterrichtsalltag stammen, also „Standard-Themen“ abdecken (im Gegensatz zu Themenbereichen, welche – bezogen auf den laufenden Jahresstoff – seitens der Schüler ein umfangreiches Vorwissen als auch – seitens der Schüler und Lehrkräfte –ein umfangreiches Wissen um die Bedienung und die Möglichkeiten eines TC voraussetzen).
Eine MMM-Einheit liegt als PDF-Dokument vor, welches ausgedruckt maximal eine DIN A4 Seite umfasst. In das PDF Dokument sind Bildschirmvideos eingebettet, ebenso enthält das Dokument eine Datei, die sich am TC öffnen lässt. Insgesamt sind alle diese Elemente in einer einzigen PDF Datei enthalten. Dies erleichtert die Verbreitung, die Archivierung und den täglichen Umgang mit

den MMM-Einheiten. Um ein solches PDF-Dokument verwenden zu können, benötigt der Nutzer einen (kostenfrei erhältlichen) PDF-Reader, ansonsten liegen keine weiteren technischen Voraussetzungen vor.

Auf maximal einer DIN A4-Seite wird dargestellt, wie sich der TC in dem jeweiligen Themenbereich einsetzen lässt, es werden didaktische Hinweise gegeben und ebenso Hinweise zur konkreten Bedienung des TC. Es werden aber keine schrittweisen Anleitungen mit Angabe der Tasten- oder Menüreihenfolge oder eine Abfolge von Screenshots angegeben, wie dies oftmals bei Materialien zum TC-Einsatz der Fall ist. Im Mittelpunkt steht das Unterrichtsbeispiel und nicht die Bedienung. Die knappe Darstellung erlaubt der Lehrkraft eine schnelle Übersicht und damit eine zeitlich effektivere Suche und Vorbereitung. Folgende Abbildung zeigt ein Beispiel:


Minute Made Math

Umgekehrte Zuordnung - Umkehrfunktion

Autor: Ewald Bichler

☒ Sek. I ☒ Sek. II ☒ TI-Nspire™ CAS ☒ TI-Nspire™

Übersicht:

Auf einen Blick **Bildschirmvideo**

Anhand der Koordinaten konkreter Wertepaare lässt sich der Begriff der umgekehrten Zuordnung und der Umkehrfunktion untersuchen und veranschaulichen

Einsatzmöglichkeiten/Didaktischer Kommentar:

Eine wichtige Vorstellung beim Begriff der Umkehrbarkeit einer Funktion $x \mapsto y$ ist die umgekehrte Zuordnung $y \mapsto x$.

Die Diskussion dieser Zuordnung eröffnet erst das Verständnis für den Begriff der Umkehrfunktion. Anhand der Koordinaten konkreter Zahlenpaare können jeweils für verschiedene Zuordnungen/Funktionen leicht Zuordnung und umgekehrte Zuordnung gezeichnet werden. Dabei werden unmittelbar $x \mapsto y$ und $y \mapsto x$ benutzt.

Auf diese Weise lässt sich der Begriff der Relation, der umgekehrten Zuordnung und der Umkehrfunktion mit Leben füllen. Dies ist hervorragend zur Exploration durch die SchülerInnen geeignet, zum gemeinsamen Visualisieren und zum Anstoßen von mathematischen Diskussionen.

Technische Hinweise zum Erzeugen am TC:

- Funktionsterm definieren
- Tabellenkalkulation öffnen und eine Spalte mit x-Koordinaten und eine mit y-Koordinaten erzeugen
- Beide „Koordinaten-Listen" als Scatter-Plot darstellen
- Variation des Funktionsterms

So wird's gemacht **Bildschirmvideo**

Abbildung 6-70: Beispiel einer MinuteMadeMath-Einheit

Am Beispiel „Umgekehrte Zuordnung – Umkehrfunktion" wird kurz der Aufbau einer MMM-Einheit erläutert:

Der Bereich „Übersicht“ zeigt einen Screenshot, der den Einsatz des TC verdeutlicht, ein kurzer Kommentar erläutert dies zusätzlich. Lehrkräfte mit etwas mehr Erfahrung im TC-Einsatz können erkennen, auf welchen Einsatz des TC an dieser Stelle abgezielt wird. Unter Umständen reicht dies aber nicht aus. In diesem Fall öffnet ein Klick auf „Auf einen Blick – Bildschirmvideo“ ein Video, welches das Ziel des TC-Einsatzes veranschaulicht.

Im Bereich „Einsatzmöglichkeiten/Didaktischer Kommentar“ wird dargestellt, wie sich der TC beim Unterrichten und Behandeln der Thematik integrieren lässt.

Im Bereich „Technische Hinweise zum Erzeugen am TC“ werden einige Hinweise gegeben, wie sich das Beispiel am TC umsetzen lässt. Lehrkräften mit gewisser Erfahrung im Umgang mit dem TC reichen diese Hinweise unter Umständen aus. Reichen sie nicht, so öffnet ein Klick auf „So wird’s gemacht – Bildschirmvideo“ ein Video, welches – beginnend bei einem leeren TC-Dokument –, zeigt, wie man den TC bedienen muss, um dieses Beispiel umsetzen zu können. Der Ablauf des Videos lässt sich dabei individuell vom Nutzer steuern.

Insgesamt stellt dieses Materialformat Unterstützung unterschiedlicher Intensität bereit und ist dadurch für Lehrkräfte verschiedener TC-Vorerfahrungen und verschiedener TC-Kenntnisse geeignet.

Weitere Beispiele für MMM-Einheiten finden sich im Anhang.

Das Materialformat fand so großen Anklang, dass eine Gruppe von Lehrkräften eigens an der Entwicklung weiterer Einheiten arbeitet. Die MMM-Einheiten wurden und werden vom Hersteller Texas Instruments veröffentlicht. Sie sind erhältlich unter der Internet-Adresse www.ti-unterrichtsmaterialien.net oder unter www.minute-made-math.com. Mittlerweile werden MMM-Beispiele auf den Geräten vom Hersteller vorinstalliert.

6.2.4.1.4 Abschlussbefragung

Die monatliche Befragung im Juni wurde dazu genutzt, eine größere Abschlussbefragung durchzuführen. An der Befragung nahmen 16 Lehrkräfte teil.

6.2.4.1.4.1 Fragenteil

In der Abschlussbefragung wurden den Lehrkräften einige zusätzliche Fragen rückblickend zum Unterricht mit TC gestellt.

Zunächst wurde nach dem Einsatz in Prüfungen gefragt. Dabei ergab sich:

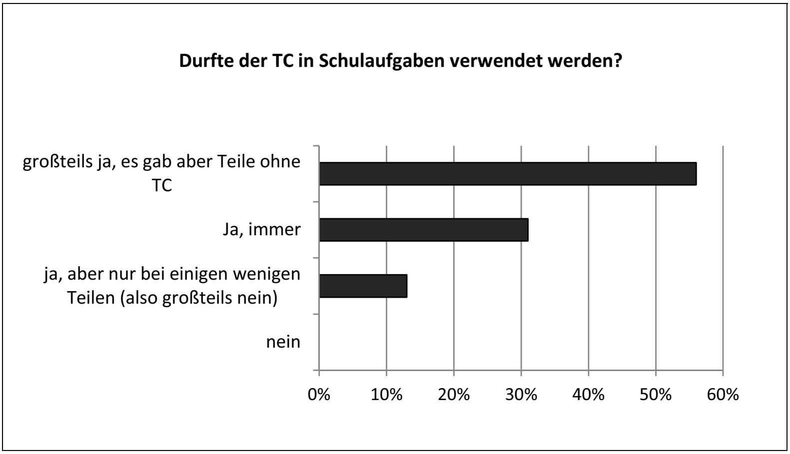


Abbildung 6-71: TC-Verwendung in Schulaufgaben (Abschlussbefragung Lehrkräfte, Schuljahr 2006/2007)

Betrachtet man die Angaben im Januar zur Frage nach dem TC-Einsatz in Prüfungen, so zeigt sich, dass diejenigen Lehrkräfte, welche zum Januar den TC noch nicht in Prüfungen eingesetzt hatten, dies bis zum Jahresende noch taten.

50% der Lehrkräfte gaben an, den TC auch in mündlichen Prüfungen verwendet zu haben. Dieser Anteil erscheint sehr niedrig, wenn der TC integrierter Bestandteil des Unterrichtens ist.

Vermutlich ist der Einsatz des TC in Prüfungen für die Lehrkräfte ein sensibles Thema. Die Ergebnisse der Wertungsfragebögen sowie die der Interviews weisen ebenfalls darauf hin. Diese Thematik muss intensiv besprochen werden und bedarf weitergehender Forschung.

Der TC wurde bei 75% der Lehrkräfte zur Kontrolle von Hausaufgaben insofern genutzt, dass im Unterricht nur noch Fragen der Schüler beantwortet wurden. Bei 19% der Lehrkräfte wurden nur bestimmte Aufgabenstellungen in Hausauf-

gaben mit TC bearbeitet. Bei 13% durfte der TC nur in Hausaufgaben verwendet werden, wenn dies ausdrücklich durch die Lehrkraft gestattet wurde.
63% der Lehrkräfte gaben an, dass der TC die Inhalte ihres Unterrichts nicht beeinflusst hat. Die übrigen 37% gaben an, dass es zu inhaltlichen Verschiebungen hinsichtlich der Anzahl sowie auch der Komplexität der Aufgabenstellungen gekommen ist. Es wurde auch angeführt, dass sich ergänzende Inhalte behandeln ließen, die vorher nicht möglich waren. Auch seien wegen der Verfügbarkeit des TC andere Wege im Unterricht gegangen worden (etwa bei der Erarbeitung neuer Inhalte).
75% der Lehrkräfte gaben an, dass sich durch den TC die Methodik ihres Unterrichts geändert hat. Dabei wurde als häufigste Erläuterung angeführt, dass man mehr Gruppenarbeit eingesetzt habe, mehr experimentelles Arbeiten und dass mehr handlungsorientierte Methodik und mehr selbstständiges Lernen und Lernen an Beispielen (eine Lehrkraft hat hierfür den treffenden Ausdruck „Abschauung“ formuliert) möglich war. Hier bestätigt sich die Auffassung und Beobachtung, dass der TC zum Katalysator für „moderne“ Unterrichtsmethoden werden kann.
Auf die Frage, ob sich die Lehrkräfte in besonderer, das bisherige Maß überschreitender Art und Weise auf den Unterricht vorbereitet hatten, antworteten 88% mit Ja. Sie führten hierbei zwei Argumente an. Zum einen sei mehr Aufwand nötig gewesen, um die Bedienung des TC zu erlernen. Zum anderen sei ein Mehraufwand nötig gewesen zur Aneignung und Erweiterung des eigenen Methodenrepertoirs.
94% der Lehrkräfte waren der Auffassung, dass manche Schüler Unterrichtsinhalte mit einem TC besser verstehen können. 56% der Lehrkräfte waren der Auffassung, dass es dabei zentral ist, dass der TC jederzeit zur Verfügung steht.
63% der Lehrkräfte nutzten niemals im Schuljahr mit den Schülern den Computerraum ihrer Schule, 31% taten dies hin und wieder und 6% nutzten ihn re-

gelmäßig. Von denjenigen Lehrkräften, die den Computerraum nicht nutzten, hat nur eine diesen vermisst.

75% der Lehrkräfte sind der Auffassung, dass Schüler mit einem TC die wesentlichen modernen Standardwerkzeuge (Funktionenplotter, Tabellenkalkulation, dynamische Geometrie, CAS) erlernen können.

69% der Lehrkräfte gestalteten die Einführung in das Arbeiten mit dem TC so, dass sie stets schrittweise erläuterten, was zusätzlich neu an Funktionalitäten benötigt wurde. 25% hielten zu Beginn spezielle Einführungsstunden. 6% boten ein Internetforum bzw. eine Betreuung durch Email an. Keine Lehrkraft führte spezielle Einführungsstunden außerhalb der regulären Unterrichtszeit durch.

Alle Lehrkräfte bis auf eine möchten weiterhin mit dem TC arbeiten. Diese Lehrkraft begründet dies mit dem erhöhten Aufwand.

6.2.4.1.4.2 Freie Antworten

Die Lehrkräfte wurden gebeten, die größten Vorteile und Nachteile des TC-Einsatzes in je maximal drei Aussagen zusammenzufassen.

Bei den Vorteilen ergibt sich ein einheitliches Bild. Es lassen sich nahezu alle Aussagen auf folgende drei Kernaussagen zusammenfassen:

Vorteile des TC-Einsatzes
• Veranschaulichungsmöglichkeiten (z.B. Funktionenplotter) • Verlagerung der Unterrichtsschwerpunkte weg von Rechenrezepten hin zu Verständnis und Anwendungen • (Individuelle) Kontrollmöglichkeit

Die Aussage einer Lehrkraft sei an dieser Stelle zitiert: *„Insgesamt muss festgehalten werden, dass Schüler, Lehrer und der Unterricht vom Einsatz des TC nur profitieren können. Also ist es schon deshalb wert, sich mit dem TC auseinanderzusetzen."*[196]

[196] Anmerkung einer Lehrkraft in der Abschlussbefragung vom Juni 2007.

Bei den Nachteilen ist kein einheitliches Bild zu beobachten. Die angeforderten drei Nachteile einer Lehrkraft weisen meist je in die gleiche Richtung. Zwischen den Lehrkräften unterscheiden sie sich aber. Die Bandbreite an Antworten ist sehr groß. Es gab Lehrkräfte, die angaben, es gebe keine Nachteile. Andere legten den Schwerpunkt auf technische Aspekte des TC wie etwa kleines Display, langsame Rechenleistung, u. s. w.. Wieder andere legten den Schwerpunkt auf die Bedienung des TC. Weitere führten die Gefahr an, die Schüler würden „handwerkliches Rechnen“ verlernen. Auch Preisargumente ließen sich finden. Es gab auch Lehrkräfte, die angaben, manche Schüler würden den TC ablehnen, was für sie Grund sei, ihn nicht einzusetzen.

Abschließend konnten die Lehrkräfte zusätzliche Bemerkungen anfügen. Hier wurde angeführt, dass es Kolleginnen und Kollegen gibt, die sich einem Einsatz oder einer Erprobung neuer Medien generell widersetzen und es dadurch enorm erschweren, dass ein solches Projekt an einer Schule Fuß fassen kann. Es wurde zudem explizit angemerkt, dass es sich hierbei sowohl um jüngere wie ältere Kolleginnen und Kollegen handeln kann.

6.2.4.2 Lehrerfragebogen 2007/2008

Im Schuljahr 2007/2008 wurde nur am Schuljahresende eine Befragung der Lehrkräfte durchgeführt. Diese Befragung fand online statt. An dieser Befragung nahmen nur 6 von 10 Lehrkräften teil. An der zugehörigen Schülerbefragung nahmen ebenfalls nur 6 Klassen teil. Es handelt sich dabei aber um jeweils dieselben Klassen und deren Lehrkräfte.

Dort, wo dies möglich ist, erfolgt auch ein Vergleich der Ergebnisse mit bereits gewonnen Daten.

6.2.4.2.1 Wertungsfragen zur Empfindung des Unterrichts

Die Lehrkräfte wurden danach befragt, wie sie selbst den Unterricht mit TC einschätzen und wie sie denken, dass ihre Schüler dies tun.

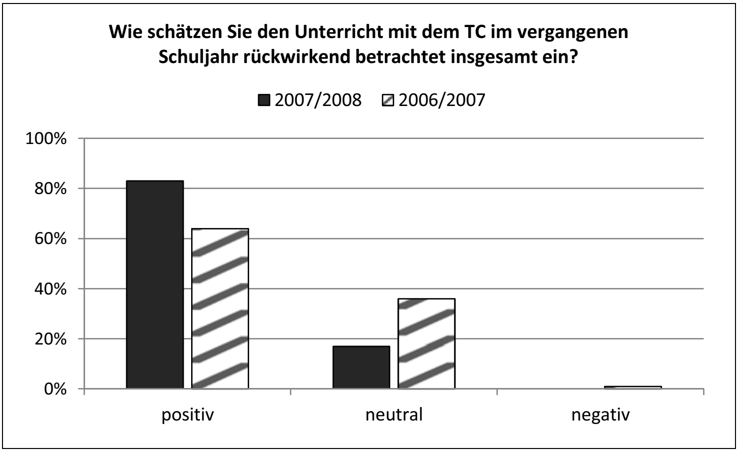


Abbildung 6-72: Einschätzung des Unterrichts mit TC durch die Lehrkräfte und Vergleich mit den Angaben aus dem Vorjahr (Lehrerbefragung 2007/2008)

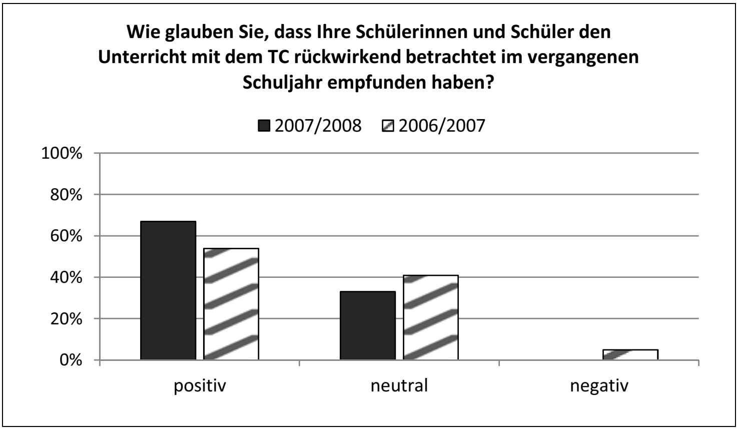


Abbildung 6-73: Einschätzung des Empfindens des Unterrichts mit TC auf Seiten der Schüler durch die Lehrkräfte und Vergleich mit den Angaben aus dem Vorjahr (Lehrerbefragung 2007/2008)

Die Lehrkräfte schätzen den Unterricht mit TC als positiv ein und denken, dass ihre Schüler dies auch tun. Der deutliche Trend aus dem Schuljahr 2006/2007 konnte hier bestätigt werden. Weiterhin ist erkennbar, dass sich die Einschätzung insgesamt vom neutralen mehr in den positiven Bereich verschoben hat. Diese Ergebnisse unterstreichen das positive Empfinden des Unterrichts mit TC.

6.2.4.2.2 Fragen zur Einsatzhäufigkeit

Die Lehrkräfte wurden gefragt, wie oft sie den TC durchschnittlich im Schuljahr eingesetzt haben. Es ergab sich folgendes Bild:

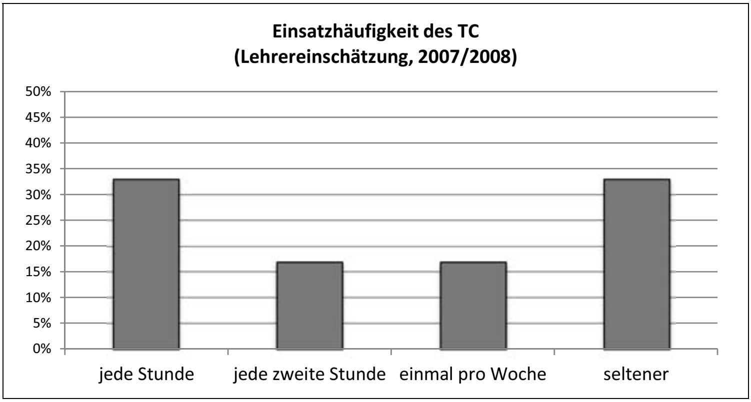


Abbildung 6-74: Einsatzhäufigkeit des TC nach Einschätzung der Lehrkräfte (Lehrerbefragung 2007/2008)

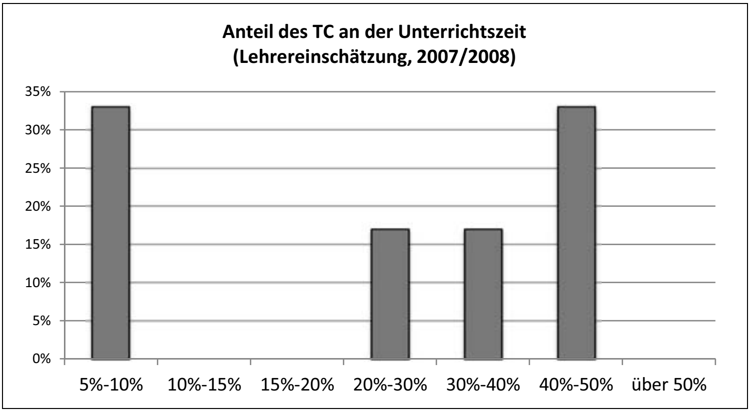


Abbildung 6-75: Anteil des TC an der Unterrichtszeit nach Einschätzung der Lehrkräfte (Lehrerbefragung 2007/2008)

Bei den Lehrkräften ist bezüglich der Einsatzhäufigkeit eine Bildung von zwei Polen erkennbar. Der TC wird überwiegend jede Stunde eingesetzt oder seltener als einmal pro Woche. Der Anteil an der Unterrichtszeit beträgt etwa ein Drittel oder etwa 50%.

Vergleicht man diese Werte mit den Angaben der Schüler zum selben Befragungszeitraum, so stellt man fest:

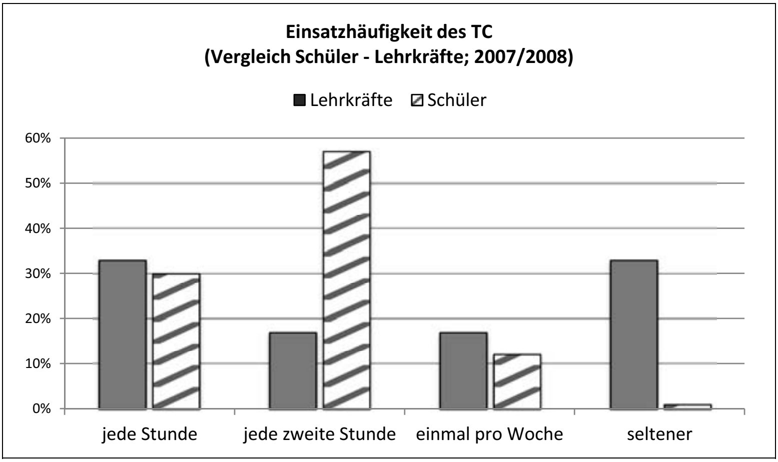


Abbildung 6-76: Vergleich der Angaben von Lehrkräften und Schüler zur Einsatzhäufigkeit des TC (Schuljahr 2007/2008)

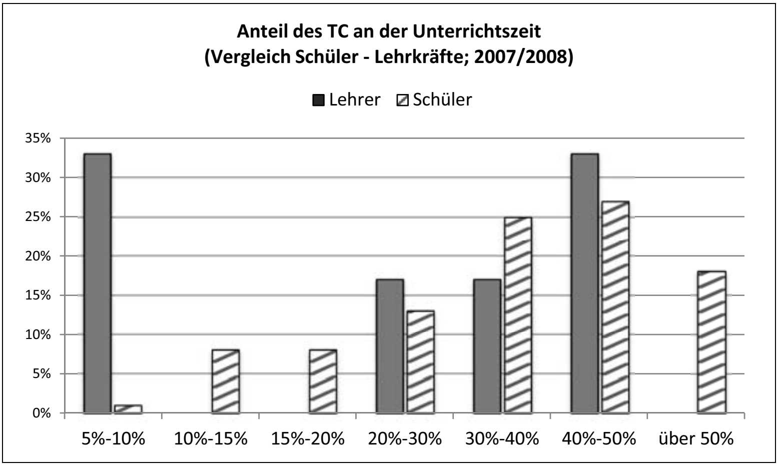


Abbildung 6-77: Vergleich der Angaben von Lehrkräften und Schülern zum Anteil des TC an der Unterrichtszeit (Schuljahr 2007/2008)

Die Ergebnisse stimmen nicht überein. Betrachtet man die Spannweiten bei den Angaben der Schüler zwischen den Klassen, so stellt man fest, dass auch dabei die Graphiken nicht übereinstimmen. Offensichtliche Differenzen bestehen bei den Angaben zum seltenen Einsatz des TC.

Schüler sehen den Einsatz des TC also häufiger als die Lehrkräfte, sowohl insgesamt als auch bezogen auf eine Unterrichtsstunde. Es besteht die Vermutung, dass Schüler im Laufe des Unterrichts evtl. öfter den TC einsetzen als von der Lehrkraft geplant, gerade in eigentätigen Arbeitsphasen, die nach Angaben der Lehrkräfte sehr häufig sind.

6.2.4.2.3 Fragen zu Prüfungen

Bei 50% der Lehrkräfte war der TC immer in schriftlichen Klassenarbeiten erlaubt, zu je gleichen Anteilen gab es Teile ohne Hilfsmittel, sowohl Klassenarbeiten mit als auch ohne Rechner sowie eine generelle Nichtverwendung des TC in den Klassenarbeiten. Dies deckt sich mit den Angaben der Schüler.

Hier ist ebenso interessant, dass beide Extremfälle – generelle Verwendung und generelles Verbot des TC in Klassenarbeiten – vorkommen. Als zusätzliche Erläuterung gaben dabei die Lehrkräfte, die die Nutzung des TC generell erlaubt haben, an, die Nutzung in Prüfungen sei selbstverständlich, wenn das Werkzeug auch regelmäßig im Unterricht genutzt werde. Diejenigen Lehrkräfte, die die Nutzung des TC generell nicht oder nur teilweise erlaubt haben, gaben dafür keine Begründung an.

Bei 83% der Lehrkräfte wurde der TC zu mündlichen Prüfungen genutzt.

83% der Lehrkräfte akzeptierten in Prüfungen die Verwendung von symbolischen Befehlen zum Gleichungslösen oder zum Bilden des Terms der Ableitungsfunktion, wenn das Vorgehen durch die Schüler ausreichend begründet wurde. Diese Lehrkräfte besprachen auch im Unterricht mit den Schülern, wie Dokumentationen von Lösungswegen unter Verwendung eines TC aussehen müssen. 17% erlaubten dies nicht mit der Begründung, die Schüler verlernten dadurch Mathematik. In diesen Klassen wurde auch die Thematik der Dokumentation von Lösungen im Unterricht nicht behandelt.

Vergleicht man diese Angaben mit der Frage an die Schüler, ob ihnen die Dokumentation von Lösungen mit TC Schwierigkeiten bereitete (vgl. Tabelle 6-4, Frage 18), so decken sie sich mit denen der Befragung vom Schuljahr

2007/2008 bis auf eine Abweichung von 10%. Berücksichtigt man die Entwicklung bei dieser Frage verglichen zum Schuljahr 2006/2007, so kann man ableiten, dass sich durch gezieltes Thematisieren der Frage der Dokumentation von Lösungen (wie dies im Schuljahr 2007/2008 geschehen ist) Unsicherheiten auf Seiten der Schüler reduzieren lassen.

6.2.4.2.4 Fragen zu Einsatzarten des TC

Es wurden Fragen zur Verwendung konkreter Befehle gestellt. Der Fragenkomplex wurde eingeleitet mit der Aufforderung *„Geben Sie bei folgenden Fragen bitte stets an, wie häufig Sie die Funktionalitäten des TC genutzt haben“*. Diese Fragen wurden auch den Schülern vorgelegt. In folgender Tabelle sind zusätzlich zu den Antworten der Lehrkräfte auch die der Schüler aufgetragen.

		häufig	hin und wieder	nie
39. Algebraisches Lösen von Gleichungen ("solve"-Befehl)	Lehrkräfte	67%	33%	0%
	Schüler	70%	27%	3%
40. Graphisches Lösen von Gleichungen (Schnittpunktbestimmung an Graphen)	Lehrkräfte	17%	66%	17%
	Schüler	45%	40%	15%
41. Zeichnen von Graphen	Lehrkräfte	67%	33%	0%
	Schüler	82%	18%	0%
42. Zeichnen von Daten/Listen ("scatter plot", "Datenplot")	Lehrkräfte	17%	33%	50%
	Schüler	7%	53%	40%
43. Geometrie am Rechner (also Zeichnen von Figuren, Konstruktionen, ...)	Lehrkräfte	33%	17%	50%
	Schüler	21%	30%	49%
44. Messungen in der Geometrie (also Benutzen der "Messen"/"Measurement" - Werkzeuge, z.B. Messen von Längen, Abständen, Steigungen, Koordinaten, Funktionsterme)	Lehrkräfte	0%	50%	50%
	Schüler	6%	36%	58%
45. Verschieben von Funktionsgraphen (durch "Drag and Drop")	Lehrkräfte	0%	40%	60%
	Schüler	8%	33%	59%
47. Benutzen der Tabellenkalkulation (z.B. "Lists & Spreadsheet")	Lehrkräfte	40%	20%	40%
	Schüler	0%	67%	33%
48. Statistik-Funktionen ("data & statistics")	Lehrkräfte	0%	50%	50%
	Schüler	1%	35%	64%
49. Befehl zur Berechnung von Grenzwerten ("limit")	Lehrkräfte	33%	67%	0%
	Schüler	43%	46%	11%

		häufig	hin und wieder	nie
50. Befehl zur Berechnung von Ableitungen	Lehrkräfte	67%	33%	0%
	Schüler	60%	37%	3%
51. Befehle zur Berechnungen von Maxima/Minima ("fmax" bzw. "fmin")	Lehrkräfte	0%	50%	50%
	Schüler	19%	35%	46%
52. Befehl zur Berechnung von Nullstellen ("zeros")	Lehrkräfte	17%	50%	33%
	Schüler	29%	40%	31%

Tabelle 6-9: Einsatzarten des TC. Vergleich der Angaben von Lehrkräften und Schülern (Schuljahr 2007/2008)

Manche Ergebnisse decken sich nahezu. Dies ist ein Hinweis darauf, dass derartige Einsatzbereiche des TC auf Seiten der Schüler von der Lehrkraft aus dem Unterricht übernommen werden. Dynamische Geometrie einschließlich des Messens (Fragen 43, 44), auch das Verschieben von Funktionsgraphen und statistische Funktionen (Fragen 45, 48) scheinen Bereiche zu sein, die sich besonders gut decken. Schüler setzen diese also offenbar ein bzw. nicht ein, weil sie sie aus dem Unterricht kennen bzw. nicht kennen.

Der Umgang mit Daten und Listen (Frage 42) wird bei Lehrkräften häufiger angegeben. Schüler nutzen das weniger, vermutlich, weil es nicht häufig in Lösungsstrategien benutzt wird.

Befehle zum numerischen oder symbolischen Rechnen (Fragen 49, 51, 52) setzen Schüler tendenziell häufiger ein. Ähnliches zeigt sich beim Nutzen der Graphik (Fragen 40, 41). Dies könnte daran liegen, dass Schüler ihr eigenes Vorgehen gerade mithilfe solcher Funktionalitäten überprüfen.

Auffallend hierbei ist die Abweichung dieses Verhaltens bei Fragen 39 (solve-Befehl) und 50 (Befehl zur Bildung des Ableitungsterms). Hier stimmen die Angaben von Lehrkräften und Schülern gut überein. Diese beiden Funktionalitäten eröffnen großen Diskussionsbedarf bei Lehrkräften gerade bezüglich der Frage des (Verlernens des) händischen Rechnens. Es liegt nahe, dass die Lehrkräfte hierbei sehr genau festgelegt haben, wann und wie diese Funktionalitäten durch die Schüler benutzt werden dürfen. Auch Aufgabenstellungen in Prüfungen wurden oftmals durch Operatoren gezielt so gestellt, dass etwa das Lösen von Gleichungen oder das Bilden der Ableitung händisch erfolgen musste.

6.2.4.2.5 Fragen zu Materialien

Alle Lehrkräfte gaben an, dass ihnen genügend Literatur zum Einsatz des TC zur Verfügung stand. 50% nutzten die Materialien der online-Plattform (Dies waren die Materialien zur Lösungsdokumentation, zu vielfältigen Lösungsstrategien, die MMM-Einheiten sowie Unterrichtsmaterialien, die die Modelllehrkräfte zum Austausch zur Verfügung stellten.). Interessant dabei ist, dass diejenigen, die die Materialien nutzten, den TC häufiger einsetzten. Es ist davon auszugehen, dass dies an einer größeren Beschäftigung mit den Einsatzmöglichkeiten des TC und an einem höheren Wissen über sie liegt.

6.2.4.2.6 Fragen zu Inhalt, Methodik und Vorbereitung

Die Hälfte der Lehrkräfte war der Auffassung, dass der TC Einfluss auf die von Ihnen behandelten Unterrichtsinhalte hatte. Zusätzliche (Freitext-) Erläuterungen der Lehrkräfte bestätigen erneut die an anderer Stelle schon ermittelten Veränderungen. Hauptsächlich traten Verschiebungen hinsichtlich Anzahl und Komplexität der Aufgaben auf. Es konnten zusätzliche Inhalte behandelt werden, deren Behandlung ohne TC nicht möglich gewesen wäre bzw. bei der Vermittlung von Stoffinhalten konnten neue Wege beschritten werden.

Ebenso war die Hälfte der Lehrkräfte der Auffassung, dass der TC Einfluss auf die Methodik des Unterrichts hatte. Zusätzliche Erläuterungen der Lehrkräfte bestätigten erneut, dass der TC die Methodik hinsichtlich der Erhöhung von experimentellem, schüleraktivierendem und –zentriertem Arbeiten verändert.

Die Hälfte der Lehrkräfte war auch der Auffassung, dass sie sich in besonderer über das „normale" Maß hinausgehenden Weise auf den Unterricht mit TC vorbereitet haben. Zusätzliche Erläuterungen zielten auch hier zum einen auf Bedienung des TC in neuen Inhalten (etwa Ableitung) ab, zum anderen auf das Erweitern des eigenen Methodenrepertoires. Diese Angaben bestätigen die im vorangegangenen gewonnenen Ergebnisse.

6.2.4.2.7 Fragen zum Werkzeugeinsatz

83% der Lehrkräfte gaben an, dass der TC ein fester Bestandteil ihres Unterrichts wurde. Bei diesen Lehrkräften war auch die Nutzung in Prüfungen gestattet, sie thematisierten die Dokumentation von Lösungswegen im Unterricht und sie sahen allesamt die Auswirkungen des TC auf den Unterricht als positiv. Sie sind auch der Auffassung, dass die Schüler mithilfe des TC die wesentlichen modernen Hilfsmittel (Funktionenplotter, Tabellenkalkulation, dynamische Geometrie, CAS) erlernen können. Sie nutzten im Schuljahr niemals oder nur ganz selten mit den Schülern den Computerraum der Schule und vermissten die Nutzung des Computerraums auch nicht. Sie denken auch, dass manche Schüler mit dem TC einige Inhalte des Mathematikunterrichts besser verstehen können. Fast alle diese Lehrkräfte denken auch, dass es dabei zentral ist, dass den Schülern der TC jederzeit zur Verfügung steht. Alle sind der Auffassung, dass der TC ein Werkzeug zum Lernen von Mathematik ist. Alle diese Lehrkräfte möchten auch weiterhin gerne mit einem TC arbeiten.

Diejenigen Lehrkräfte, bei denen der TC nicht fester Bestandteil ihres Unterrichts wurde, sind bei den soeben beschriebenen Fragen genau entgegengesetzter Auffassung.

Alle Lehrkräfte sind der Meinung, dass man mit dem TC manche Inhalte des Mathematikunterrichts besser veranschaulichen kann und dass der TC ein Werkzeug zum Lehren von Mathematik ist.

Die Hälfte der Lehrkräfte ist der Meinung, dass der TC den wissenschaftlichen Taschenrechner ersetzen sollte, die andere Hälfte hat hierzu eine neutrale Haltung. Ablehnend äußert sich keine Lehrkraft.

Es besteht die Vermutung, dass es auf Seiten der Lehrkraft zentral ist, ob der TC als Werkzeug in Schülerhand verstanden wird oder als Werkzeug in Lehrerhand zur Demonstration im Unterricht. Im letzteren Fall wird sich der TC nicht als fester Bestandteil integrieren lassen, den Schüler zum (eigentätigen) Lernen nutzen und der sich auch in Prüfungen etabliert. Die Einstellung der Lehrkraft zum

Werkzeug TC und deren Einfluss auf seine Verwendung müssten in Zukunft weiter untersucht werden, ebenso wie die Frage, wie sich dies geeignet unterstützen lässt.

6.2.5 Klassenarbeiten

Bei der Sichtung der Prüfungsaufgaben der Klassenarbeiten ließen sich die bereits in der Jahrgangsstufe 10 gezeigten Kategorien wiederfinden. Folgende (nicht disjunkte) Kategorisierung wird verwendet:

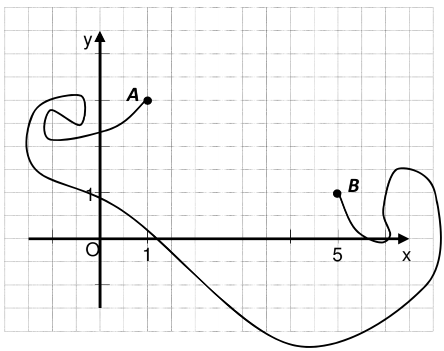
- Der TC als heuristisches Hilfsmittel
- Der TC als Werkzeug zum Anwenden neuer Lösungsstrategien
- Der TC als Werkzeug zur Realisierung alternativer Lösungsstrategien
- Der TC als Kontrollinstrument
- Der TC als Ausgangspunkt von Fragestellungen
- Der TC als Rechenwerkzeug

Auffallend ist, dass in der Jahrgangsstufe 11 – gerade in der zweiten Hälfte des Schuljahres – zunehmend Aufgaben gestellt werden, welche mehrere der genannten Aspekte des TC-Einsatzes verbinden.
Beispiel[197]:

Gegeben ist die nebenstehende Kurve, deren Lücke von A bis B durch eine Polynomfunktion geschlossen werden soll. Dabei gelten folgende Bedingungen: Der „Lückenfüller“ muss stetig und differenzierbar (also kein „Knick“) sein. Die Steigungswerte sind $m_A = 1$ und $m_B = -2$.

a) *Begründe, dass sich diese Bedingungen nur durch den Ansatz mit einem Polynom 3. Grades $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ erfüllen lassen!*

b) ***(TC)*** *Ermittle nun nachvollziehbar das gesuchte Polynom! (stichpunktartige Dokumentation der Vorgehensweise,*



[197] Aus einer 4. Schulaufgabe der Jahrgangsstufe 11 vom Juni 2009.

Koeffizienten auf 2 Dez. genau!)

c) ***(TC)*** *Ermittle nun die Koordinaten des Maximums (kein Nachweis) und zeichne damit und unter Berücksichtigung der o.g. Bedingungen das Kurvenstück so genau wie möglich ein.*

d) *Was würde sich am Ansatz ändern, wenn zusätzlich noch vorgegeben wäre, dass die Krümmung an den Randpunkten den Wert 0 besitzen müsste?*

Bei dieser Aufgabenstellung erfolgt bei den Teilaufgaben b) und c) ein Hinweis, dass sich hier besonders der Einsatz des TC anbietet. Damit wird den Schülern eine Hilfestellung gegeben. Die Schüler entscheiden aber selbst, inwieweit sie hier den TC nutzen.

Bei der Teilaufgabe b) bietet sich der TC als Rechenwerkzeug an, wobei das erhaltene Ergebnis dann entsprechend verifiziert werden muss (wozu Teilaufgabe c) dient).

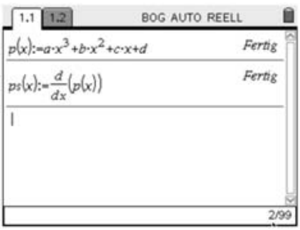


Abbildung 6-78
Die Polynomfunktion und deren Ableitung werden definiert.

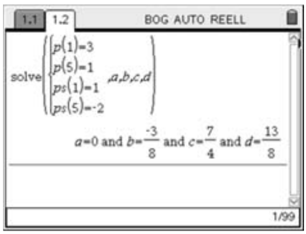


Abbildung 6-79
Das Gleichungssystem wird gelöst.

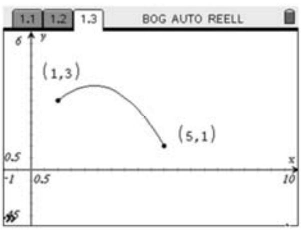


Abbildung 6-80
Der Graph der Polynomfunktion

Die Aufgabenstellung verlangt von den Schülern Begründungen ihrer Vorgehensweise ebenso wie eine Reflexion des Lösungsweges.
In dieser Aufgabe werden die Schüler in ihrem Arbeiten noch relativ eng geführt. Es gibt aber auch analoge Fragestellungen, die sehr viel offen lassen, beginnend bereits bei der Wahl eines Koordinatensystems durch die Schüler, wie folgendes Beispiel[198] zeigt:

Vom Nebeneingang (markiert mit einem Plus-Zeichen) der Schule aus soll eine Rutsche in den Bach gebaut werden und dort entgegen der Fließrichtung ins Wasser münden (die Stelle ist markiert mit einer Raute). Der Einstieg in die Rutsche soll ohne Knick am Nebeneingang erfolgen und der Ausstieg ebenso ohne Knick in Richtung des Flusses. Beachten Sie auch die Häuser im Weg der Rutsche.
Der Verlauf der Rutsche soll durch eine ganzrationale Funktion beschrieben werden.
Bestimmen Sie eine solche mögliche Funktion. Dokumentieren Sie Ihr Vorgehen und bewerten Sie Ihr Ergebnis.
Tragen Sie Ihr Ergebnis auch in die Graphik ein.

[198] Aus einer 4. Schulaufgabe der Jahrgangsstufe 11 vom Juni 2009.

Bei dieser Aufgabenstellung erfolgen keine speziellen Hinweise zum Einsatz des TC mehr. Es bleibt ganz den Schülern überlassen, den TC einzusetzen.

6.2.6 Interviews der Schüler

6.2.6.1 Vorbemerkungen

Auf Seiten der Schüler sind diejenigen der Modellklassen, welche Mathematik-Unterricht über einen längeren Zeitraum unter Einsatz eines TC erlebt haben, „Experten“ für die Frage, wie Schüler zu einem solchen Werkzeug stehen. Die durchgeführten Interviews sind also in diesem Sinne als „Experteninterviews“ anzusehen.

Jedes Interview wurde transkribiert.

Die Interviews mit den Schülern von Modellklassen wurden nach dem Verfahren der qualitativen Inhaltsanalyse ausgewertet, welches vor allem durch Philipp Mayring[199] ausgestaltet wurde. Dabei werden mithilfe eines Suchrasters die Texte der transkribierten Interviews untersucht und dadurch diejenigen Bereiche extrahiert, welche von Interesse sind. Zur Extraktion wurde das Drei-Säulen-Modell des Rechnereinsatzes (vgl. Kapitel 2) verwendet. Auf diese Weise ist sichergestellt, dass dem Text systematisch Informationen entnommen wurden, welche zu einer explorativen Untersuchung notwendig sind. Im vorliegenden Fall ist die qualitative Untersuchungsmethode anzuwenden, da die Extraktion der Daten offen geschehen muss.

Es wurden insgesamt 18 Schüler der Klassenstufe 11 befragt.

6.2.6.2 Das Verfahren der Extraktion

Bei der vorliegenden Auswertung der Daten wurde folgender Ablauf verfolgt:

- Theoretische Vorüberlegungen:
  Konstruktion des Leitfadeninterviews (vgl. Anhang).
- Vorarbeiten zur Extraktion:
  Transkription der Interviews.

[199] (Mayring, 1993)

- Strukturierung:
  Strukturierung des Materials unter Berücksichtigung des Drei-Säulen-Modells.
- Aufbereitung:
  Sortieren der extrahierten Daten, Zusammenfassen und Ordnen.
- Explikation:
  Explikation und Interpretation der gewonnen Daten im Hinblick auf die Intention der Untersuchungsfragen unter evtl. Einbeziehung weiteren Materials.

Gläser[200] verwendet für das die Daten aufbereitende Verfahren den Begriff „Extraktion“. Dieser Begriff soll sich deutlich vom Begriff „Kodierung“ abgrenzen. Bei der Kodierung eines Textes werden Textpassagen gezielt bestimmten (vorher festgelegten) Kategorien zugeordnet. Auf diese Weise ist anschließend eine quantitative Auswertung der Kodes möglich.
Dies soll aber hier nicht geschehen, vielmehr geht es darum, offen an die Interviews heranzugehen und aus ihnen Tendenzen und Ausprägungen abzulesen.
Die grundlegende Fragestellung dieser Arbeit sind Beobachtungen zu Veränderungen beim langfristigen Einsatz eines TC im Unterricht. Für diese Frage ist es auf Seiten der Schüler relevant, welche positiven wie negativen Effekte die Schüler im Einsatz des TC sehen und auf welche Weise sie den TC persönlich zu Hause und in der Schule nutzen und einsetzen.
In einem ersten Schritt wurden die Transkripte der Interviews dahingehend untersucht. Dabei wurden die entsprechenden Äußerungen in möglichst knappen stichwortartigen Beschreibungen zusammengefasst. Zusätzlich wurden jeweils Intention der Aussage sowie evtl. genannte Ursachen erfasst. Zusätzlich wurden die Äußerungen dem Drei-Phasen-Modell des Rechnereinsatzes zugeordnet.

[200] (Gläser, et al., 2006), S.193

Folgendes kurze Beispiel[201] verdeutlicht dies exemplarisch:

> *Interviewer*:
> *„Sagen wir mal ein Schüler aus der zehnten Klasse hier würde dich fragen: ´Pass mal auf, du bist doch in einer elften Klasse mit so einem Gerät. Soll ich auch in so eine Klasse reingehen?´ Was würdest du dem raten?“*
> *Schülerin/Schüler:*
> *„Also, ich würde es eindeutig weiterempfehlen. Also ganz am Anfang muss ich sagen, als wir's hatten war ich skeptisch. Also erst hab ich gemeint ich bin nicht dafür, dass wir den hernehmen, aber mit der Zeit wenn man mit dem umgehen kann, also find ich's sehr hilfreich. Vor allem, wenn man jetzt irgendwie Hausaufgabe macht oder so, das zum Nachrechnen, oder einfach zum Nachgucken, zum Kontrollieren, ob das stimmt was man rausgekriegt hat und das man des halt logisch, also man muss sich den Rechenweg trotzdem überlegen, wie er funktioniert und muss auch eintippen, von allein geht's ja nicht und dann kommt man auch drauf wie's funktioniert, also von dem her find ich's ganz gut. Ich würd's weiterempfehlen.“*

Interviewausschnitt 6-1

Rechen-werk-zeug	Lern-werk-zeug	Lehr-werk-zeug	Positiv	Negativ	Ursachen	Bemerkung	Quelle
				Skepsis zu Beginn	Bedienung, fehlende Kenntnis der Lösungsstrategie	Nimmt mit zunehmender Vertrautheit ab	(Identifikationsnummer des Interviews und Zeilennummer)
X	X		Kontrolle von Hausaufgaben				(Identifikationsnummer des Interviews und Zeilennummer)
X	X		Überprüfen der Strategie				(Identifikationsnummer des Interviews und Zeilennummer)
	x		Unterstützung des Lösungsweges			„man kommt drauf wie's funktioniert“	(Identifikationsnummer des Interviews und Zeilennummer)

Tabelle 6-10: Beispiel einer Extraktion

Die Einordnung in die drei Bereiche Rechen-, Lern- und Lehrwerkzeug kann mehrfach erfolgen. Sie erfolgt aber nur dann, wenn aufgrund der Äußerungen der Schülerin/des Schülers eindeutig darauf geschlossen werden kann.

[201] Zitat aus einem Transskript eines Interviews.

Die so erfasste Liste wurde sortiert und gesichtet. Öfter auftretende Bemerkungen wurden zusammengefasst, dazu wurden entsprechende Textstellen gesucht und nochmals durchgegangen. Dabei wurden Stellen gesucht, welche *„definierend, erklärend, ausschmückend, beschreibend, beispielgebend, Einzelheiten aufführend, korrigierend, modifizierend oder antithetisch“*[202] sind. Im Sinne der qualitativen Methode der Explikation wurde versucht, die Textstellen (evtl. unter Einbeziehung anderen, aber in Beziehung zum Untersuchten stehenden Materials) zu erklären oder zu erläutern.
Hierbei war vor allem im Blick, in welchem Zusammenhang diese Aspekte genannt werden, welche Ursachen und Auswirkungen die Schüler diesen zuschreiben.

6.2.6.3 Ergebnisse der Schülerinterviews

6.2.6.3.1 Die Zuordnung zum Drei-Säulen-Modell

100% der Schüler machten zum TC Angaben, die sich in die Säule „Lernwerkzeug“ einordnen ließen. 75% der Schüler machten Angaben, die sich in die Säule „Lehrwerkzeug“ einordnen ließen. 50% der Schüler gaben Äußerungen, die sich in die Säule „Rechenwerkzeug“ einordnen ließen.

In folgender Graphik lässt sich besser erkennen, welche Bedeutung den drei Säulen in den Äußerungen der Schüler zukommt. Dazu ist jeweils der Anteil der Äußerungen, die sich einer Säule zuordnen lassen, bezogen auf alle kategorisierten Äußerungen angegeben. Da sich eine Äußerung z. T. mehr als einer Kategorie zuordnen lässt, ergeben die drei Anteile aufsummiert mehr als 100%.

[202] (Mayring, 1993), S.79

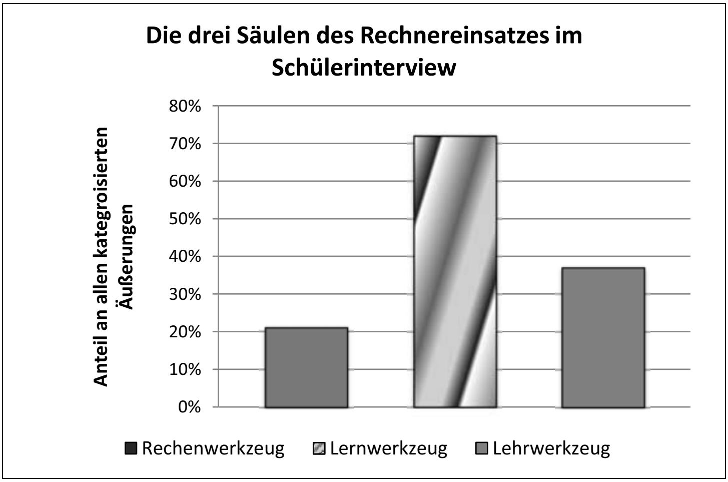


Abbildung 6-81: Der Anteil der drei Säulen des Rechnereinsatzes in den Schülerinterviews

Daran lässt sich bereits erkennen, dass für die Schüler die Bedeutung des TC als Lernwerkzeug eine enorm große Rolle spielt. Der TC als bloßer Rechner ist für sie nicht so entscheidend.

Besonders interessant ist, dass bei **jedem** der befragten Schüler Einordnungen in die Säule „Lernwerkzeug“ möglich waren, während dies bei den anderen beiden Säulen nicht der Fall war. Betrachtet man diejenigen Schüler, deren Lehrkraft keine der Angebote an Materialien nutzte, so ist auffallend, dass diese Schüler als Vorteile des TC *ausschließlich* Argumente anführten, welche in den Bereich „Lernwerkzeug“ fallen. Dies wird bei allen Schülern mit Hausaufgaben in Verbindung gebracht. Folgendes Zitat verdeutlicht dies stellvertretend:

> *„Ja, also zum Prüfen nehm‘ ich’s her. Da find ich’s auch gut! Weil man dann was eingeben kann, dann seh‘ ich ja ich hab die Hausaufgabe richtig oder nicht, weil dann weiß ich ob des noch mal rechnen soll oder nicht. Also da nehm‘ ich ihn schon her, zum Prüfen dann.“*

Interviewausschnitt 6-2

Dies lässt den Schluss zu, dass die Bedeutung als Lernwerkzeug von Schülern generell gesehen und angenommen wird, unabhängig davon, welche Einsatzmöglichkeiten des TC die Lehrkraft aktiv unterstützt.

Im Folgenden wird näher beleuchtet, welche Angaben die Schüler zu den Drei Säulen des Rechnereinsatzes machen.

6.2.6.3.2 Der TC als Rechenwerkzeug

Die Fähigkeit eines TC, als Rechenwerkzeug eingesetzt werden zu können, äußert sich auf Seiten der Schüler durch die Angabe, man könne vor allem leicht und unkompliziert damit rechnen.

> *„Ja, man spart sich diesen ganzen Kleinkram! Man hat irgend ´ne Aufgabe und dann muss man nach irgend `ner Variablen auflösen zum Beispiel und dann macht das einem einfach der Taschenrechner. Das geht halt alles sehr viel schneller und das ist viel unkomplizierter.“*

Interviewausschnitt 6-3

Die Zeitersparnis bezieht sich vermutlich auf das Umformen von Termen oder das Lösen von Gleichungen. Die Erleichterung bei diesen operativen Tätigkeiten spielt aber in den Interviews keine große Rolle, bei weitem nicht alle Schüler haben dies angeführt.

Die Fähigkeit eines TC zum symbolischen Rechnen ist der Punkt, der oftmals zuerst als Kritik angeführt wird. Schüler würden dadurch händisches Rechnen verlernen. In den Eingangs- und Endtests konnte dies nicht bestätigt werden.

Auch bei den Schülern findet man Ansätze dieser Problematik:

> *„Und zum Rechnen das Ganze, also Gleichungen auflösen, Umstellen von Gleichungen und so, das macht der ja alles auf einen Knopfdruck. Aber genau das ist eben auch das Problem. Also ich hab jetzt erst wieder gelernt quasi Polynome aufzulösen. Polynomdivision hab ich erst dieses Jahr per Hand können, weil ich das immer mit diesem Teil gemacht hab. Also ich weiß nicht, hat sicherlich seine zwei Seiten.“*

Interviewausschnitt 6-4

Man sieht, dass dieser Schüler die Rechenfähigkeiten kritisch sieht. Als Beispiel führt er die Polynomdivision an, die er in der vorherigen Jahrgangsstufe laut Lehrplan erlernt haben sollte und nun nur noch mit dem TC durchführt.

Zum einen ist diese Stelle ein Hinweis darauf, dass es händische (operative) Fähigkeiten gezielt zu trainieren gilt. Ein Verfahren, welches „durch Knopfdruck“ mit dem TC gelöst werden kann, wird vom Schüler auch so gelöst. Zum anderen könnte man auch die Diskussion aufwerfen, wie wichtig diese Fähigkeit noch ist.

Der Schüler sagt weiterhin im Interview:

> *„Ich hab’s erst gar nicht gelernt. Ich konnt’s nicht per Hand. Ich kann’s erst jetzt, seit diesem Jahr.“*

Interviewausschnitt 6-5

Der Schüler gibt an, das Verfahren der (händischen) Polynomdivision nicht erlernt zu haben. Allerdings könnte es auch sein, dass er niemals eine Notwendigkeit gesehen hat, es auf diese Weise durchzuführen, denn er äußert auch Folgendes:

> *„Normalerweise hab ich normale quadratische Gleichungen oder so einfach immer den ausrechnen lassen sofort. Also die hab ich nicht mehr per Hand gerechnet. Aber ich wusste ja, dass ich das mehr oder weniger kann, also hab ich mir dadurch Zeit gespart.“*

Interviewausschnitt 6-6

Operatives Wissen und Können wird an den Rechner ausgelagert, hier findet sich das Auslagerungsprinzip von Peschek wieder.

Dass bei Auslagerungen nicht zwangsläufig händische Fertigkeiten verloren gehen, haben die Ergebnisse der Vor- und Nachtests gezeigt. Auch Schüler äußern dies:

> *„Also wie wir angefangen haben mit dem (*gemeint ist der TC; Anm. d. Autors*), da verlernt man das zu Fuß rechnen ein bisschen, also dass man selber rechnet aber das haben wir dann wieder eingeführt, so ab der Hälfte vom Jahr, immer wieder auf der Tafel gerechnet, dass man die alten Sachen wieder auffrischt und wenn*

man das glaub ich von Anfang an durchzieht müsste das eigentlich kein Problem sein.
Da legt unser Mathelehrer Wert drauf, dass wir das ab und zu ohne den machen.“

Interviewausschnitt 6-7

6.2.6.3.3 Der TC als Lernwerkzeug

6.2.6.3.3.1 Visualisieren

Einen großen Stellenwert hat bei den Interviews die Möglichkeit des Visualisierens, nahezu alle Schüler nennen dies als Vorteil.

Häufig wird das Zeichnen von Funktionsgraphen angeführt, das als Erleichterung empfunden wird.

„(...) also ich find´, g´rad dass man sich da Graphen zeichnen lassen kann. Das find ich am besten. Weil ich find´ das kann man sich immer so schlecht vorstellen. Auch wenn man da jetzt ´ne Kurvendiskussion macht und sonst was.“

Interviewausschnitt 6-8

Als zweites Hauptargument wird angeführt, dass das Visualisieren die Vorstellung unterstützt, so etwa bei der Auswirkung von Variationen am Funktionsterm auf den Graphen:

„Allgemein irgendwie dass man sich alle möglichen Graphen anschauen kann. Und sich durch...wenn man Vorzeichen verändert, oder noch ein „Eins durch“ davor schreibt oder so was. Dass man direkt sieht wie sich das auf dem Graphen auswirkt und so. Also das hat schon sehr geholfen auch.“

Interviewausschnitt 6-9

Diese Aspekte werden nur von Schülern genannt, bei denen auch Äußerungen im Bereich „Lehrwerkzeug“ auftreten. Ist dies nicht der Fall, so werden auch diese Aspekte nicht genannt. Dies ist ein Indiz dafür, dass diese Vorteile von der Lehrkraft aufgezeigt werden müssen, damit sie vom Schüler eigentätig eingesetzt werden können und auch als Hilfe empfunden werden. Folgender Ausschnitt aus einem Schülerinterview zeigt diese Verbindung zur Lehrkraft auf:

*„Und ich kann mir durch den...also weil der Herr/die Frau (*Name der Lehrkraft*) hat zu uns gesagt das ist, dass man sich's besser vorstellen kann also weil man so einen Graphen zeichnen tut und so, also ich finde das ist nicht so. Also weil...ok, also wenn ich ´nen Graphen seh´, dann...ja...ich weiß nicht...ich find´ das ist einfach keine Hilfe."*

Interviewausschnitt 6-10

Dieses Zitat zeigt auch die Unsicherheit, mit der der Schüler dies äußert. Es ist nicht so recht klar, worin der Vorteil des leichten Zeichnens von Graphen besteht – er wurde wohl im Unterricht nicht erlebt.

6.2.6.3.3.2 Kontrolle des eigenen Vorgehens

Die größte Häufigkeit bei den Äußerungen der Schüler hat die Tatsache, dass man mit dem TC das eigene Vorgehen kontrollieren kann. Dabei kommen verschiedene Bereiche des TC zum Einsatz:

Interviewer*:*
*„Könntest du ein bisschen genauer erklären wo das (*gemeint ist das Arbeiten mit dem TC; Anm. d. Autors*) hilft?"*
Schüler*:*
„Ähm, ja dass es, zum Beispiel, dass es dir das mit den Graphen veranschaulicht, dass du dir die zeichnen lassen kannst, dass du ´ne Hilfe hast, dass du kontrollieren kannst, ob das stimmt was du gerechnet hast und die Ableitungen zum Beispiel und dass man eben ´ne Kontrolle hat, und...ja."
Interviewer*:*
„Diese Kontrolle, nimmst du das häufig her?"
Schüler*:*
„Ja. Schon. Also dann fühl´ ich mich einfach sicherer wenn ich weiterrechne, dass ich das weiß."
Interviewer*:*
„Aha. Wo nimmst du das überall her? Bei Hausaufgaben?"
Schüler*:*
„Äh ja, bei Hausaufgaben, aber vor allem auch bei Schulaufgaben oder so."

Interviewausschnitt 6-11

Dieses Zitat verdeutlicht einige Aspekte, die in allen Interviews auftauchen. Der TC dient als Kontrollinstrument des eigenen Vorgehens bei eigenen Rechnungen, bei Hausaufgaben, aber auch in Prüfungen.
Dabei wird eingesetzt, dass der TC symbolisch rechnen kann, d. h. es erfolgt eine Kontrolle der Terme mit dem TC – eine Einsatzmöglichkeit, die es ohne CAS in dieser Art nicht geben würde. Aber auch die Graphikfähigkeit des TC wird benutzt, um anhand von graphischen Darstellungen beurteilen zu können, ob das eigene Vorgehen schlüssig und richtig ist. Genauso werden aber auch numerische Fähigkeiten, wie etwa Wertetabellen, angeführt:

> *„Oder wenn man ´nen Term hat und man muss ´ne Wertetabelle erstellen oder man will raus finden ob das richtig ist und dafür gibt man verschiedene Werte ein und guckt dann, ob das stimmen kann."*

Interviewausschnitt 6-12

Betrachtet man diejenigen Schüler, deren Lehrkraft die Angebote an Materialien und Fortbildungen nicht so genutzt hat, so scheint hier der Aspekt des „Rechenwerkzeugs" stärker in den Vordergrund zu treten. Diese Schüler geben meist ausschließlich an, dass sie mit den TC durch symbolisches Rechnen ihr Vorgehen kontrollieren. Die anderen Möglichkeiten wie Graphen oder Tabellenkalkulation scheinen also Fähigkeiten zu sein, die von der Lehrkraft geschult werden müssen.

Diese Kontrolle des eigenen Vorgehens dient in erster Linie der Stärkung des Vertrauens in den eigenen Lösungsweg, indem dieser hinterfragt und auf Plausibilität geprüft werden kann. Dies wird von den Schülern oft auch in Zusammenhang mit dem Lösen von Prüfungsaufgaben gebracht.
Doch der TC-Einsatz in Prüfungsaufgaben stellt einen Bereich dar, der zu Schwierigkeiten führen kann. Auch in diesem Bereich ist der Faktor „Lehrkraft" sehr entscheidend. Äußerungen zu Schwierigkeiten in Klassenarbeiten traten bei Schülern, deren Lehrkräfte dies entsprechend trainiert und angesprochen

haben, nicht auf (hierfür wurde Material zur Verfügung gestellt bzw. dies wurde in Fortbildungen thematisiert). Der TC selbst wurde dann nicht als störend empfunden, sondern – wie oben schon ausgeführt – eher als Hilfe. Auch die Dokumentation des Lösungsweges bereitete keine Probleme, wobei nahezu alle Schüler hier explizit äußerten, dass die Lehrkraft das entsprechend besprochen hat.

Betrachtet man Schüler, deren Lehrkraft die Thematik nicht besprochen hat, so wird hier sehr häufig angegeben, dass der TC in Schulaufgaben Probleme bereitet.

> *„(…) ich komm´ zum Beispiel grad in Schulaufgaben (..) nicht richtig zurecht damit, da gibt's einen gewissen Nachteil."*

Interviewausschnitt 6-13

Für diese Schüler ist der TC in Klassenarbeiten eine Belastung. Dabei treten zusammenfassend zwei Argumente auf:

Zum einen spielt hier die fehlende Sicherheit bei der Bedienung des TC eine Rolle:

> *„(…) da muss man immer alles programmieren und einstellen und alles und das hat irgendwie nichts mit Mathe zu tun weil du musst auswendig lernen wie du dann jetzt programmierst und so."*
> *Es gibt halt so voll verschiedene Kürzel und so und so Sachen.*

Interviewausschnitt 6-14

Die Bedienungselemente, auf die das letzte Zitat abzielt, haben nichts mit der Programmierung eines TC zu tun. Die Unsicherheiten bei der Bedienung des TC führen wohl dazu, dass nicht genügend Sicherheit vorhanden ist, den TC und seine Fähigkeiten gezielt einsetzen können. Die Unsicherheiten treten sogar in ganz elementaren Dingen wie dem Mitführen von Batterien auf:

> *„(…) das erste Problem ist, bei uns geht schon mal voll oft die Batterie aus in der Schulaufgabe und dann hängt man da und der Computer geht nicht mehr."*

Interviewausschnitt 6-15

Der zweite Bereich, der bei Klassenarbeiten Schwierigkeiten bereitet, wenn der von der Lehrkraft nicht thematisiert wird, ist die Dokumentation des Lösungsweges. Die Schüler empfinden die Dokumentation als aufwändig (und in der im Zitat vorliegenden Form ist sie dies auch.):

> *„Ja, weil es steht dann halt da, man soll das dokumentieren, was man...und, äh...und das ist halt dann schon schwer dass man alles hinschreibt, was man macht, weil man macht dann Sachen, die selbstverständlich sind, wie beim Computer halt auch, aber das dauert halt ziemlich lang, dass man das alles aufschreibt und da geht einem sehr viel Zeit verloren in der Schulaufgabe weil man dann hinschreiben soll: ´Solve...Klammer auf...´ und immer...das ist ewig...“*

Interviewausschnitt 6-16

Offenbar wurde hier eine Art der Dokumentation verlangt, welche ausführlich alle Vorgehensweisen samt einer genauen Angabe aller Rechner-Eingaben verlangt. Das kann dazu führen, dass Schüler zur Auffassung gelangen, ohne TC wesentlich schneller arbeiten zu können als mit TC:

> Interviewer*:*
> *„In so einer Schulaufgabe schreibst du die Lösung ja aufs Papier hin. Wenn wir da jetzt, sagen wir mal du hast einiges eingetippt, ist das ein Problem für dich, das zu dokumentieren am Papier, was du gemacht hast?“*
> Schüler*:*
> *„Ja, haben wir schon gemacht, aber...ja, also ich...war fast, beim, also wenn's nicht richtig kompliziert war, also bin ich fast zu Fuß schneller, mit dem Schreiben wie dass ich jetzt aufs Display schau´, was hab ich genau eingetippt, das noch mal kontrollieren...“*
> Interviewer*:*
> *„Heißt das ihr habt genau die Eingabe hingeschrieben oder wie? Samt Befehl und so was?“*
> Schüler*:*
> *„Ja, sonst ist das schlecht zum Kontrollieren für den Lehrer.“*

Interviewausschnitt 6-17

Dieses Zitat lässt vermuten, dass hier auf Seiten der Lehrkraft Unsicherheit besteht, wie eine Dokumentation des Lösungsweges aussehen kann, was sich wiederum auf die Schüler überträgt. Offenbar wird dann dazu tendiert, eine „maximale“ Dokumentation zu verlangen, welche ein genaues Aufschreiben der verwendeten Befehle oder Menüs beinhaltet. In diesem Falle wird die Dokumentation des Lösungsweges sehr aufwändig und kann, wie im Interview erkennbar, zu Verunsicherungen auf Seiten der Schüler führen. Diese können zu Schwierigkeiten mit der Bearbeitungszeit führen oder sogar so weit, dass ein TC in den Prüfungen als unangenehm oder problematisch empfunden wird.

Diese Unsicherheiten sind bei Schülern von Lehrkräften, die dies thematisiert und entsprechende Materialien und Fortbildungsangebote wahrgenommen haben, nicht aufgetreten.

6.2.6.3.4 Der TC als Lehrwerkzeug

Die Äußerungen der Schüler, welche auf den TC als Lehrwerkzeug abzielen, lassen sich in folgende Unterpunkte gliedern:

6.2.6.3.4.1 Visualisieren

Dass der TC als Hilfsmittel zum Visualisieren eingesetzt wird, ist eine Tatsache, welche von vielen Lehrkräften als Vorteil angegeben wird. Auch die Schüler sehen diesen Vorteil und antworten auf die Frage, warum ihnen der TC eine Hilfe ist, oftmals wie folgt:

> *„(…) dass es dir das mit den Graphen veranschaulicht, dass du dir die zeichnen lassen kannst, dass du ´ne Hilfe hast“*

Interviewausschnitt 6-18

Aufgrund der Angaben in den Interviews zum TC als Lernwerkzeug lässt sich vermuten, dass das Visualisieren, welches im Unterricht erlebt wird, in das Repertoire der Schüler übergeht. Denn diejenigen Schüler, deren Lehrkraft die angebotenen Materialien nicht genutzt hat, geben beim Lernwerkzeug-Einsatz überwiegend symbolisches Rechnen an. Die Verwendung graphischer Darstellungen und auch graphischer Verfahren scheint also von der Lehrkraft gezielt trainiert werden zu müssen. Das zeigen auch die Online-Umfragen zu verwendeten Lösungsstrategien.

6.2.6.3.4.2 Schwerpunktverschiebung

Der TC im Unterricht eröffnet die Möglichkeit, Schwerpunktsetzungen zu verschieben, weg von operativen Tätigkeiten hin zu mehr Zusammenhängen, Verständnis und mathematischem Arbeiten (im Sinne von nicht-operativen Tätigkeiten).

> *„Weil durch den Taschenrechner ist halt der Schwerpunkt schon eher auf dem Herausfinden von der Formel zum Beispiel.“*

Interviewausschnitt 6-19

Es wird also erkannt, dass dem Lösungsfindungsprozess mehr Bedeutung zukommen kann als dem dann folgenden operativen „Berechnen“. Das ist ein Ziel, das mit dem TC verbunden ist und das von Schülern auch so gesehen wird. Die Schwerpunktverschiebung kann sich auch in Aufgaben äußern:

> *„(…) weil man kann da einfach ganz andere Sachen dann machen damit und bleibt nicht nur an dem Schulzeugs, was mit den Zahlen gemacht ist, dass man's gut rechnen kann, sondern schwierigere und kompliziertere Aufgaben gehen dann.“*

Interviewausschnitt 6-20

Es können also Problemstellungen angegangen werden, deren Zahlenmaterial nicht „künstlich“ erscheint, sondern eher an der Realität angelehnt. Dadurch entsteht offenbar auch der Eindruck, es seien kompliziertere Probleme möglich.

Ein anderer Schüler formuliert in ähnlicher Richtung:

> *„Also wir machen jetzt dann...also der [Name der Lehrkraft] hat uns (…) dann aus dem Leben Aufgaben gegeben. Irgendwelche Gleichungen, die Irgendwas beschreiben.“*

Interviewausschnitt 6-21

Es tritt hier sowohl der Aspekt des Realitätsbezugs auf als auch der des Modellierens und Interpretierens.

6.2.6.3.4.3 Unterstützung des Verständnisses

Der TC dient als didaktisches Hilfsmittel, indem er es erlaubt, mathematische Begriffe und Verfahren zu erläutern und aus verschiedenen Richtungen zu beleuchten. Hierzu sei ein längeres Zitat aus einem Interview angeführt:

> *„weil dann meines Erachtens in Mathe dann nicht mehr nur rechnet, es war ja häufig so dass eine ganze Stunde, na ja, nicht die ganze Stunde, aber dass ein großer Teil der Stunde mit reinem Rechnen drauf gegangen ist. Sondern man arbeitet jetzt mehr mit der eigentlichen Theorie, mit der Mathematik selber, aber nicht mehr soviel Rumgerechne. Das reine Umformen macht der Taschenrechner. Und vor allen Dingen, man kann sich jetzt endlich mal die Graphen wirklich anschauen. Einzelne Teile schön rauszoomen, beziehungsweise eben, früher war's ja so, man musst sich ´ne Wertetabelle machen, dann hatte man so ´nen kleinen Ausschnitt vom Graphen, der war dann meistens irgendwie schief und da find ich ist das Graphikfenster einfach optimal. Man kann sich den Graphen anschauen und kann sich zum Beispiel besser vorstellen was ´ne Ableitung ist."*

Interviewausschnitt 6-22

In diesem Zitat tauchen wieder die bereits vorher genannten Aspekte Auslagerung, Visualisierung, Schwerpunktverschiebung auf. Besonders interessant ist dabei aber, dass der Schüler dies mit einem besseren Verständnis verknüpft. Das ist ein Hinweis darauf, dass der TC das Lehren und Lernen mathematischer Begriffe (hier wird die Ableitung genannt) unterstützt. (Bemerkung: Natürlich ist der Hinwies des Schülers insofern zu hinterfragen, weil man nicht weiß, ob der Schüler wirklich eine bessere Vorstellung einer Ableitung hat. Diese Äußerung ist aber von Interesse, weil sich ein Materialangebot zum TC gerade mit dem Begriff der Ableitung beschäftigt hat und dabei graphische wie numerische Verfahren zum Einsatz kamen, welche der Schüler hier in unmittelbarem Zusammenhang bringt. Berücksichtigt man noch, dass die Interviews zum Schuljahresende stattfanden und der Ableitungsbegriff schon sehr viel früher unterrichtet wurde, erkennt man die Bedeutung für den Schüler.) Hinweise, man verstehe manches besser, findet man auch in den Bemerkungen vieler anderer

Schüler. Lehrkräfte haben diese Einschätzung in den Online-Umfragen auch bestätigt. Es ist allerdings auch so, dass dies stark an die Person der Lehrkraft gebunden ist, denn benutzt die Lehrkraft den TC nicht als didaktisches Werkzeug, werden auch solche Äußerungen von Schülern nicht getätigt – im Gegenteil, es wird dann sogar geäußert, dass man nicht recht einsehen könne, warum der TC denn eine Hilfe sei.

6.2.7 Interviews der Lehrkräfte

6.2.7.1 Vorbemerkungen

Die Interviews mit den Lehrkräften wurden ebenso transkribiert. Die Auswertung geschah in analoger Weise zu den Schülerinterviews, so dass an dieser Stelle keine nähere Beschreibung des Verfahrens notwendig ist.

Der Schwerpunkt der Interviews mit den Lehrkräften des Modellversuchs war nicht, das Auftreten der drei Säulen des Rechnereinsatzes zu erfassen, sondern vielmehr, herauszufinden, welche Gefahren und welche Vorteile auf Seiten der Lehrkräfte gesehen werden, welche einschränkenden wie förderlichen Faktoren auf schulischer Seite auftreten.

Es wurden sechs Lehrkräfte befragt.

6.2.7.2 Ergebnisse der Lehrerinterviews

6.2.7.2.1 Startphase mit TC

Die Lehrkräfte wurden danach gefragt, ob sie einer Kollegin / einem Kollegen empfehlen würden, eine Klasse in Mathematik mit einem TC zu unterrichten. Alle Lehrkräfte haben diese Frage mit „Ja“ beantwortet. Auch möchten alle Lehrkräfte weiterhin mit dem TC arbeiten.

Die meisten Lehrkräfte haben die Einarbeitungsphase und das Vorbereiten des Unterrichts mit einem TC nicht als problematisch gesehen.

> *„Am Anfang muss man vielleicht das Gerät noch etwas kennen lernen.“*

Interviewausschnitt 6-23

> *„Es ist nicht wesentlich mehr Arbeit, als wenn du deinen Unterricht sorgfältig vorbereitest.“*

Interviewausschnitt 6-24

Auch Unterrichtsvorbereitungen müssen nicht völlig neu gestaltet werden:

> „Die bisherigen Unterlagen der Unterrichtsvorbereitungen (Anm. des Autors) *müssen nicht neu erfunden werden. Eventuell ein bisschen die Aufgaben anders formulieren, anders stellen, vielleicht offener stellen. Kommt auf den Unterricht an, den die Kollegin oder der Kollege vorher einfach gemacht hat. Aber die Materialien, die man hat können ohne weiteres weiter verwendet werden, auch selbst Schulaufgaben.“*

Interviewausschnitt 6-25

Allerdings kann es auch vorkommen, dass der TC-Einsatz von der Lehrkraft – obwohl sie ihn weiterempfiehlt – stark mit dem Begriff „Schwierigkeiten“ verbunden ist. Auffallend ist dabei, dass sich diese Schwierigkeiten (ähnlich wie bei den Schülerinnen und Schülern, die den TC-Einsatz eher ablehnen) in erster Linie auf Bedienungsprobleme fokussieren.

> *„Ich hab technische Schwierigkeiten bei den Schülern gehabt. Das halt dann irgendwelche Eingaben wieder nicht funktioniert haben, dass die Vergleichbarkeit der Rechner nicht gegeben war obwohl wir am Anfang praktisch – äh – mit – mit Betriebsauslieferungszustand begonnen haben und die Einstellungen gemeinsam verändert haben, äh. Es gibt halt die Probleme, dass Variablen belegt sind und dann irgendwann nach etlichen Wochen, wie es halt jetzt mit dem Nspire nicht mehr geht aber beim Voyage noch war – dann belegt waren, dann waren immer wieder Fehlermeldungen da, oder sie haben was zeichnen lassen und alles ist schwarz, weil halt eine gewisse – das Grid zu fein gewählt wurde. Warum funktioniert dieses nicht, warum funktioniert jenes nicht?“*

Interviewausschnitt 6-26

Es lässt sich vermuten, dass es wohl Probleme bereitet hat, mit der veränderten Unterrichtssituation, die durch Bedienungsschwierigkeiten auf Seiten der Schülerinnen und Schüler aufgetreten ist, zurecht zu kommen. Die Lehrkraft kann nicht jede Frage auf Anhieb beantworten und kann nicht zu jeder Fehlermeldung auf Anhieb die treffende Ursache angeben. Empfindet die Lehrkraft diese Situation als belastend und gelingt es ihr nicht, erfolgreich damit umzugehen, so beeinflussen diese Erlebnisse den Unterricht mit TC negativ. Viele Lehrkräfte berichteten in Gesprächen, dass sie, um diese Situationen zu meistern, solche Fragen stets offen mit der Klasse diskutiert haben und das Wissen und die Fertigkeiten der Schüler hier eingesetzt haben. Oftmals hat ein Schüler der Klasse ein Bedienungsproblem bereits gemeistert und kann seine Erfahrungen weitergeben. Es kam sogar zum Anlegen von Foren zum Austausch über derartige Fragen.

6.2.7.2.2 Händische Fertigkeiten

Die Frage danach, ob Schüler beim Unterricht mit einem TC noch ausreichend händische Grundkenntnisse haben, wurde an alle Projektlehrkräfte in ihren Schulen (durch Kolleginnen und Kollegen, Fachleiter, Schulleiter, Eltern und auch Schüler) herangetragen. Die quantitative Untersuchung hat dazu Antworten geliefert. Zusätzlich wurden aber die Projektlehrkräfte im Interview danach befragt. Die Antworten darauf waren eindeutig und gingen alle in die Richtung, die folgendes Zitat aufzeigt:

> *„Ich glaube nicht, dass die Grundtechniken verlernen werden. Weil antrainieren kann man sich so was immer, aber ich meine nicht, dass die einfachen Rechentechniken, einfache Gleichungsumformungen, einfaches Ableiten, so was kann man gar nicht verlernen, so was macht man auch wenn man den Rechner einsetzt im Unterricht, so was macht man auch mal ohne den Rechner. Also ich seh´ da keine Gefahr. Selbst wenn manche Techniken ein wenig in den Hintergrund geraten, nicht mehr so beherrscht werden, muss man sich die Frage stellen: ja, ist das so schlimm? Hauptsache sie haben die Mathematik verstanden, aber ich mein´ nicht dass das der zentrale – die Gefahr schlechthin ist.“*

Interviewausschnitt 6-27

Jedoch wurde auch darauf hingewiesen, dass hierfür die Einstellung der Lehrkraft wichtig ist und die Lehrkraft diejenige ist, die darauf zu achten hat, dass Grundfertigkeiten trainiert und regelmäßig verlangt werden. Diese Tatsache ist aber nicht neu und betrifft den Unterricht generell, denkt man etwa an das Überschlagsrechnen oder an das Kopfrechnen.

6.2.7.2.3 Faktoren, die den Integrationsprozess des TC behindern

6.2.7.2.3.1 Falsche Schlussketten

Auf Seiten der Lehrkräfte gibt es Vorurteile bzw. falsche Schlussketten über die Auswirkungen des Einsatzes von Technologie, welche sich negativ auf den Integrationsprozess an der Schule auswirken können.

> *„Da kam der Physik-Kollege, der meine 11. Klasse in Physik hat. Der hat gesagt, er hat jetzt eine Aufgabe in Physik gerechnet und er hat gesehen, die können gar keine quadratische Gleichung mehr und das liegt an dem Gerät.“*

Interviewausschnitt 6-28

Sollten Kolleginnen oder Kollegen solche voreiligen (falschen) Schlüsse ziehen, kann das, sollte die Meinung dieser Kolleginnen bzw. Kollegen in der jeweiligen Fachschaft Gewicht haben, dazu führen, dass die Mehrheit der Lehrkräfte einen TC-Einsatz ablehnt. Interessanterweise sind diejenigen Kolleginnen und Kollegen oft nicht bereit, sich intensiver mit dem TC, mit Unterrichtsvorschlägen oder mit Forschungsergebnissen zu beschäftigen.

6.2.7.2.3.2 Abwartende, passive Haltung

Einige Kolleginnen und Kollegen zeigen dem Einsatz des TC gegenüber eine passive, abwartende Haltung. Wenn der TC Einsatz nicht sie persönlich betrifft, dann tolerieren sie ihn.

> *„Da gab es einige wenige, die interessiert nachgefragt haben. Die meisten (*des Fachkollegiums der Schule. Anm. d. Autors*) akzeptieren, was wir machen – halten sich aber bewusst fern, das merkt man richtig. Auf die meisten muss man zugehen.“*

Interviewausschnitt 6-29

Offenbar spielt für manche auch eine Rolle, ob der Einsatz des TC eine freiwillige Tätigkeit ist oder ob er gefordert wird.

> *„Ob sich ein Fachkollege für die Mitarbeit im TC-Projekt entscheidet hängt schon davon ab, ob er die Wahl hat oder nicht, ob er's frei wählen darf oder ob er verpflichtet wird. „*

Interviewausschnitt 6-30

Diese eher passive Haltung trat bei allen befragten Projektlehrkräften auch auf Seiten der Schulleitung und der Funktionsträger, die für die Mathematik an der Schule zuständig waren, auf.

> *„Steine wurden zwar nicht in den Weg gelegt, aber die Unterstützung* (seitens Schulleitung und Fachbetreuung; Anm. d. Autors) *könnte, gerade jetzt, wo es um die Einführung geht, aktiver sein."*

Interviewausschnitt 6-31

6.2.7.2.3.3 TC Einsatz als isoliertes Phänomen

Der Einsatz eines TC kann von Lehrkräften als isoliertes Zusatzprojekt gesehen werden, welches außerhalb des „normalen Unterrichts" (darunter ist dann derjenige ohne TC zu verstehen) angesiedelt wird.

> Interviewer*:*
> *„Versteh´ ich das richtig, dass dann bei dir eine Trennung war zwischen CAS-Stunden und nicht CAS-Stunden?"*
> Lehrkraft*:*
> *„Nein, äh, (stockend, zögerlich) aber ich hab halt schon versucht also drei Stunden pro Woche, ob´s jetzt genau dann drei Unterrichtsstunden waren, aber die Zeit von drei Stunden pro Woche so zu gestalten als wäre das der ganz normale Unterricht der 11. Klasse. Und alles was über diese Zeit hinaus gegangen ist, hab ich dann versucht mit CAS die gleichen Aufgaben nochmal aufzugreifen oder darüber hinaus zusätzliche Aufgabenstellungen zu bewältigen."*

Interviewausschnitt 6-32

Auf diese Weise kann aber keine Integration des TC in die Lern- und Lösungsprozesse erfolgen. Auffällig ist, dass die Schüler der Lehrkraft, die diese Einstellung hat, in den Interviews nichts äußerten, was auf Einsatz des TC zur Unterstützung des Unterrichts (wie Visualisieren, Experimentelles Arbeiten) hinweist. Diese Schüler äußerten auch vermehrt Unbehagen dem Werkzeug gegenüber. Sie erlebten aber offenbar auch nicht, dass Mathematik-Unterricht und TC verbunden sind, sondern es entstand vielmehr der Eindruck, dass der TC einen Zusatz zum „normalen Unterricht“ darstellt.

6.2.7.2.4 Kollegium – Administration – Eltern –Schüler

Die Lehrkräfte wurden gezielt danach gefragt, ob es auf Seiten des Kollegiums, der Administration, der Eltern und/oder der Schüler zu Schwierigkeiten im Laufe des Modellversuchs gekommen ist.

6.2.7.2.4.1 Kollegium

Mit dem Fachkollegium scheint es keine größeren Schwierigkeiten gegeben zu haben. Als hinderlich wurde die bereits ausgeführte passive Haltung gesehen, die z. T. auch ablehnend sein konnte. Es wird von „kritischen Spitzen“ berichtet, die in Richtung der Modelllehrkräfte zielten. Diese betreffen oft Vorurteile bezüglich der Fähigkeiten der Schüler, welche durch einen TC verloren gehen könnten. An dieser Stelle wurde Überzeugungsarbeit nötig. Hier haben aber auch Modelllehrkräfte den Dialog mit Kolleginnen und Kollegen gesucht.

Sollte eine Fachkollegin bzw. ein Fachkollege mit TC unterrichten, dies aber widerwillig tun, so kann das dazu führen, dass den Schülerinnen und Schülern ein falsches Bild vom Unterricht mit dem TC vermittelt wird. Dadurch entsteht ablehnende Haltung auf Seiten der Schüler, aber auch auf Seiten der Lehrkraft, welche auf das übrige Kollegium ausstrahlen kann und dort (gerade bisher nicht offen aufgetretenen) Skeptikern des TC-Einsatzes Gründe liefert, den TC abzulehnen. Dieser Effekt kann die Etablierung des TC-Einsatzes an der Schule stark behindern oder sogar zur Beendigung des TC-Einsatzes führen. Beides wurde im Modellversuch beobachtet.

> *„Im Nachhinein betrachtet gab es Probleme, dass der Rechner in Klassen von Kolleginnen und Kollegen eingesetzt wurde, die Kolleginnen und Kollegen aber nicht dahinter standen. Und damit auch ein falsches Bild an die Schüler vermittelt haben – vom Einsatz dieses Geräts.“*

Interviewausschnitt 6-33

Andererseits gab es auch Modelllehrkräfte, deren TC-Einsatz das restliche Kollegium nach eigener Aussage nicht tangiert hat, diese Lehrkräfte haben aber auch den Dialog nicht gesucht.
Bis auf organisatorische Fragen zur Nutzbarkeit in Prüfungen außerhalb der Mathematik gab es mit Kolleginnen und Kollegen fremder Fächer keine Schwierigkeiten.

6.2.7.2.4.2 Administration

In Zusammenhang mit der Leitung der Schule wurde nur über eine Schwierigkeit berichtet. Dies ist die fehlende aktive Unterstützung des Projekts. Der TC-Einsatz wurde geduldet, in Presseveranstaltungen beispielsweise sogar gerne gesehen, aber nicht aus eigenem Antrieb aktiv unterstützt. Dies kann dazu führen, dass sich alle „Überzeugungsarbeit" rein auf eine Projektlehrkraft konzentriert und diese durch den andauernden passiven Widerstand demotiviert wird.
In Zusammenhang mit ministeriellen Stellen wurde nur berichtet, dass es zeitweise an klaren Aussagen fehlte. Im Rahmen eines Modellprojekts ist dies aber nicht anders zu erwarten. Bei einer flächendeckenden Einführung ist aber zu berücksichtigen, dass rechtzeitig klare Vorgaben und Rahmenbedingungen festgelegt werden müssen.

6.2.7.2.4.3 Eltern

Hier wurde über keine größeren Schwierigkeiten berichtet. Im Rahmen des Modellprojekts wurden der TC z. T. nur in einer Jahrgangsstufe eingesetzt, niemals in der zentralen Abiturprüfung. Diese beiden Punkte gaben (verständlicherweise) Anlass zu kritischen Stimmen seitens der Eltern. Diese wurden jeweils in persönlichen Gesprächen erörtert. In den meisten Projektschulen fanden Elternabende statt – ein Werkzeug, das sich als unterstützend und positiv herausgestellt hat.

6.2.7.2.4.4 Schüler

Hier wurde nur berichtet, dass zum Beginn des TC-Einsatzes z. T. ablehnende Haltungen auf Schülerseite aufgetreten sind, welche offenbar meist Bedienungsschwierigkeiten als Ursache hatten. Die Eingewöhnungsphase dauert Zeit und bedarf gezielter Unterstützung durch die Lehrkraft. Diese Phase empfinden Lehrkräfte, welche nach eigenen Angaben zu wenig Sicherheit im Umgang mit dem TC haben, als schwierig. Wird diese Phase nicht gemeistert, kann das eine völlige Ablehnung des TC auf Seiten der Schüler zur Folge haben. Das kann so weit führen, dass der TC nicht mehr eingesetzt wird. Ein solcher Fall konnte im Modellversuch wiederholt beobachtet werden. Die eigentliche Ursache liegt aber hierbei eher auf Seiten der Lehrkraft als auf Seiten der Schüler.

6.2.7.2.4.5 Ergänzungen

Vorher beschriebenen negativen Effekten kann nur durch persönlichen Einsatz begegnet werden. Hier muss durch persönliche Gespräche, durch das Einladen von Referenten, das Durchführen von Fortbildungsveranstaltungen oder von Elternabenden versucht werden, den konstruktiven Dialog zu suchen. Auch im Modellprojekt war dies mehrfach nötig und hat immer positiven Einfluss bewirkt.

Daneben ist es entscheidend, dass diejenigen Lehrkräfte, welche an den Schulen den TC-Einsatz vorantreiben wollen und als „Pilotlehrkräfte" tätig sind, in einem Netzwerk mit solchen Lehrkräften anderer Schulen verbunden sind, so dass ein gegenseitiger Austausch, nicht nur von Unterrichtsmaterial und –ideen, sondern auch zur gegenseitigen Beratung möglich ist. Im Modellprojekt wurde dies sowohl durch eine Austauschplattform im Internet, durch Email und Telefon, als auch durch regelmäßige persönliche Treffen organisiert.

6.2.7.2.5 Die Vorteile des TC in Schülerhand

Die Lehrkräfte sehen es als zentral an, dass die Schüler den TC immer zur Verfügung haben:

> *„Der zentrale Vorteil ist die sofortige Verfügbarkeit."*

Interviewausschnitt 6-34

Dies erstreckt sich insbesondere auch auf die Arbeit zu Hause:

> *„Der Hauptvorteil ist eigentlich, dass ihn* (den TC; Anm. d. Autors) *der Schüler einfach auch zuhause hat und zuhause einsetzen kann. Ansonsten ist es nur im Unterricht ja wenig gewinnbringend."*

Interviewausschnitt 6-35

Der TC unterstützt die Eigentätigkeit der Schüler:

> *„(…) und der Schüler kann sich selber damit* (mit dem TC; Anm. d. Autors) *auseinandersetzen und ist nicht zum Konsumenten verdammt."*

Interviewausschnitt 6-36

Ebenso unterstützt der TC die Schüler in ihren individuellen Lösungsansätzen und Lösungswegen:

> *„(…) dass die Schüler oft ganz andere Ideen haben, selber hat man ´ne gewisse Vorstellung, aber manchmal kann man – sind das ganz andere Ideen. Also grad sehr gute Schüler haben besondere Ideen womit sie dann auch mich zum Teil herausgefordert haben und andere Schüler, eher schlechtere Schüler, zum Teil auch ganz grundlegende Ideen auf die ich vielleicht gar nicht mehr gekommen wäre, (…). Es gibt sehr viele Zugänge."*

Interviewausschnitt 6-37

6.2.8 Erfahrungsberichte aus den Projekttreffen

6.2.8.1 Phase IV

Im Schuljahr 2006/2007 fanden zwei Projekttreffen statt, ein dreitägiges Treffen Anfang Oktober 2006 und ein zweitägiges Treffen im März 2007.

Da der Fokus nun auf die Jahrgangsstufe 11 gelegt wurde, wurden den Teilnehmerinnen und Teilnehmern anhand konkreter Beispiele Einsatzmöglichkeiten des TC im Rahmen des Stoffes der Jahrgangsstufe 11 vorgestellt. Dabei wurde aktiv gearbeitet und es wurden alle entstehenden Fragen besprochen.

Eine erste Diskussion über die Dokumentation von Lösungen mit TC wurde angestoßen.

Es wurde besprochen, zur Evaluation eine gemeinsame Prüfungsaufgabe in einer Klassenarbeit zu erstellen und durchzuführen. Dieser auf diesem Treffen getätigte Wunsch wurde leider nicht durchgeführt, eine entsprechend große Gruppe an Lehrkräften hielt dies im zweiten Projekttreffen nicht mehr für durchführbar.

Die Projektlehrkräfte wurden aufgrund ihrer bisherigen Erfahrungen, sofern vorhanden, in einen Planungsprozess für eine Materialhandreichung für die Jahrgangsstufe 10 eingebunden. Dazu wurden zuerst vergleichbare Handreichungen aus anderen Bundesländern gesichtet und besprochen. Die Kombination an Teilnehmerinnen und Teilnehmern mit Erfahrung im Unterrichten mit TC und ohne Erfahrung im Unterrichten mit TC stellte sich dabei als sehr produktiv heraus. Die Lehrkräfte bildeten eine Redaktionsgruppe und verteilten entsprechende Materialbeiträge.

Auf dem Treffen wurde eine Vielzahl an Punkten besprochen, welche sich aufgrund des vergangenen Jahres als notwendig für eine Klärung mit den administrativen Stellen erwiesen. Außerdem haben die Projektlehrkräfte im Vorschlagscharakter einen Zeitplan für das Projekt aufgestellt, der in eine größere Verbreitung münden sollte. Diese Rückkopplungsarbeit in den Projekttreffen hat sich als regelmäßiger Programmpunkt erwiesen, der den Fortgang des Projektes enorm beeinflusste.

In zweiten Projekttreffen wurde zunächst der Rahmen für den Austausch von Erfahrungen geschaffen. Zusätzlich wurde ein Austausch und eine Diskussion mit Vertretern der Administration ermöglicht.

In weiteren Arbeitsgruppen wurden Unterrichtsbeispiele besprochen. Hierbei wurde dem Wunsch, eigene Beispiele mitzubringen, kaum entsprochen. Dies ist eine Erfahrung, die sich aus den vorangegangenen Phasen bestätigt.

Der Thematik der Verwendung des TC in mündlichen wie schriftlichen Prüfungen und die Dokumentation der Lösungen wurde eine eigene Arbeitsgruppe gewidmet.

Schließlich erfolgte noch die mittlerweile obligatorische Rückmeldungsrunde und Projektplanung für die nähere Zukunft.

Auch in der Phase IV stellten sich die persönlichen Treffen als notwendig und den Prozess unterstützend heraus. Zwar gab es eine Online-Plattform zum Materialautausch und zur Kommunikation sowie die Möglichkeit der Kommunikation per Email oder Telefon, aber eine spezielle Tagung zu dieser Thematik unterstützt den gegenseitigen Austausch enorm. Gerade die Möglichkeit zum informellen Austausch neben oder abseits der offiziellen Programmpunkte wurde nach Aussage der Lehrkräfte intensiv genutzt. Eine andere Organisationsform kann dies nicht ermöglichen. Diese Treffen stellten nach Rückmeldungen der Lehrkräfte immer auch einen Motivationsschub dar. Zum einen dadurch, dass man über gewisse positive und heikle Punkte sprechen und feststellen konnte, dass sie über die eigene Person hinaus auch andere betreffen – zum anderen dadurch, dass ein Fortschreiten in der Entwicklung gemeinsam mit allen administrativen Stellen beobachtbar war.

6.2.8.2 Phase V

Im Schuljahr 2007/2008 fanden zwei dreitägige Projekttreffen statt, ein Treffen im September 2007 und eines im Mai 2008.

Bei dem ersten Treffen fanden zunächst eine Vorstellung neuer Kurzergebnisse der Evaluation sowie ein Erfahrungsaustausch in Kleingruppen über das vergangene Schuljahr statt.

In der Rückkopplungsrunde für die Administration wurde ein mögliches Modell für die Integration eines TC in eine schriftliche Abschlussprüfung (Abitur) erstellt, diskutiert und bewertet. Weiterhin wurde für eine erste solche Abschlussprüfung ein Zeitplan unter Berücksichtigung aller Maßnahmen (Handreichung, Musteraufgaben, Fortbildungsmaßnahmen) erstellt.

In einem großen Block wurden verschiedene Unterrichtsbeispiele vorgestellt und Materialien angeboten. Alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer erhielten eine CD ROM mit folgendem Inhalt:

- Handreichungsbeiträge
- Beispiele von Klassenarbeiten
- Handbücher zum TC „Nspire™ CAS“
- Beispiele von CAS-Abituraufgaben anderer Bundesländer
- Übersicht über den Modus der Abiturdurchführung mit CAS in anderen Bundesländern
- Materialien zur Dokumentation von Lösungen mit TC
- Materialien zur Einführung des Ableitungsbegriffes
- Materialien zu Extremwertaufgaben
- „MinuteMadeMath“ (MMM) – Materialien

Die Materialien wurden vorgestellt und z. T. in Arbeitsgruppen aktiv behandelt. Themen der Arbeitsgruppen waren: Ableitungsbegriff, Dokumentation von Lösungen am Beispiel von Extremwertaufgaben, MMM, Prüfungsaufgaben mit TC. Dabei war die Rückmeldung durchweg positiv.
Die bestehenden Beiträge zur Handreichung wurden gesichtet und in eine Reihenfolge gebracht. Ein Inhaltsverzeichnis einer Handreichung wurde erstellt.

Im zweiten Treffen wurde über die zur Verfügung gestellten Materialien reflektiert.
Beim Erfahrungsaustausch der Lehrkräfte wurde eine Thematik besonders eingehend behandelt, nämlich die Frage, wie sich das Projekt an den einzelnen Schulen auf breitere Basis stellen lässt. Die Lehrkräfte führten folgende Effekte und Beobachtungen an, die ihnen eine Verbreiterung an der eigenen Schule erschwerten:

- KollegInnen lehnen den Computereinsatz generell ab
  Solchen Einstellungen kann schwer durch Argumente, wohl aber durch die Schulleitung und Administration begegnet werden.
- KollegInnen sehen hohe Arbeitsbelastung durch einen „anderen“ Unterricht

Hier können Fortbildungen helfen, die aufzeigen, dass solche Ängste unnötig sind. Es wurde die Möglichkeit diskutiert, dass man einmal pro Halbjahr eine schulinterne (oder mit einer anderen Projektschule kooperative) Fortbildung durchführt.

- KollegInnen sehen den Mehrwert des TC-Einsatzes nicht.
  Hier können Fortbildungen helfen, gerade auch mit Unterrichtsmitschau. In einer halbstündigen Vorstellung im Rahmen einer Fachsitzung können bei weitem nicht alle Vorteile aufgezeigt werden. Einer gezielt negativen Einstellung von KollegInnen kann aber nur schwer begegnet werden.
- Stundenplaner sehen die Unmöglichkeit einer Umsetzung eines „neuen Zweiges“.
  Erste Diskussionen zeigten, dass ein evtl. Einsatz von CAS in einem Zweig oder durch Wahl der Schüler bei Stundenplanern das Argument aufwirft, man mache jetzt einen weiteren Zweig auf, der zusätzlichen Arbeitsaufwand und weitere organisatorische Probleme verursache.
  Diesem Argument kann begegnet werden, indem man die Bedeutung des Modellversuchs unterstreicht und aufzeigt, dass die Bedenken lösbar sind. Eine deutliche Linie der Schulleitung erübrigte hier eine Diskussion.
- KollegInnen sehen Unsicherheiten, sehen keine Linie und kein Ziel. Der Modellversuch läuft schon relativ lange mit „wandelnden Aussagen“. Die KollegInnen vermissen eine klare Aussage seitens der Administration. Solange es hier keine Aussage gebe, sehe man keine Notwendigkeit, irgendetwas zu tun und womöglich unnötig „vorzupreschen“.
  Diesen Argumenten kann nur durch die Administration begegnet werden. Diese sollte den Projektschulen (deren Schulleitungen) die Bedeutung des Modellversuchs und die Notwendigkeit der breiten Unterstützung an der Schule verdeutlichen, in einem Schreiben oder einem persönlichen Gespräch.

Ein Referent aus einem anderen Bundesland informierte die Lehrkräfte über die dortige Umsetzung des Abiturs mit TC. Basierend darauf wurde der im letzten Treffen entwickelte Umsetzungsvorschlag neu überarbeitet.

Ein Vertreter der Administration informierte die Lehrkräfte über den nun konkreten Zeitplan der Einführung des TC im Mathematikunterricht. In diesem Plan konnten die Lehrkräfte vieles ihrer bisherigen Arbeit wiederfinden. Die oben angeführten Bedenken wurden –was die Administration betrifft – damit entkräftet.

Die Erfahrung gerade dieser Phase hat gezeigt, dass ein Modellprojekt auch bei noch so gutem Unterstützungsangebot zu scheitern droht, wenn es nicht gelingt, es vor Ort genügend zu verankern. Hier können verschiedene Maßnahmen helfen. Geeignetes Material kann helfen, die Berührungsängste mit einem TC abzubauen. Fortbildungen und der Austausch mit Lehrkräften, die bereits mit TC unterrichten, können helfen, Fehlvorstellungen zu vermeiden. Administrative Stellen (übergeordnet wie lokal an den Schulen) können und müssen helfen, indem sie einen geeigneten rechtlichen und organisatorischen Rahmen schaffen.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Der Modellversuch M³, initiiert vom Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus, bildet das Untersuchungsfeld der vorliegenden Studie. Dieses Untersuchungsfeld des langfristigen Projektes stellt eine authentische Entwicklungsumgebung dar. Daher lassen sich die Beobachtungen aus der Studie gut auf die Unterrichtswirklichkeit übertragen.

Aus den Anliegen des Ministeriums und aus den offenen Fragen derzeit existierender Studien zum TC-Einsatz resultierte die Frage: „Welche Entwicklungen lassen sich beim langfristigen TC-Einsatz in einem realistischen Untersuchungsfeld beobachten und welche Faktoren beeinflussen diese Entwicklungen?“ Diese Untersuchungsfrage lässt sich in die in Abschnitt 3.2 beschriebenen Teilfragen untergliedern, welchen durch quantitative und qualitative Methoden nachgegangen wurde.

Die Ergebnisse werden hier zusammenfassend nach diesen Teilfragen geordnet dargestellt.

7.1 Ergebnisse bzgl. der Schüler

7.1.1 Erhalt händischer Rechenfertigkeiten

Bezüglich zentraler händischer Fertigkeiten lassen sich keine signifikanten Unterschiede zwischen Schülern, welche mit einem TC unterrichtet werden und solchen, die ohne TC arbeiten, beobachten. Es lassen sich Hinweise darauf finden, dass die Tendenz besteht, dass Schüler in TC-Klassen beim Lösen von Gleichungen geringere händische Fertigkeiten aufweisen, wohingegen sie bei Aufgabenstellungen, in denen argumentiert und begründet werden muss, tendenziell besser abschneiden als die Schüler aus den Klassen ohne TC. Diese Beobachtungen blieben im Laufe des Projektes unverändert. Dieses Ergebnis deckt sich mit dem anderer Studien, welche ebenfalls zu diesem Schluss kommen. Das bei Lehrkräften und in der Öffentlichkeit verbreitete Argument, dass ein TC zu einer Reduktion von Rechenfertigkeiten führe, wurde durch dieses

Projekt nicht belegt. Dies ist insbesondere bedeutsam, da es im Rahmen von M³ kein spezielles Unterrichtskonzept zum Erhalt solcher Fertigkeiten gab, wie dies etwa bei CAliMERO[203] der Fall ist, wo spezielle rechnerfreie Aufgabeneinheiten etabliert werden. Die Mehrzahl der Lehrkräfte des Projektes M³ kam im Laufe des Projekts sogar zu dem Schluss, dass solche elementaren Fertigkeiten wie z. B. das Umformen von Termen oder das Bilden von Ableitungen erhalten werden können, ohne dass sie in rechnerfreien Prüfungsaufgaben abgeprüft werden müssen. Durch die Existenz des TC, welcher solche elementaren Fertigkeiten „per Knopfdruck“ ausführt, wird eine Reflexion über die Bedeutung eines derartigen Wissens und Könnens angeregt.

7.1.2 Ergebnisse verschiedener Leistungsgruppen

In den ersten beiden Jahren des Projektes schien es, dass leistungsschwächere[204] Schüler der Modellklassen gegenüber leistungsschwächeren Schülern der Kontrollklassen einen höheren Leistungszuwachs erreichten. Ein solches Phänomen zeigte sich z. B. auch in dem CAliMERO-Projekt[205] oder in anderen Forschungsprojekten[206]. Bei CAliMERO traten sogar signifikante Steigerungen auf. Allerdings sind diese Steigerungen im dritten und vierten Jahr des M³-Projektes nicht sichtbar gewesen. Dies mag daran liegen, dass in Studien wie den vorher genannten die Lehrkräfte mit speziellen Konzepten unterrichteten, während im vorliegenden Fall die Lehrkräfte den TC in ihren individuell gestalteten Unterricht integrierten und dazu „nur“ Angebote an Material und Fortbildungen erhielten.

Bei den mittleren Leistungsgruppen traten im M³-Projekt keine Unterschiede zu den Kontrollklassen auf – bei den leistungsstarken Gruppen trat in der Jahrgangsstufe 10 dagegen sogar eine geringere Leistungssteigerung als bei den

[203] (Ingelmann, 2009)
[204] Als „leistungsschwach“ wird ein Schüler bezeichnet, dessen Gesamtergebnis im Vortest zu Beginn des Schuljahres im unteren Quartil liegt.
[205] (Ingelmann, 2009), S.140
[206] wie etwa (Hong, et al., 2000)

entsprechenden Gruppen der Kontrollklassen auf. Dies zeigte sich in der Jahrgangsstufe 11 nicht mehr.

Für einen langfristigen Einsatz des TC lässt sich aus den Beobachtungen nicht ableiten, dass insbesondere leistungsschwächere Schüler vom TC profitieren. Es zeigt sich aber, dass es nicht – wie häufig befürchtet - zu einer Öffnung der Leistungsschere kommt.

Zur Frage der Förderung von Schülern ist die Entwicklung von Materialien zur Binnendifferenzierung für unterschiedliche Leistungsgruppen – wie im aktuellen Projekt MABIKOM[207] – ein wichtiger Schritt in diese Richtung.

7.1.3 Verwendung des TC beim Lösen von Aufgaben

Einsatz und Erfolg

Einen ersten Einblick in die Art und Weise der Verwendung des TC beim Lösen von Aufgaben lieferten die TC-Tests, in denen die Schüler der Modellklassen zu zwei Terminen im Schuljahr Aufgaben bearbeiteten, den TC nach eigenem Ermessen einsetzten und dies in einem zusätzlichen Fragebogen dokumentierten. Es zeigte sich, dass die Schüler eine relativ lange Zeit brauchen (etwa ein Schuljahr), bis sie offenbar mit dem TC als Hilfsmittel so vertraut sind, dass sie ihn bei der Bearbeitung von Aufgaben verstärkt und problemadäquat einsetzen. Interessant ist dabei, dass gerade zum Ende des Schuljahres diejenigen Schüler, die den TC bei der Bearbeitung der Aufgaben eingesetzt haben, deutlich besser abschnitten als diejenigen, die den TC nicht einsetzten. Es zeigte sich weiterhin, dass auf die Art und Weise des Rechnereinsatzes bei der Bearbeitung der Aufgaben der erlebte Unterricht (also der Faktor „Lehrkraft“) mehr Einfluss als die Zugehörigkeit der Schüler zu einer Leistungsgruppe hat.

[207] Das Projekt MABIKOM (**Ma**thematische **bi**nnendifferenzierende **Ko**mpetenzentwicklung in einem mit neuen Technologien unterstützten **M**athematikunterricht) wurde 2008 gestartet und ist bis 2012 angelegt.

Einsatzzeitpunkt und Lösungsstrategien

Setzen Schüler den TC beim Lösen von Aufgaben ein, dann geschieht dies verstärkt erst zum Ende des Schuljahres und dann überwiegend während des gesamten Lösungsprozesses. Dies zeigt erneut, dass es relativ lange dauert, bis der TC in die individuelle Problemlösestrategie integriert wird.

Zunächst wandten die Schüler innerhalb der einzelnen Klassen eher ähnliche Lösungsstrategien[208] an, erst zum Schuljahresende streuten die Lösungsstrategien breiter, sowohl innerhalb der Gesamtgruppe, als auch innerhalb der Klassen. Weiterhin zeigte sich, dass die größere Vielfalt an Lösungswegen von der Lehrkraft im Unterricht aufgezeigt werden muss. Schließlich wurde in den Interviews mit den Schülern auch deutlich, dass die schriftliche Dokumentation der Lösungsstrategien sehr bedeutsam ist. Wird dies im Unterricht zu wenig thematisiert, kann dies dazu führen, dass die Schüler den TC aus der Befürchtung heraus nicht einsetzen, bei bewerteten Aufgaben Punkte abgezogen zu bekommen.

Verschiedene Darstellungsformen (graphisch, numerisch, symbolisch)

Unterscheidet man bei den Lösungsstrategien nach symbolisch, numerisch und graphisch, so zeigt sich, dass der numerische Bereich eine untergeordnete Rolle spielt. Wurden die Lehrkräfte vor einem Klassentest nach ihrer Einschätzung hinsichtlich der Art und Weise des TC-Einsatzes der Schüler gefragt, so zeigte sich, dass die Schüler mit dem TC weitaus mehr symbolisch, aber weitaus weniger graphisch arbeiteten als die Lehrkräfte dies vermuteten.

Insgesamt zeigen die TC-Tests, dass erst nach relativ langer Zeit eine Integration des TC in den Lösungsprozess erfolgt. Sind die Schüler aber einmal damit vertraut, dann schlägt sich die Verwendung des TC in signifikant besseren Er-

[208] Darunter sind zunächst Strategien zu verstehen, welche sich symbolischer, graphischer oder numerischer Wege bedienen. Innerhalb dieser Wege gibt es dann weitere Unterschiede, z. B. können Nullstellen einer Funktion am TC mithilfe des Befehls zum Lösen von Gleichungen, aber auch mithilfe eines speziellen Befehls zur Ermittlung von Nullstellen bestimmt werden.

gebnissen in den Aufgabenbearbeitungen nieder. Dabei zeigen sich deutliche Hinweise auf eine Verknüpfung zwischen dem Unterricht und dem Einsatz des TC in den Testaufgaben.

Das Feld des Verwendens des TC beim Lösen von Aufgaben muss Gegenstand weiterer Forschungen sein, um etwa folgenden Fragen nachzugehen: Warum besteht eine Differenz zwischen graphischem und symbolischem Arbeiten bei Schülern und den Erwartungen der Lehrkräfte? Welche Bedeutung kommt dem numerischen Bereich im Unterricht zu? Wie lässt sich die Zeitspanne verkürzen, bis der TC von den Schülern verstärkt in ihre persönlichen Lösungsstrategien integriert wird? Welche Bedeutung kommt vielfältigen Lösungsstrategien im Unterricht und bei Prüfungen zu? Wie lässt sich die Kompetenz des selbstständigen problemadäquaten Arbeitens mit verschiedenen Lösungsstrategien im Unterricht schulen? Wie lassen sich diese in schriftlicher Form dokumentieren? Wie lassen sich diese von der Lehrkraft geeignet bewerten?

7.1.4 Einordnung in das Drei-Säulen-Modell

Der TC als Rechen-, Lehr- und Lernwerkzeug – so wie er im Drei-Säulen-Modell dargestellt wurde, zeigt sich beim realen Unterrichtseinsatz im Klassenzimmer. Interessant ist es, dass die Schüler den TC stärker als „Lernwerkzeug“ und weit weniger als „Rechenwerkzeug“ empfinden. Besonders bedeutsam ist an dieser Stelle, dass dies **alle** interviewten Schülerinnen und Schüler äußern – unabhängig davon, welchen Unterricht sie konkret erlebt haben. Dies ist ein Indiz dafür, dass Schüler den TC als Lernwerkzeug begreifen und annehmen. Dieser Nutzen tritt weitgehend unabhängig von der Art des Unterrichts auf, er wird offenbar durch die Verwendung des TC selbst angestoßen.

In Klassen, in denen die Lehrkraft den TC wenig in den Unterricht integrierte, äußerten sich die Schüler nahezu ausschließlich in Richtung Lernwerkzeug. Angaben zum Einsatz des TC als Lehrwerkzeug fanden sich hier natürlich nur sehr selten. Interessanterweise äußerten die Schüler insgesamt wenig zum Einsatz des TC als Rechenwerkzeug – sie sehen also primär nicht den Nutzen darin, dass der TC eine Vielzahl an Rechnungen abnimmt. Sie sehen den Nutzen im Visualisieren, im Kontrollieren, im Unterstützen des Lernens.

7.1.5 Einstellungen der Schüler zum TC

Die Einstellungen der Schüler zum TC waren insgesamt positiv. Eine deutliche Mehrheit empfindet den Unterricht mit TC abwechslungsreich, gut die Hälfte empfindet ihn interessant. Diese Werte konnten langfristig in vier Jahren bestätigt werden. Eine in den anfänglichen Jahren beobachtete deutliche Polarisierung in eine Gruppe, die den TC annimmt und weiterhin mit ihm arbeiten möchte und in eine Gruppe, die ihn ablehnt, konnte langfristig nicht in dem Maße bestätigt werden. Diese Ergebnisse sind insofern bedeutsam, da die befragten Schüler unterschiedlichen Unterricht mit unterschiedlichen Rahmenbedingungen erlebten. Die Lehrkräfte integrierten den TC jeweils in ihre persönliche Art des Unterrichtens. Ein Einfluss des Material- und Unterstützungsangebots kann vermutet werden, müsste aber für detaillierte Aussagen eingehend untersucht werden.

Betrachtet man die zeitliche Entwicklung über vier Jahre, so fällt auf, dass eine deutliche Steigerung bei den Aussagen auftritt, dass der Unterricht mit TC Freude bereitet, dass der TC als Erleichterung empfunden wird, dass man weiterhin damit arbeiten möchte und Mitschülern empfehlen würde, in Klassen zu gehen, die mit TC arbeiten. Andererseits nimmt die Beschäftigung mit dem TC außerhalb des Unterrichts ab, was vermutlich auf eine „Normalisierung“ hindeutet in dem Sinne, dass der TC zu einem selbstverständlichen Werkzeug (analog zum wissenschaftlichen Taschenrechner) wird.

7.2 Ergebnisse bzgl. der Lehrkräfte

7.2.1 TC als Katalysator für „moderne" Unterrichtsformen

Die Auswertung der Stundenprotokolle der ersten beiden Phasen hat gezeigt, dass der TC überwiegend in „modernen" Unterrichtsformen wie Partner-, Gruppen- oder Projektarbeit eingesetzt worden ist. In den Fragebögen der weiteren Phasen des Modellversuchs wurde dies bestätigt. Allerdings ist dies bei verschiedenen Klassen unterschiedlich. Daraus lässt sich vermuten, dass der TC ein Katalysator für solche Unterrichtsformen sein könnte. Dies genauer zu beleuchten ist eine Aufgabe zukünftiger Forschung.

7.2.2 Prüfungsformen mit TC

Der TC wurde von den meisten Lehrkräften in schriftlichen Prüfungen erlaubt, allerdings mit unterschiedlicher Gewichtung. Teilweise gab es bei den Klassenarbeiten hilfsmittelfreie Teile, teilweise wurden einzelne Klassenarbeiten ohne TC geschrieben. Bei mündlichen Prüfungen hat etwa die Hälfte der Lehrkräfte den TC eingesetzt. Allerdings machten nur zwei Lehrkräfte genauere Angaben zur Art der mündlichen Prüfungsform, dies waren Referate bzw. bewertete Projektarbeiten.

7.2.3 Veränderung von Prüfungsaufgaben

Die Lehrkräfte haben ihre Prüfungsaufgaben (bezogen auf die schriftlichen Aufgabenstellungen in Klassenarbeiten) nicht übermäßig verändert. Sie hätten den überwiegenden Teil der Aufgaben auch gestellt, wenn sie keinen TC zur Verfügung gehabt hätten. Allerdings lässt sich erkennen, dass sich in manchen Aufgaben die Möglichkeit breiterer Lösungsstrategien wie numerische Näherungen oder graphisches Arbeiten widerspiegelt. Anfangs führten einige Lehrkräfte Prüfungsarbeiten in zwei Teilen durch, einen Teil ohne TC, einen mit TC. Auf diese Weise sollten elementare händische Fertigkeiten gesichert werden. Allerdings wurde – wie in 7.1.1 bereits geschildert – im weiteren Verlauf des Projekts von den Lehrkräften überwiegend auf eine äußere Teilung von Aufgaben verzichtet. Betrachtet man nur Prüfungsaufgaben, so scheint es nach der Stellung der Aufgaben keine großen Veränderungen durch den TC gegeben zu haben. Die Veränderungen spiegeln sich vielmehr in den zur Lösung der Aufgaben möglichen Lösungsstrategien und nicht so sehr in den Aufgabenstellungen wider. Das Projekt zeigte auch, dass man die Verwendung des TC in schriftlichen Prüfungen nicht untersagen darf. Untersagt dies die Administration (etwa um keine rechtlichen Rahmenbedingungen neu schaffen zu müssen) oder untersagt dies die Lehrkraft (etwa um nahe am bisher Gewohnten zu bleiben), so kann das – wie im Modellversuch beobachtet – zu einem Akzeptanzproblem und Verdrängen des TC aus dem Unterricht führen.

7.2.4 Einstellung der Lehrkräfte zum TC

Die Lehrkräfte sehen den Einsatz des TC mit großer Mehrheit positiv.

Treten bei der Lehrkraft Akzeptanzprobleme in Zusammenhang mit dem TC auf, so ist dies auch bei den Schülern der Fall.

Bezüglich der Einsatzhäufigkeit kommt es bei den Lehrkräften zur Bildung von zwei Polen. Eine Gruppe setzt den TC sehr häufig ein (überwiegend jede Stunde bzw. jede zweite Stunde), die andere Gruppe setzt den TC seltener als einmal pro Woche ein. Auf Seiten der Schüler spiegelt sich diese Polbildung nicht wider. Es scheint also, dass zwischen Lehrkraft und Schülern an dieser Stelle kein Zusammenhang besteht. Warum dies so ist, müsste eigens untersucht werden.

Bei den Lehrkräften zeigten sich zwei Pole auch bei der Integration in ihren persönlichen Unterricht. Bei einer Gruppe von Lehrkräften ist der TC fester Bestandteil ihres Unterrichts geworden, bei der anderen Gruppe nicht. Wird der TC nur isoliert, d. h. etwa nur in einer bestimmten Wochenstunde, oder aber nur innerhalb eines gewissen Zeitraumes (etwa Projektwochen) eingesetzt, so etabliert er sich schwerlich im Unterricht.

Die Lehrkräfte sehen den TC als Werkzeug zum Lehren und Lernen von Mathematik an, sie möchten auch alle weiterhin mit dem TC arbeiten. Gefahren bezüglich des Verlustes händischer Fertigkeiten sehen die Lehrkräfte nicht, da man dem im Unterricht gezielt entgegenwirken kann. Für zukünftige Forschung stellt sich die Frage, wie man es erreichen kann, dass die Vorteile, die die Lehrkräfte generell sehen, zu einem adäquaten Einsatz des TC und auch zu einer weiteren Verbreitung des TC führen.

7.3 Ergebnisse bzgl. der Inhalte

Die durch den Lehrplan vorgegebenen Inhalte konnten in den Jahrgangsstufen allesamt behandelt werden. Ein TC kann also langfristig in den Unterricht integriert werden, unabhängig von der inhaltlichen Ausrichtung des Lehrplans.

Bei den Inhalten traten Schwerpunktverschiebungen dahingehend auf, dass es zur Behandlung einer höheren Zahl an Aufgabenstellungen gekommen ist bzw. zu einer Behandlung von komplexeren Aufgaben. Manche dieser komplexeren Aufgaben wurden nach Angaben der Lehrkräfte erst durch den TC ermöglicht. Hierzu gehören beispielsweise Aufgaben mit einem erhöhten Anwendungsbezug, Aufgaben, welche fächerverbindende Themen behandeln oder Aufgaben, welche neue (und mehr) Lösungsstrategien erlauben. Die Schwerpunktverschiebungen beschränkten sich nicht nur auf die Aufgaben, sondern traten auch bei methodischen Unterrichtsstrategien auf. So wurden etwa rekursive Folgen bei der Einführung der Exponentialfunktion verwendet.

Interessanterweise ist es so, dass diejenigen Lehrkräfte, die solche inhaltlichen Schwerpunktverschiebungen vornahmen, zugleich auch angaben, dass es dadurch zu einer Veränderung der methodischen Vorgehensweise kam. Dies ist ein erneuter Hinweis darauf, dass der TC als Katalysator für andere – man mag hier „modern“ sagen – Unterrichtsformen gesehen werden kann.

7.4 Ergebnisse bzgl. der administrativen Institutionen

In den Äußerungen auf den begleitenden Projekttreffen hat sich gezeigt, dass für eine erfolgreiche Integration des TC in den Unterricht klar definierte Rahmenbedingungen nötig sind. Insbesondere müssen rechtliche Fragen sowie auch Fragen zur Dauer des Einsatzes des TC, vor allem in Bezug auf den Einsatz in einer zentralen Abschlussprüfung geklärt sein. Diese Rahmenbedingungen müssen rechtzeitig vorliegen.

7.5 Ergebnisse bzgl. der unterstützenden Maßnahmen

7.5.1 Einfluss der Schulleitungen

Im Laufe des Modellprojekts gab es seitens der beteiligten Schulleitungen keine Widerstände gegenüber den Lehrkräften oder dem Projekt an sich. Allerdings war es meist auch so, dass die Schulleitungen das Projekt lediglich duldeten, es aber nicht aktiv vorantrieben. So kam es mehrmals auch dazu, dass Lehrkräften, die für die Teilnahme am Projekt vorgesehen waren, keine Klasse einer entsprechenden Jahrgangsstufe zugeteilt worden ist. Ebenso wurde beobachtet, dass Lehrkräften manchmal die Teilnahme an Projekttreffen bzgl. der damit verbundenen Dienstbefreiung erschwert wurde. Insgesamt kann dies dazu führen, dass die Motivation dieser Lehrkräfte abnimmt.

7.5.2 Zusammenarbeit von Lehrkräften

Setzt eine Lehrkraft den TC ein, bleibt aber an der jeweiligen Schule ein „Einzelphänomen“, so kann dies dazu führen, dass sich die Verwendung eines TC an der Schule nicht etabliert. Eine Zusammenarbeit von Kolleginnen und Kollegen ist deshalb anzustreben.

Im Modellversuch wurde beobachtet, dass an einer Schule der Einsatz des TC so weit zurückgehen kann, dass die Schule nicht mehr aktiv am Projekt teilnimmt. An allen Modellschulen wurde beobachtet, dass die Verbreiterung des TC-Einsatzes an der Schule durch ein Einbeziehung möglichst vieler Kolleginnen und Kollegen ein wichtiger Aspekt für eine Etablierung des TC ist.

7.5.3 Materialien zum TC-Einsatz

Will man einen TC langfristig in den Unterricht integrieren, ist dazu ein eigenes unterstützendes Material notwendig. Die Erfahrungen aus der Begleitung des Projektes und die Ergebnisse der Befragungen haben gezeigt, dass bei Materialien zum TC-Einsatz der mathematische und didaktische Inhalt nicht völlig vom

Gerät getrennt werden kann. Unterrichtsbeispiele mit TC lassen sich zwar prinzipiell unabhängig vom konkret verwendeten TC beschreiben. Dies ist aber für Lehrkräfte, die erst beginnen mit einem TC zu unterrichten, nicht ausreichend, da Hinweise zur Bedienung fehlen. Andererseits ist es so, dass Materialien, die sich hauptsächlich auf Bedienungselemente eines TC stützen, von den Lehrkräften nicht als hilfreich für den Unterricht angesehen werden. Solchen Materialien fehlt die Anbindung an Inhalte und Methoden. Weiter kommt hinzu, dass Materialien, welche einen sehr komplexen Umgang mit einem TC voraussetzen, für eine Integration in den „alltäglichen" Unterricht nicht geeignet sind. Sie sind passend für fortgeschrittene TC-erfahrene Lehrkräfte und nicht für Neueinsteiger. Aufgrund dieser Erfahrungen, resultierend aus Gesprächen bei den Projekttreffen sowie aus Befragungen, wurde im Modellversuch ein Materialformat[209] entwickelt, welches auf kleineren Beispielen mit methodischen Anmerkungen aufsetzt, die – individuell durch den Nutzer steuerbar – durch Bildschirmvideos ergänzt werden, welche zum einen die didaktisch-methodischen Intention, zum anderen die konkrete Bedienung herausstellen. Neben solchen Materialien hat es sich als bedeutsam erwiesen, die Thematik der Verwendung eines TC in Prüfungen und – damit einhergehend- die Frage nach der Dokumentation des Lösungsweges zu behandeln.

7.5.4 Dokumentation von Lösungen

Hat eine Lehrkraft noch keine Erfahrung im Unterrichten mit TC, so stellen die Bedienung des Geräts sowie die Fragen zum Prüfungseinsatz große Problemfelder dar. Diese müssen entsprechend durch Material und/oder Fortbildungen thematisiert werden. Im Projekt M³ konnte durch Material und Fortbildung erreicht werden, dass auf Seiten der Schüler eine Tendenz erkennbar war, dass Schwierigkeiten mit der Bedienung des Geräts und mit der Dokumentation von Lösungen erfolgreich entgegengewirkt werden konnte. Allerdings erfolgte dies nicht in dem gewünschten Maße. Weitere Forschungen sollten sich mit der

[209] „Minute Made Math" Beispiele finden sich im Anhang.

Frage beschäftigen, wie sich die Dokumentation von Lösungen verändert und wie diese neu oder besser gestaltet werden kann.

7.6 Ausblick

Im realistischen Untersuchungsfeld des Modellprojekts M³ wurden – wie vorher dargestellt – viele Entwicklungen beobachtet und Faktoren eruiert, die diese Entwicklungen beeinflussen. Die vorliegende explorative Studie hat dabei an vielen Stellen weitere Fragen aufgeworfen bzw. Themenbereiche herauskristallisiert, die einer weiteren Betrachtung bedürfen. Diese Fragen sind in der Arbeit an den entsprechenden Stellen aufgeführt. Sie lassen sich thematisch nach Fragen bzgl. Lehrkraft, Schüler und Werkzeug klassifizieren. Im Wesentlichen gruppieren sie sich um folgende Fragestellungen:

Auf Seiten der Lehrkräfte:

- Welche Unterrichtsstrategien sollten Lehrkräfte einsetzen, um den Schülern einen schnelleren Zugang zum Lernwerkzeug TC zu ermöglichen?
- Wie können Unterrichtsmaterialien ausgestaltet und verbessert werden, damit die Integration eines TC in den Mathematikunterricht von Anfang an begleitet und gefördert werden kann?
- Wie lässt sich im Unterricht die Verwendung verschiedener Darstellungsformen und Lösungsstrategien beim TC-Einsatz fördern?
- Wie lassen sich Dokumentationen von Lösungsprozessen beim TC-Einsatz gestalten und schulen?

Auf Seiten der Schüler:

- Wie lässt sich die vielseitige problemadäquate Verwendung des TC im individuellen Lösungs- und Lernprozess unterstützen?
- Welche Möglichkeiten der Selbstkontrolle durch den TC nutzen die Schüler und wie lassen sich diese fördern?

- Wie können die durch den Einsatz eines TC erworbenen Kompetenzen der Schüler aufgezeigt werden?
- Wie lassen sich (vermeintliche) Probleme mit der Bedienung eines TC reduzieren?

Auf Seiten des Werkzeugs:

- Wie muss ein TC gestaltet sein, damit er die Nutzung verschiedener Darstellungsformen besser ermöglicht?
- Lassen sich TC so gestalten, dass sie sich (besser) in die Dokumentation des Lösungsprozesses integrieren lassen?

8 Abbildungsverzeichnis

9 Tabellenverzeichnis

10 Literaturverzeichnis

Aldon, Gilles, et al. 2008. Research: English Articles; New technological environment, new resources, new ways of working. The e-CoLab project. Overview of an English version of a paper to be published in the French journal Repères-IREM (2008, n°72). *Texas Instruments Portugal.* [Online] 2008. [Zitat vom: 1. November 2009.] http://education.ti.com/sites/PORTUGAL/downloads/pdf/Aldon,%20G.M.%20Artigue%20(2008)%20English-articles.pdf.

Andraschko, Hans, et al. 1978. *Handreichung zum Einsatz des elektronischen Taschenrechners im Unterricht des Gymnasiums und der Realschule.* [Hrsg.] Staatsinstitut für Schulpädagogik München. Donauwörth : Auer, 1978.

Anthes, Erhard. 1996/1997. Mechanische Rechenmaschinen - Zur Geschichte und Didaktik. *Überblicke Mathematik.* 1996/1997, S. 52-66.

Bach, Norbert. 2000. *Mentale Modelle als Basis von Implementierungsstrategien - Konzepte für ein erfolgreiches Change Management.* Wiesbaden : Gabler, 2000.

Barzel, Bärbel. 2006. *MUKI - Mathematikunterricht zwischen Konstruktion und Instruktion. Evaluation einer Lernwerkstatt mit integriertem Rechnereinsatz. Dissertation.* Duisburg/Essen : Universität Duisburg-Essen, elektronisch veröffentlicht, 2006.

—. 2005. Open Learning? Computeralgebra ... No time left for that ... *ZDM.* Jg. 37, Heft 5, 2005, S. 336-342.

Barzel, Bärbel und Weigand, Hans-Georg. 2008. Medien vernetzen. *mathematik lehren.* 146, 2008.

Barzel, Bärbel, Büchter, Andreas und Leuders, Timo. 2007. *Mathematik Methodik . Handbuch für die Sekundarstufe I und II.* Berlin : Cornelsen Scriptor, 2007.

Barzel, Bärbel, Hußmann, Stephan und Timo, Leuders, [Hrsg.]. 2005. *Computer, Internet & Co. im Mathematikunterricht.* Berlin : Cornelsen Scriptor, 2005.

Baumert, Jürgen, et al. 2001. *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich.* [Hrsg.] PISA-Konsortium Deutschland. Opladen : Leske + Budrich, 2001.

Bichler, Ewald. 2009. Lokale lineare Approximation. *T³ Akzente: Differnezialrechnung mit neuen Medien verstehensorientiert unterrichten.* 2009, S. 57-64.

—. 2008. *Minute Made Math - Inspiring Colleagues to use Symbolic Calculators.* Berlin : online verfügbar unter www.sharinginspirations.org, 2008. Internationale Tagung Sharing Inspirations.

—. 2008. Nahe dran ist es fast gerade! Ein Zugang zur Ableitung über die lokale Linearisierung. *mathematik lehren.* 146, 2008, S. 46-50.

Blum, Werner, et al. 2006. *Bildungsstandards Mathematik: konkret.* Berlin : Cornelsen Scriptor, 2006.

Borneleit, Peter, et al. 2001. Expertise zum Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe. *JMD. Journal für Mathematik-Didaktik.* 2001, Bd. 22/1, S. 73-90.

Bortz, Jürgen und Döring, Nicola. 2006. *Forschungsmethoden und Evaluation.* 4. Heidelberg : Springer, 2006.

Brandt, Dieter und Reinelt, Günther. 2007. *Lambacher Schweizer Mathematik für Gymnasien. Gesamtband Oberstufe mit CAS.* Stuttgart : Klett, 2007.

Brandt, Werner und Pallack, Andreas, [Hrsg.]. 2006. *Kompetenzorientierte Diagnose.* Landesinstitut für Schule/Qualitätsagentur. Stuttgart : Klett, 2006.

—. 2006. *Konzepte und Aufgaben zur Sicherung von Basiswissen.* Landesinstitut für Schule/Qualitätsagentur. Stuttgart : Klett, 2006.

—. 2006. *SINUS-Transfer NRW. Berichte aus dem Modellversuch.* Landesinstitut für Schule/Qualitätsagentur. Stuttgart : Klett, 2006.

Bruder, Regina. 2006. Sinnvoller Einsatz von CAS in der Schule: ein Projektbericht. [Hrsg.] Andreas Büchter. Hildesheim : Franzbecker, 2006, S. 170-179.

—. 2008. *TIM - ein zweijähriger Modellversuch zum Einsatz von Taschencomputern ab Klasse 7.* Darmstadt : Vorabdruck eines Tagungsbeitrags zur PME 2008 (Tagung der International Group for the Psychology of Mathematics Education) in Morelia, Mexico, 2008. http://fb04267.mathematik.tu-darmstadt.de/moodle/file.php/46/PP_Bruder2008_deutsch.pdf, zuletzt aufgerufen 23.08.2008.

Bruder, Regina und Weiskirch, Wilhelm, [Hrsg.]. 2007. *CAliMERO - Arbeitsmaterialien für Schülerinnen und Schüler.* Münster : Westfälische Wilhelms-Universität, 2007. Bd. 1.

—. 2008. *CAliMERO - Arbeitsmaterialien für Schülerinnnen und Schüler.* Münster : Westfälische Wilhelms-Universität, 2008. Bd. 3.

—. 2007. *CAliMERO - Arbeitsmaterialien für Schülerinnnen und Schüler.* Münster : Westfälische Wilhelms-Universität, 2007. Bd. 2.

Buchberger, Bruno. 2000. Computer-Algebra: Das Ende der Mathematik? *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung.* 2000, 2, S. 16-19.

—. 1989. *Should Students Learn Integration Rules?* Linz : Johannes-Kepler-University, 1989. Technical Report, RISC-LINZ Series 89-07.

Büchter, Andreas und Leuders, Timo. 2005. *Mathematikaufgaben selbst entwicklen. Lernen fördern - Leistung überprüfen.* Berlin : Cornelsen Scriptor, 2005.

Burill, Gail, et al. 2002. *Handheld Graphing Technology in Secondary Mathematics.* Michigan State University. s.l. : Texas Instruments, 2002.

Burkschat, Marco, Cramer, Erhard und Kamps, Udo. 2003. *Beschreibende Statistik.* Berlin, Heidelberg, New York : Springer, 2003.

Clark-Wilson, Allison. 2008. University of Chichester: The Mathematics Centre. *Evaluating TI-Nspire in secondary mathematics classrooms; Final Report.* [Online] 2008. [Zitat vom: 4. November 2009.] http://www.chiuni.ac.uk/teachered/documents/Clark-Wilson_2008_TI-Nspire_Final_Report_v6.Dec08.pdf. ISBN 978-0-948765-47-6.

Crawley, Michael J. 2005. *Statistics. An Introduction using R.* Chichester : Wiley & Sons, 2005.

Danckwerts, Rainer und Danwart, Vogel. 2006. *Analysis verständlich unterrichten.* München : Elsevier Spektrum Akademischer Verlag, 2006.

Danckwerts, Rainer und Vogel, Dankwart. 2006. *Analysis verständlich unterrichten.* München : Elsevier, Spektrum Akademischer Verlag, 2006.

Degele, Nina. 2000. *Informiertes Wissen. Eine Wissenssoziologie der computerisierten Gesellschaft.* Frankfurt a.M. : Campus, 2000.

Demana, Frank und Waits, Bert. 1993. The Calculator and Computer Precalculus Project (c^2PC). What Have We Learned In Ten Years? [Hrsg.] George Bright, Hersholt Waxman und Susan Williams. *Impact of Calculators On Mathematics Instruction.* Greensboro, North Carolina : University Press of America, 1993.

Doerr, Helen and Zangor, Roxana. 1999. The Teacher, the Task and the Tool: The Emergence of Classroom Norms. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education.* 1999, Vol. 6, 4, pp. 267-280.

Dörfler, Willibald. 1991. Der Computer als kognitives Werkzeug und kognitives Medium. [Hrsg.] Willibald Dörfler, et al. *Computer - Mensch - Mathematik. Schriftenreihe Didaktik der Mathematik.* Wien : Hölder-Pichler-Tempsky, 1991, Bd. 21, S. 51-75.

Dörr, Günter. 1998. *Lernen mit Medien. Ergebnisse und Perspektiven zu medial vermittelten Lehr- und Lernprozessen.* Weinheim : Juventa, 1998.

Dotzler, Bernhard, [Hrsg.]. 1996. *Grundriss der von Charles Babbage erfundenen Analytical Engine. Aus dem Französischen des Luigi Federico Menabrea übersetzt und kommentiert von Augusta Ada Lovelace (1843). in: Babbages Rechen-Automate. Ausgewählte Schriften.* Wien, New-York : Springer, 1996.

Drijvers, Paul. 2003. *Learning algebra in a computer algebra environment - Design research on the understanding of the concept of parameter.* Utrecht : Freudenthal Institute, 2003.

Edwards, C. Henry und Penney, David E. 2002. *Single Variable Calculus.* 6. New Jersey : Prentice Hall, 2002.

Elschenbroich, Hans-Jürgen. 2007. Unterrichtsgestaltung mit Computerunterstützung. [Hrsg.] Timo Leuders. *Mathematik Didaktik.* Berlin : Cornelsen Scriptor, 2007, S. 212-233.

Fahrmeir, Ludwig, et al. 2004. *Statistik. Der Weg zur Datenanalyse.* 5. Berlin, Heidelberg, New York : Springer, 2004.

Fanghänel, Günter und Flade, Lothar. 1979. Bedeutung des Rechnen-Könnens für die mathematische Allgemeinbildung. *Mathematik in der Schule.* 1979, Bd. 17, S. 524-531.

—. 1993. Taschenrechner im Mathematikunterricht. *Mathematik lehren.* 1993, Bd. 59, S. 5-8.

Finney, Ross L., et al. 1999. *Calculus.* 2. Massachusetts : Addison-Wesley, 1999.

Flade, Lothar und Walsch, Werner. 1984. Taschenrechner im Mathematikunterricht. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Universität Halle.* Jahrgang XXXIII, 1984, S. 105-116.

Freudenthal, Hans. 1973. *Mathematik als pädagogische Aufgabe, Band 1.* Stuttgart : Klett, 1973.

—. 1973. *Mathematik als pädagogische Aufgabe, Band 2.* Stuttgart : Klett, 1973.

—. 1991. *Revisiting Mathematics Education. China Lectures.* Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1991.

Frey, Karl. 1998. *Die Projektmethode.* 8. Weinheim : Beltz, 1998.

GDM. 1978. Stellungnahme zum Einsatz von Taschenrechnern im Mathematikunterricht. [Hrsg.] Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. *ZDM - Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.* 1978, Bd. 10, S. 117.

Gläser, Jochen und Laudel, Grit. 2006. *Experteninterviews und qualitative Inhaltsanalyse.* 2. Wiesbaden : VS Verlag für Sozialwissenschaften, 2006.

Goffree, F. und Dolk, M. 2002. *Standards for Mathematics Education.* Utrecht : Freudenthal Instituut, 2002.

Grabmeier, Johannes, et al. 2002. *Computer Algebra Handbook.* Berlin : Springer Verlag, 2002.

Greefrath, Gilbert und Mühlenfeld, Udo, [Hrsg.]. 2007. *Realitätsbezogene Aufgaben für die Sekundarstufe II.* Troisdorf : Bildunsgverlag EINS, 2007.

Grogger, Günther. 1998. CAS II - Externe Evaluation. *Austrian Center for Didactics of Computer Algebra - ACDCA.* [Online] 1998. [Zitat vom: 30. September 2008.] http://www.acdca.ac.at/projekt2/evaluat/evaluat2.htm.

Grosche, Günter, Ziegler, Victor und Ziegler, Dorothea, [Hrsg.]. 2003. *Teubner Taschenbuch der Mathematik.* Stuttgart : Vieweg und Teubner, 2003. Bd. II.

Guin, Dominique, Ruthven, Kenneth und Trouche, Luc, [Hrsg.]. 2005. *The Didactical Challenge of Symbolic Calculators.* New York : Springer, 2005.

Hameyer, Uwe. 1993. Entdeckendes Lernen. [Buchverf.] Dietlinde Heckt und Uwe Sandfuchs. *Grundschule von A bis Z.* Braunschweig : Westermann, 1993, S. 44-46.

Hammer, Christoph und Zebhauser, Monika, [Hrsg.]. 2002. *Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts. Erfahrungsbericht zum BLK-Programm SINUS in Bayern.* München : Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus, 2002.

Hanisch, Günter. 1992. Die Auswirkungen der Computeralgebra auf den Mathematikunterricht. [Hrsg.] Horst Hischer. *Mathematikunterricht im Umbruch?* Hildesheim : Franzbecker, 1992, Bd. 1, S. 14-20.

Hearn, Anthony. 1988. *Future Directions for Research in Symbolic Computation. Report of a Workshop on Symbolic and Algebraic Computation.* Washington, D.C. : Society for Industrial and Applied Mathematics, 1988.

Heid, M. Kathleen. 2002. Computer Algebra Systems in Secondary Mathematics Classes: The Time To Act Is Now! *Mathematics Teacher.* December 2002, Bd. 95, 9, S. 662-667.

—. 2003. Theories for Thinking about the Use of CAS in Teaching and Learning Mathematics. [Hrsg.] James T. Fey, et al. *Computer Algebra Systems in Secondary School Mathematics Education.* Reston : The National Council of Teachers of Mathematics, 2003, S. 33-52.

Henn, H-W. 2004. Computer-Algebra Systeme — junger Wein oder neue Schläuche? *JMD.* 2004, Heft 25/4.

Henning, Herbert, Bender, Peter und Steiner, Hans-Georg, [Hrsg.]. 2003. Didaktik der Mathematik in den alten Bundesländern. Methodik des Mathematikunterrichts in der alten DDR. Bericht über eine Doppeltagung zur gemeinsamen Aufarbeitung einer getrennten Geschichte. [Tagungsband]. Magdeburg : Fakultät für Mathematik. Otto-von-Guericke-Universität, 2003.

Heugl, Helmut, Klinger, Walter und Lechner, Josef. 1996. *Mathematikunterricht mit Computeralgebrasystemen.* Bonn : Addison-Wesley, 1996.

Heuser, Harro. 1991. *Lehrbuch der Analysis. Teil 1.* 9. Stuttgart : Teubner, 1991.

Hischer, Horst. 2002. *Mathematikunterricht und Neue Medien.* Hildesheim, berlin : Franzbecker, 2002.

—. 1993. *proceedings: Wie viel Termumfomung braucht der Mensch? Bericht der 10. Arbeitstagung des Arbeitskreises "Mathematikunterricht und Informatik" der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik.* Hildesheim : Franzbecker, 1993.

Hong, Ye Yoon, Thomas, Mike und Kiernan, Christine. 2000. Supercalculators and University Entrance Calculus Examinations. *Mathematics Education Research Journal.* 2000, Bd. 12(3), S. 321-336.

Hopmann, Stefan. 1999. Wolfgang Klafki und die Tradition der Inhaltsorientierung in der deutschen Didaktik. [Hrsg.] Ivor Goodson, Stefan Hopmann und Kurt Riquarts. *Das Schulfach als Handlungsrahmen.* Wien, Köln : Böhlau, 1999, S. 75-92.

Hyman, Anthony. 1982. *Charles Babbage: Pioneer of the Computer.* New Jersey : Princeton University Press, 1982.

Ingelmann, Maria. 2009. *Evaluation eines Unterrichtskonzeptes für einen CAS-gestützten Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I.* Berlin : Logos, 2009.

Ingelmann, Maria und Bruder, Regina. 2007. Sinnvoller Einsatz von CAS in den Klassen 7 und 8. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007.* Hildesheim : Franzbecker, 2007, S. 94-97.

InitiativeD21. 2009. Initiative D21: Aktuelles: Studie "Zukunft und Zukunftsfähigkeit der Informations und Kommunikationstechnologien und Medien" und. *Initiative D21.* [Online] 5. November 2009. [Zitat vom: 16. November 2009.] http://www.initiatived21.de/aktuelles/news/studie-zur-zukunft-der-informationsgesellschaft-veroeffentlicht.

Kaiser, Hans und Nöbauer, Wolfgang. 1998. *Geschichte der Mathematik für den Schulunterricht.* 2. Auflage. Wien : Hölder-Pichler-Temspky, 1998.

Klein, Felix. 1933. *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus.* 4. Berlin : Springer Verlag, 1933. Bd. 1.

KMK. 2004. *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss (Jahrgangsstufe 10) - Beschluss vom 04.12.2003.* Köln : Luchtehand (Wolters-Kluwer), 2004.

—. 2009. Veröffentlichungen/Beschlüsse: Empfehlung der Kultusministerkonferenz zur Stärkung der mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Bildung. *Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland.* [Online] 2009. Mai 2009. [Zitat vom: 5. Oktober 2009.] http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2009/2009_05_07-Empf-MINT.pdf.

Koepf, Dr. Wolfram und Kortenkamp, Dr. Ulrich. 2007. Darstellung der Fachgruppe Computeralgebra. *Fachgruppe Computeralgebra.* [Online] 15. November 2007. [Zitat vom: 18. März 2008.] http://www.fachgruppe-computeralgebra.de/cms/tiki-index.php?page=Darstellung%20der%20Fachgruppe.

Kortenkamp, Dr. Ulrich und Koepf, Dr. Wolfram. 2007. Computeralgebrasysteme. *Fachgruppe Computeralgebra.* [Online] 8. Mai 2007. [Zitat vom: 18. März 2008.] http://www.fachgruppe-computeralgebra.de/cms/tiki-index.php?page=Computeralgebra systeme.

Kutzler, Bernhard. 1995. *Mathematik unterrichten mit DERIVE, ein Leitfaden für Lehrkräfte.* Bonn : Addison-Wesley, 1995.

Lehmann, Eberhard. 1999. *Terme im Mathematikunterricht unter Verwendung von Computergrafik und Computeralgebra.* Berlin : Schroedel, 1999.

—. 2002. Vorträge: Website von Dr. Eberhard Lehmann. *Website von Dr. Eberhard Lehmann.* [Online] 14. Juni 2002. [Zitat vom: 8. April 2009.] http://home.snafu.de/mirza/CAS-Bausteine-Erbe-der-Informatik.pdf.

Leuders, Timo. 2007. *Mathematik Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II.* Berlin : Cornelsen Scriptor, 2007.

—. 2007. Mit neuen Medien lernen: Chancen und Risiken des Computereinsatzes. *Mathematik Didaktik.* Berlin : Cornelsen Scriptor, 2007, S. 198-211.

Mayring, Philipp. 1993. *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken.* Weinheim : Deutscher Studien Verlag, 1993.

Meyer, Hilbert. 1994. *Unterrichtsmethoden I (Theorieband).* 6. Frankfurt a.M. : Cornelsen Scriptor, 1994. Bd. 1.

Monka, Michael und Voß, Werner. 2005. *Statistik am PC.* 4. Wien : Hanser, 2005.

Monnerjahn, Rolf. 2007. *MuPad im Mathematikunterricht. Mathematische Anwendungen in Biologie, Chemie, Physik.* Berlin : Cornelsen, 2007.

Morrison, Philip und Morrison, Emily, [Hrsg.]. 1961. *Charles Babbage and His Calculating Engines—Selected Writings by Charles Babbage and Others.* New York : Dover Publications, 1961.

Moses, Joel. 2008. MITesd - Massachusetts Institute of Technology - Engineering Systems Division. *MITesd.* [Online] Mai 2008. [Zitat vom: 8. August 2008.] http://esd.mit.edu/Faculty_Pages/moses/Macsyma.pdf.

Peschek, Werner. 1999. Mathematische Bildung meint auch Verzicht auf Wissen. [Hrsg.] G. Kadunz, et al. *Mathematische Bildung und Neue Technologien.* Stuttgart, Leibzig : Teubner, 1999, S. 263-270.

Peschek, Werner und Schneider, Edith. 2002. CAS in general methematics education. *ZDM.* 34(5), 2002.

Polya, George. 1995. *Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme.* 4. Tübingen, Basel : Francke, 1995. S. 14ff.

Prenzel, Manfred, et al. 2004. *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland - Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs.* [Hrsg.] PISA-Konsortium Deutschland. Münster : Waxmann, 2004.

Prenzel, Manfred, et al. 2006. PISA 2006 -Zusammenfassung der Ergebnisse der dritten internationalen Vergleichsstudie; IPN Kiel. *IPN - Leibniz - Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften Kiel.* [Online] 2006. [Zitat vom: 16. November 2009.] http://www.ipn.uni-kiel.de/pisa/zusammenfassung_PISA2006.pdf.

Pruzina, Manfred. 1993. Graphikfähige Taschenrechner im Mathematikunterricht - willkommene Gehilfen oder Sorgenkinder? *Mathematik Lehren.* 1993, Bd. 59, S. 20-56.

—. 1993. Graphikfähige Taschenrechner im Mathematikunterricht - willkommene Gehilfen oder Sorgenkinder? *mathematik lehren.* 59, 1993.

Rohrberg, Albert. 1928. *Der Rechenstab im Unterricht aller Schularten.* Berlin, München : Oldenbourg, 1928.

—. 1930. *Didaktik des mathematischen Unterrichts.* München : Oldenbourg, 1930. Bd. 1.

Schelhowe, Heidi. 2007. *Technologie, Imagination und Lernen: Grundlagen für Bildungsprozesse mit digitalen Medien.* Münster; New York : Waxmann, 2007.

Schneider, Edith. 2002. *Computeralgebrasysteme in einem allgemeinbildenden Mathematikunterricht.* München, Wien : Profil, 2002.

Schröder, Hartwig. 2001. *Didaktisches Wörterbuch.* 3. München : Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2001.

Sjuts, Johann. 2007. Kompetenzdiagnostik im Lernprozess - auf theoriegeleitete Aufgabengestaltung und -auswertung kommt es an. *mathematica didactica.* 30 (2), 2007.

Stacey, Kaye. 2008. Second CSMC International Conference: Conference Presentations. *Center for the Study of Mathematics Curriculum.* [Online] 2-4. Mai 2008. [Zitat vom: 1. November 2009.] http://www.mathcurriculumcenter.org/PDFS/conferences/internationalconference/Stacey.pdf.

Stacey, Kaye, Kendal, Margaret and Pierce, Robin. 2002. Teaching with CAS in a Time of Transition. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education.* 2002, Vol. 9, 2, pp. 113-127.

Strampp, Walter. 1999. *Analysis mit Mathematica und Maple.* Braunschweig/Wiesbaden : Vieweg, 1999.

Thomas, Marco. 2005. Universität Potsdam - Institut für Didaktik der Mathematik und Informatik. *Universität Potsdam.* [Online] 2005. [Zitat vom: 09. Oktober 2009.] http://ddi.cs.uni-potsdam.de/Personen/marco/infos05.pdf.

Tietze, Uwe-Peter, Klika, Manfred und Wolpers, Hans. Braunschweig. *Didaktik des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe II, Band 1.* 1982 : Vieweg, Braunschweig.

—. 2000. *Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II, Band 2.* Braunschweig/Wiesbaden : Vieweg, 2000.

Trouche, Luc. 2005. An Instrumental Approach To Mathematics Learning In Symbolic Calculator Environments. [Hrsg.] Dominique Guin, Kenneth Ruthven und Luc Trouche. *The Didactical Challenge Of Symbolic Calculators.* New York : Springer Mathematics Education Library, 2005, S. 137-162.

—. 2005. Instrumental genesis, individual and social aspects. [Buchverf.] Dominique Guin, Kenneth Ruthven und Luc Trouche. *The Didactical Challange of Symbolic Calculators.* New York : Springer, 2005, Bd. 36 (Mathematics Education Library), S. 197-230.

—. 2002. Mastering by the teacher of the instrumental genesis in CAS environments: necessity of instrumental orchestrations. *ZDM - Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.* 34(5), 2002, S. 204-211.

Walsch, Werner. 1993. Untersuchen funktionaler Beziehungen mit Hilfe des Taschenrechners. *mathematik lehren.* 1993, 59, S. 66-71.

Weigand, Hans-Georg. 2009. *CAS we can! - But should we? - The Integration of Symbolic Calculators into Mathematics Lessons.* Metz : s.n., 2009.

—. 2006. Der Einsatz eines Taschencomputers in der 10. Jahrgangsstufe. Evaluation eines einjährigen Schulversuchs. *JMD-Journal für Mathematik-Didaktik.* 27/2, 2006, S. 89-112.

—. 2003. Taschenrechner im Mathematikunterricht - Ein retrospektiver Vergleich der Diskussion und Vorgehensweise in der BRD und in der DDR. *in: Didaktik der Mathematik in den alten Bundesländern - Methodik des Mathematikunterrichts in der DDR.* [Tagungsband einer Doppeltagung]. Magdeburg : Fakultät für Mathematik der Otto-von-Guericke-Universität, 2003.

—. 2009. Towards a competence model for working with symbolic calculators in the frame of the function concept. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA.* 28, 2009, Bd. 4, S. 196-207.

Weigand, Hans-Georg und Bichler, Ewald. 2009. *Der Modellversuch Medienintegration im Mathematikunterricht an bayerischen Gymnasien.* Regensburg : s.n., 2009.

—. 2010. Symbolic Calculators in Mathematics Education - The Case of Functions. *International Journal for Technology in Mathematics Education.* 17, 2010, Bd. 1, S. 3-16.

—. 2007. *Teaching with Symbolic Calculators - The first Years of a Long-Term-Project.* Lyon : Proceedings of the CERME 5, 2007.

—. 2009. *The long-term Project "Integration of Symbolic Calculators in Mathematics Lessons" - The Case of Calculus.* Lyon : Proceedings of CERME 6, 2009.

Weigand, Hans-Georg und Weth, Thomas. 2002. *Computer im Mathematikunterricht.* Berlin, Heidelberg : Spektrum Akademischer Verlag, 2002.

Winter, Heinrich. 1996. Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik.* Nr. 61, 1996, S. 37-46.

Wittmann, Erich. 1981. *Grundfragen des Mathematikunterrichts.* 6. Wiesbaden : Vieweg, 1981.

Woolfolk, Anita. 2008. *Pädagogische Psychologie.* 10. Boston : Pearson Studium, 2008.

Wynands, Alexander. 1984. Rechenfertigkeit und Taschenrechner. *Jounal für Mathematik-Didaktik.* 1984, Bd. 5, S. 3-32.

—. 1978. Zur fachdidaktischen Komponente des Elektronischen Taschenrechners. *ZDM - Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.* 1978, Bd. 10, S. 122-126.

Zimmerli, Walther. 14.7.2000. Bildung ist das Paradies. *Die Woche.* 14.7.2000.

11 Anhang

11 Anhang - Inhaltsverzeichnis

11.1 Vortest in Jahrgangsstufe 10 (Schuljahr 2003/2004)

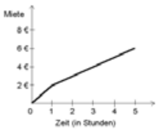
Auf den Raum zur Bearbeitung der Aufgaben wurde hier aus Platzgründen verzichtet, so dass nur die Aufgabenstellungen angegeben sind.

1. Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich: $\frac{x^3 - xy^2}{x^3 - x^2y} =$

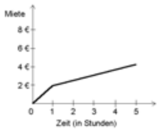
2. Welche Ausdrücke sind gleichbedeutend mit $2x + y^3$? Kreisen Sie die zugehörigen Buchstaben (A, B, C, D) ein.

   A: $x^2 + y \cdot y^2$ B : $x + x + y^3$ C : $x \cdot x + y^3$ D : $x + x + y \cdot y^2$.

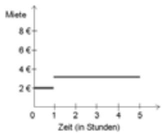
3. In einem Park werden Fahrräder vermietet. Die erste Stunde (oder ein Teil davon) kostet 2 € und jede weitere angefangene Stunde kostet 1 €. Welches Diagramm zeigt dies? Kreisen Sie die entsprechenden Buchstaben A, B, C oder D ein.



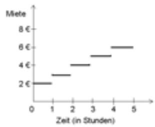
A



B

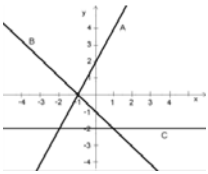


C



D

4. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der drei gezeichneten Graphen A, B und C!

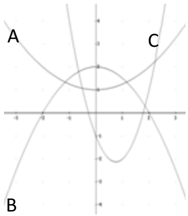


A: ....

B: ....

C: ....

5. Zu den gezeichneten Parabeln A, B und C gehören die angegebenen Gleichungen. Welche Zahl gehört jeweils in den Kasten?



A : $y = \frac{1}{4}x^2 + \boxed{}$

B : $y = \boxed{} \cdot x^2 + 2$

C : $y = 2x^2 - 3x + \boxed{}$

6. Skizzieren Sie den Graphen der quadratischen Funktion mit der Gleichung $y = -0{,}5(x - 1{,}5)^2 + 3$.

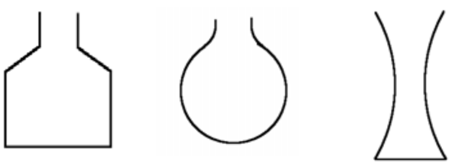
7. Für eine Funktion: $x \mapsto y$ sind folgende x- und y-Werte gegeben. Vervollständigen Sie die Tabelle:

X	1	2	3	4	5	6
y	–1	0	3	8		

8. Geben Sie eine Funktionsvorschrift an, die zu der folgenden Tabelle passt:

x	–3	–2	–1	0	1	2
y	–2,5	–1	0,5	2	3,5	5

9. In die drei abgebildeten Vasen fließt gleichmäßig Wasser zu. Die abgebildeten Graphen stellen die Wasserstandshöhe in Abhängigkeit von der Zeit dar. Welcher Graph gehört zu welcher Vase?

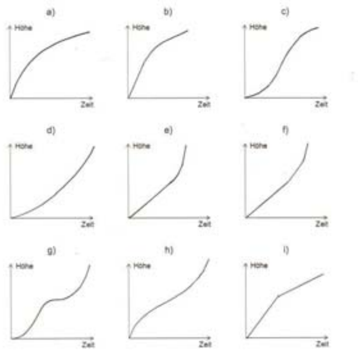


Vase A Vase B Vase C

Vase A und Graph: ....

Vase B und Graph: ....

Vase C und Graph: ....

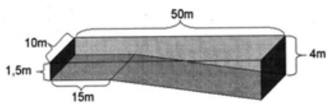


10. Bestimmen Sie jeweils die Lösungen der folgenden Gleichungen über der Grundmenge R.

a) $x^2 + 5x = 0$ b) $x^2 = x$.

11. Ermitteln Sie (näherungsweise) **graphisch** die Lösung der Gleichung $x^2 - x - 3 = 0$.

12. Berechnen Sie das Volumen des (vollständig gefüllten) Schwimmbeckens.



11.2 Nachtest in Jahrgangsstufe 10 (Schuljahr 2003/2004)

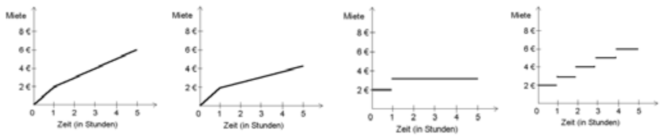
Auf den Raum zur Bearbeitung der Aufgaben wurde hier aus Platzgründen verzichtet, so dass nur die Aufgabenstellungen angegeben sind. Gegenüber dem Vortest wurden die Aufgaben 4, 6, 8 10 und 11 verändert.

1. Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich: $\frac{x^3 - xy^2}{x^3 - x^2 y} =$

2. Welche Ausdrücke sind gleichbedeutend mit $2x + y^3$? Kreisen Sie die zugehörigen Buchstaben (A, B, C, D) ein.

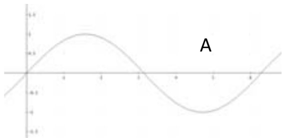
   A: $x^2 + y \cdot y^2$ B : $x + x + y^3$ C : $x \cdot x + y^3$ D : $x + x + y \cdot y^2$.

3. In einem Park werden Fahrräder vermietet. Die erste Stunde (oder ein Teil davon) kostet 2 € und jede weitere angefangene Stunde kostet 1 €. Welches Diagramm zeigt dies? Kreisen Sie die entsprechenden Buchstaben A, B, C oder D ein.

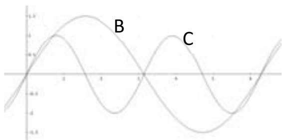


A B C D

4. A ist der Graph der Funktion mit $y = \sin(x)$. Bestimmen Sie jeweils die Funktionsgleichungen der Graphen B und C!



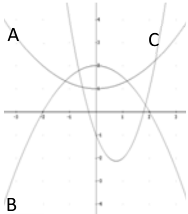
A: $y = \sin(x)$



B: ....

C: ....

5. Zu den gezeichneten Parabeln A, B und C gehören die angegebenen Gleichungen. Welche Zahl gehört jeweils in den Kasten?



A : $y = \frac{1}{4}x^2 + \boxed{}$

B : $y = \boxed{} \cdot x^2 + 2$

C : $y = 2x^2 - 3x + \boxed{}$

6. Skizzieren Sie die beiden Graphen der Funktionen mit den Gleichungen

A: $y = \cos(x)$ und B: $y = -2\cos(x) + 0{,}5$ im Bereich von –3 bis +3.

7. Für eine Funktion: $x \mapsto y$ sind folgende x- und y-Werte gegeben. Vervollständigen Sie die Tabelle:

X	1	2	3	4	5	6
y	–1	0	3	8		

8. Geben Sie eine Funktionsvorschrift an, die zu der folgenden Tabelle passt:

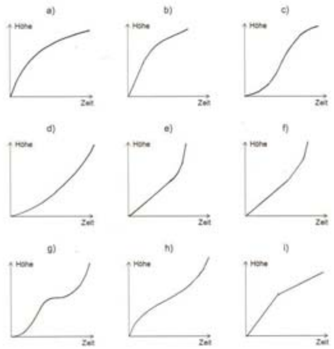
x	-3	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{8}{27}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$

9. In die drei abgebildeten Vasen fließt gleichmäßig Wasser zu. Die abgebildeten Graphen stellen die Wasserstandshöhe in Abhängigkeit von der Zeit dar. Welcher Graph gehört zu welcher Vase?

Vase A und Graph: ....

Vase B und Graph: ....

Vase A　　Vase B　　Vase C　　Vase C und Graph: ....

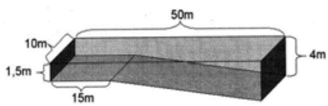


10. Bestimmen Sie jeweils die Lösungen der folgenden Gleichungen über der Grundmenge R.

a) $x^2 + 5x = 0$　　b) $\sin(x) = 0{,}5$.

11. Ermitteln Sie (näherungsweise) **graphisch** die Lösung der Gleichung $\cos(x) = x$.

12. Berechnen Sie das Volumen des (vollständig gefüllten) Schwimmbeckens.



11.3 Vortest und Nachtest in Jahrgangsstufe 10 (Schuljahre 2004/2005 und 2005/2006)

Auf den Raum zur Bearbeitung der Aufgaben wurde hier aus Platzgründen verzichtet, so dass nur die Aufgabenstellungen angegeben sind. Vortest und Nachtest sind identisch.

1. Vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich:

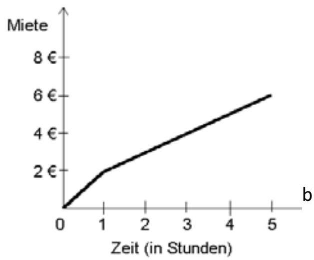
   a) $\dfrac{2ab - 4a^2}{4a^2} =$

   b) $\dfrac{x^3 - xy^2}{x^3 - x^2y} =$

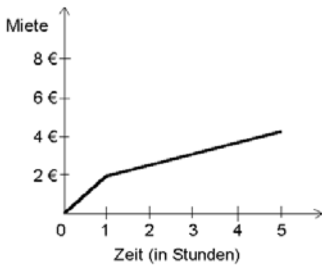
2 . Gib den Term $\dfrac{a+2}{a(1-\dfrac{a}{2})}$ in einer *einzeiligen* Schreibweise an, welche anstelle der Bruchstriche nur Divisionszeichen enthält.

3. In einem Park werden Fahrräder vermietet. Die erste Stunde (oder ein Teil davon) kostet 2 € und jede weitere angefangene Stunde kostet 1 €. Welches Diagramm zeigt dies? Kreise den entsprechenden Buchstaben an.

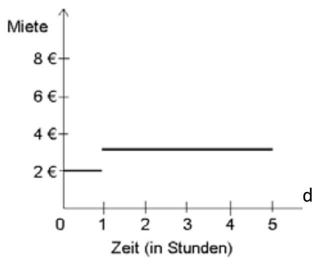
a)



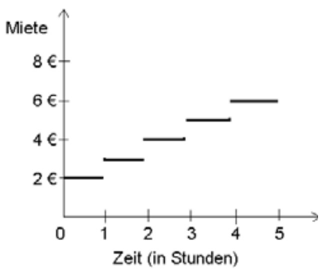
b)



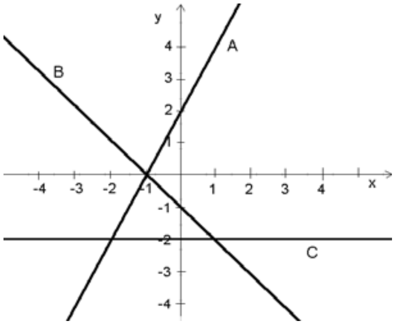
c)



d)



4. Bestimme die Funktionsgleichung der drei gezeichneten Graphen A, B und C!

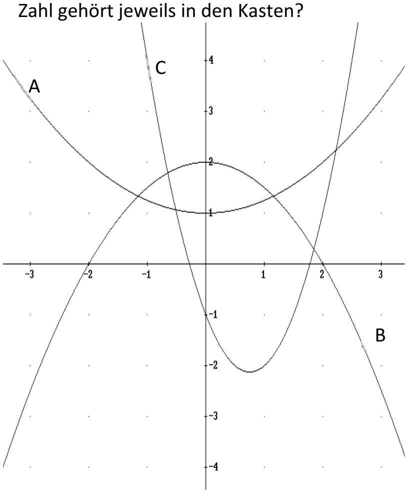


A: ....

B: ....

C: ....

5. Zu den beiden gezeichneten Parabeln A, B und C gehören die angegebenen Gleichungen. Welche Zahl gehört jeweils in den Kasten?



A : $y = \frac{1}{4}x^2 + \boxed{}$

B : $y = \boxed{} + 2$

C : $y = 2x^2 - 3x + \boxed{}$

6. a) Skizziere den Graphen der quadratischen Funktion mit der Gleichung

$f(x) = (x - 1{,}5)^2 + 3$.

b) Skizziere in das Koordinatensystem bei a) auch den Graphen der Funktion g

mit $g(x) = -f(x)$.

7. Gib eine Funktionsvorschrift an, die zu der folgenden Tabelle passt:

x	–3	–2	–1	0	1	2
y	–2,5	–1	0,5	2	3,5	5

8. Wir betrachten die Funktion mit $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$. Stelle dir vor, dass du den x-Wert, bei – 4 beginnend, *gleichmäßig* immer größer werden lässt, bis er + 4 erreicht. Ändert sich der y-Wert auch *gleichmäßig*? Begründe deine Antwort!

9. Bestimme jeweils die Lösungen der folgenden Gleichungen über der

Grundmenge IR.

a) $x^2 - 6x = -5$
b) $x^2 + 5x = 0$.
c) $x^2 = x$.

11. Ermittle **grafisch** die Lösung der Gleichung $x^2 - 2 = 3$.

12. Wir betrachten die Funktion f mit $f(x) = x^2 + c$, $c \in$ IR. Gib die *Anzahl* der Lösungen der Gleichung $f(x) = 0$ in Abhängigkeit von c mit einer kurzen Begründung an!

11.4 Vortest und Nachtest in Jahrgangsstufe 11 im Schuljahr 2006/2007

Auf den Raum zur Bearbeitung der Aufgaben wurde hier aus Platzgründen verzichtet, so dass nur die Aufgabenstellungen angegeben sind. Vortest und Nachtest sind identisch.

Aufgabe 1: Vereinfachen Sie jeweils so weit wie möglich.

a) $\frac{a^3 \cdot a^5}{a^2}$ =

b) $\sqrt{a^3 \cdot b^5} \cdot \sqrt{a \cdot b}$ =

Aufgabe 2: Im Folgenden sehen Sie Termumformungen.
Kreuzen Sie jeweils richtige Aussagen an

$$2^{\frac{1}{2}} + 2^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}\left(1 + 2^{-1}\right)$$

$$2^{\frac{1}{2}} + 2^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}}$$

$$2^{\frac{1}{2}} + 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$2^{\frac{1}{2}} + 2^{-\frac{1}{2}}$ kann man nicht weiter vereinfachen

$$2^{\frac{1}{2}} + 2^{-\frac{1}{2}} = (2+2)^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}$$

Aufgabe 3: Lösen Sie jeweils nach *x* auf.

a) $a^x = b$ $x =$ ____________________

b) $x^a = b$ $x =$ ____________________

c) $\log_a x = b$ $x =$ ____________________

d) $\log_x a = b$ $x =$ ____________________

Aufgabe 4:

a) Betrachtet wird die Gleichung $x^2 = x$ über der Grundmenge $\mathbb{R}$.
Kreuzen Sie jeweils richtige Aussagen an.
(*Die Lösungsmenge ist natürlich die Menge aller Lösungen.*)

Die Gleichung hat die Lösungsmenge L = {1}.

Die Lösungsmenge der Gleichung ist die leere Menge

Die Gleichung hat die Lösungsmenge L = {-1}.

Die Gleichung hat mehr als eine Lösung

Die Gleichung hat die Lösungsmenge L = {0}.

b) Nun betrachten wir die Gleichung $\cos(x) - x = 0$ über der Grundmenge $\mathbb{R}$.

Kreuzen Sie die richtige Aussage an und geben Sie eine knappe Begründung.

Die Gleichung hat keine Lösung

Die Gleichung hat genau eine Lösung

Die Gleichung hat genau zwei Lösungen

Die Gleichung hat unendlich viele Lösungen

Aufgabe 5:

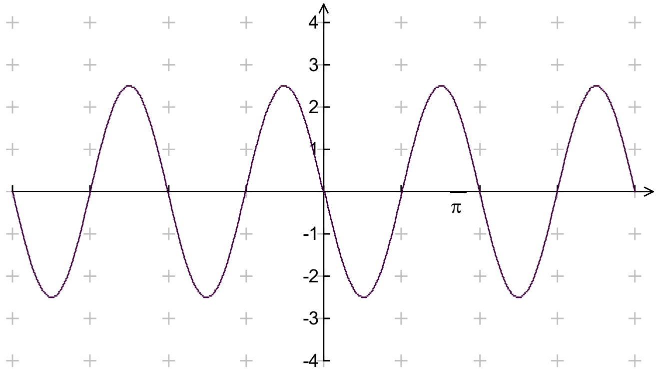
In einem Mathematikheft steht die Rechnung $\left(x^2\right)^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{2}{4}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

Ein Computerprogramm liefert bei der Eingabe von $\left(x^2\right)^{\frac{1}{4}}$ die Ausgabe $\sqrt{|x|}$.

Nehmen Sie hierzu Stellung.

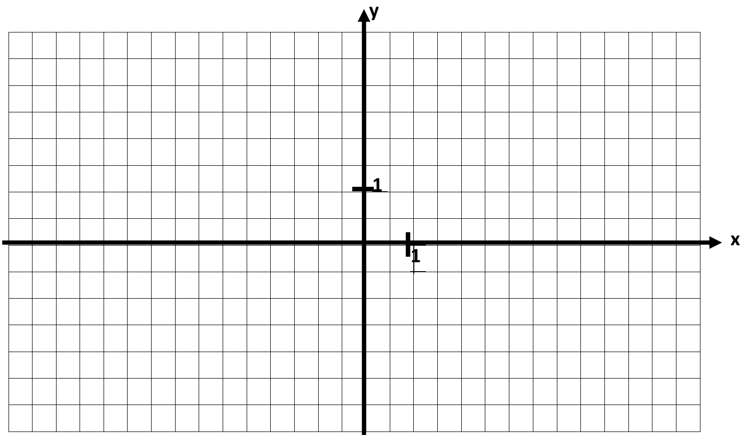
Aufgabe 6:

Geben Sie einen möglichen Term einer Funktion an, zu der folgender Graph gehört:



Aufgabe 7: Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto -x-1$ mit maximaler Definitionsmenge.

a) Zeichnen Sie den Graphen von *f* in folgendes Koordinatensystem.

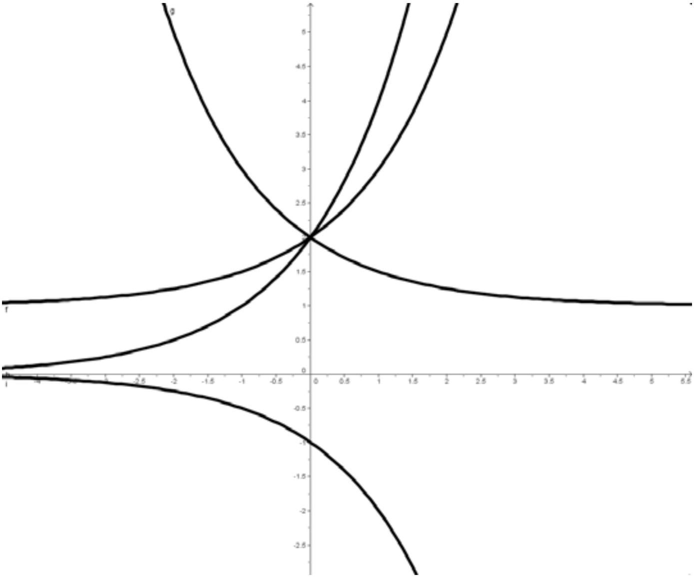


b) Liegt der Punkt P(-93|92) auf dem Graphen? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

c) Gegeben ist die Funktionenschar $g_m: x \mapsto m \cdot x + 2$ mit Definitionsmenge R.

Unter welchen Bedingungen für *m* schneiden sich die Graphen von *f* und g_m im II. Quadranten? (*Nachvollziehbarer Lösungsweg*)

Aufgabe 8:



Im Diagramm sind zu vier der im Folgenden angegebenen Funktionsterme die Graphen gezeichnet. Ordnen Sie die richtigen zu, indem Sie den jeweiligen Buchstaben vor den Term schreiben.

2^x

2^{x+1}

2^{-x+1}

$2^x + 1$

$2^{-x} + 1$

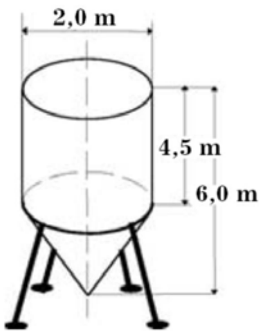
2^{-x}

-2^x

Aufgabe 9:

In der (nicht maßstabsgetreuen) Abbildung ist ein Wassertank dargestellt.

a) Überschlagen Sie das Gesamtvolumen des Tanks und kreuzen Sie an:



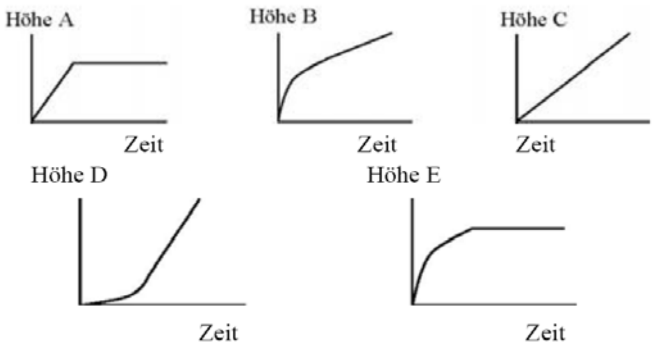
5 m³

15 m³

35 m³

45 m³

b) Der leere Tank wird gleichmäßig mit Wasser gefüllt.
Welcher der folgenden Graphen zeigt, wie sich Höhe des Wasserspiegels mit der Zeit ändert? *Begründen Sie Ihre Entscheidung.*



11.5 CAS Abschlusstest in der Jahrgangsstufe 10 im Schuljahr 2005/2006

1. Gegeben ist die Gleichung $\cos\left(\frac{1}{5}\cdot x\right) = x^3$ über der Grundmenge IR.

   Wie viele Lösungen hat diese Gleichung? Begründen Sie!

2. Gegeben sind zwei Funktionen f und g mit $f(x) = \sin(x) + 1$ und $g(x) = 2^x$.

   a) Begründen Sie rechnerisch, dass der Punkt *P*(0; 1) ein Schnittpunkt der beiden Graphen ist!

   b) Wir betrachten die beiden Funktionen f und g im Definitionsbereich $-3{,}5 < x < 3{,}5$. Ermitteln Sie näherungsweise die Koordinaten der restlichen Schnittpunkte im vorgegebenen Definitionsbereich!
   Beschreiben Sie auch Ihre Vorgehensweise mit dem Taschencomputer!

   c) Wie viele Schnittpunkte haben die beiden Funktionen im Bereich $-10 < x < 10$. Begründen Sie!

3. Eine Süßwarenfirma möchte eines ihrer Produkte mit einer Verpackung versehen, welche die Form eines geraden Kreiskegels hat. Der Radius des Grundkreises des Kegels werde mit r bezeichnet, die Mantellinie hat die Länge 7 (cm).

   a) Fertigen Sie eine beschriftete Skizze an und leiten Sie einen Term für das Volumen her, welcher nur vom Kegelradius *r* abhängt.
   Sollte Ihnen das nicht gelingen, dann wählen Sie ersatzweise den Term

   $V(r) = \frac{7}{3} r^2 \pi \sqrt{1-\left(\frac{r}{7}\right)^2}$.

   b) Geben Sie eine vernünftige Definitionsmenge für *V(r)* an und skizzieren Sie den Graphen bezüglich dieser Definitionsmenge.

   c) Geben Sie näherungsweise den Wert für den Radius r_{Max} des Kegels an, für den das Volumen des Kegels *maximal* wird.

   d) Die Kegelverpackung mit der 7 cm langen Mantellinie soll nun ein Volumen von 100 (cm^3) besitzen. Bestimmen Sie näherungsweise die Lösungen für r!

11.6 Aufgaben des CAS - Tests in der Jahrgangsstufe 11 vom Februar 2007[1]

M³ Projekt Bayern - Aufgabenbogen Februar

Identifikations - Code

Schulnummer, evtl. mit führender Null	Klasse bei kombinierten erster Buchstabe (also bei „11ab“ nur 11a“)	Die ersten zwei Buchstaben des Vornamens der Mutter	Die ersten zwei Ziffern der Hausnummer, evtl. führende Null	weiblich / männlich

Fett umrandete Spalten nicht ausfüllen, sie dienen zur Auswertung

…kumentieren Sie die Verwendung des Taschencomputers. Begründen Sie Ihre Schritte, wo nötig.

Aufgabenteil – Bearbeitungszeit 25 Minuten – Hilfsmittel: Taschencomputer, Formelsammlung
1) Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge der Funktion $f: x \mapsto \dfrac{2x^2-6x+4}{x^2+2x-2}$.
2) Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim\limits_{\lvert x\rvert\to\infty} \dfrac{x^2-7x+1}{-3x^2+5x}$.
3) Gegeben ist die Funktionenschar $f_a: x \mapsto \dfrac{a\cdot x+2}{x^2-4}$ **mit** $a\in\mathbb{R}^+$. **Untersuchen Sie das Verhalten von** f_a **an der Stelle** $x=2$. **Achten Sie auf die Nachvollziehbarkeit Ihrer Bearbeitung.**
4) Geben Sie eine begründete Vermutung über die Symmetrie des Graphen der Funktion $f: x \mapsto \dfrac{x^2-4x+9}{x^2-4x+5}$ **an. (*Es muss ersichtlich sein, wie Sie diese Vermutung erhalten haben.*)**

[1] Der Platz für die Bearbeitung der Aufgaben wurde aus drucktechnischen Gründen reduziert. Den Schülern stand mehr Platz zur Bearbeitung zur Verfügung.

11.7 Schülerfragebogen des CAS - Tests in der Jahrgangsstufe 11 vom Februar 2007

M³ Projekt Bayern - Fragen zum Aufgabenbogen Februar

Identifikations - Code

☐☐☐ —	☐☐☐ —	☐☐	☐☐	weiblich
Schulnummer, evtl. mit führender Null	Klasse bei kombinierten erster Buchstabe (also bei „11ab“ nur „11a“)	Die ersten zwei Buchstaben des Vornamens der Mutter	Die ersten zwei Ziffern der Hausnummer, evtl. führende Null	männlich

Bitte erinnern Sie sich kurz an die soeben von Ihnen bearbeiteten Aufgaben und beantworten Sie die folgenden Fragen.
Vielen Dank für Ihre wertvolle Mitarbeit!

Fragebogen		
Allgemeine Fragen	Ja	Nein
Haben Sie den TC bei der Bearbeitung der Aufgabe als Hilfe empfunden?		
Hatten Sie Schwierigkeiten, den Einsatz des TC in Ihrer Lösung schriftlich zu dokumentieren?		
Hatten Sie Schwierigkeiten mit der Bedienung des TC?		
Würden Sie der Aussage zustimmen, dass der TC Ihnen beim Bearbeiten der Aufgabe ein Gefühl von Sicherheit gegeben hat?		
Wenn Sie an den bisherigen Unterricht mit dem TC denken, empfinden Sie ihn als interessant?		

Fragen zu *1)* Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge der Funktion $f: x \mapsto \frac{2x^2-6x+4}{x^2+2x-2}$.	
Haben Sie den TC schon einmal im Unterricht in einer vergleichbaren Aufgabenstellung eingesetzt? Ja Nein	
Wo haben Sie im Verlauf der Bearbeitung der Teilaufgabe den TC eingesetzt (Mehrfachnennung möglich)? zu Beginn während der Bearbeitung am Ende (z.B. zur Kontrolle)	
Wenn Sie den TC eingesetzt haben, was haben Sie damit gemacht? Lösungsformel eingetippt Gleichung gelöst (`solve`-Befehl) Faktorisiert mit `factor`-Befehl Nullstellen mit `zeros`-Befehl berechnet ______________________	
Wenn Sie den TC nicht eingesetzt haben, aus welchen Gründen? TC wäre keine Hilfe gewesen händisch war ich schneller ich hätte nicht gewusst, wo Ich bin nicht auf die Idee gekommen, den TC einzusetzen ________________	

Fragen zu *2)* Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim\limits_{\lvert x\rvert\to\infty}\frac{x^2-7x+1}{-3x^2+5x}$.	
Haben Sie den TC schon einmal im Unterricht in einer vergleichbaren Aufgabenstellung eingesetzt? Ja Nein	
Wo haben Sie im Verlauf der Bearbeitung der Teilaufgabe den TC eingesetzt (Mehrfachnennung möglich)?	

zu Beginn　　während der Bearbeitung　　am Ende (z.B. zur Kontrolle)

Wenn Sie den TC eingesetzt haben, was haben Sie damit gemacht?

Graph angesehen　　Grenzwert berechnet (limit-Befehl)　　Wertetabelle angesehen

Funktionswerte berechnet　　______________________

Wenn Sie den TC nicht eingesetzt haben, aus welchen Gründen?

TC wäre keine Hilfe gewesen　　händisch war ich schneller　　ich hätte nicht gewusst, wo

Anhand des Terms erkennt man den Grenzwert sofort

Ich habe lieber händisch gerechnet

Ich bin nicht auf die Idee gekommen, den TC einzusetzen　　________________

Fragen zu *3)* Gegeben ist die Funktionenschar $f_a : x \mapsto \frac{a \cdot x + 2}{x^2 - 4}$ mit $a \in R^+$.

Untersuchen Sie das Verhalten von f_a an der Stelle $x = 2$.
Achten Sie auf die Nachvollziehbarkeit Ihrer Bearbeitung.

Haben Sie den TC schon einmal im Unterricht in einer vergleichbaren Aufgabenstellung eingesetzt?　　Ja　　Nein

Wo haben Sie im Verlauf der Bearbeitung der Teilaufgabe den TC eingesetzt (Mehrfachnennung möglich)?

zu Beginn　　während der Bearbeitung　　am Ende (z.B. zur Kontrolle)

Wenn Sie den TC eingesetzt haben, was haben Sie damit gemacht?

Graph angesehen (für Beispielwerte von a)　　Wertetabelle angesehen

versucht, den Grenzwert zu berechnen (`limit`-Befehl)

h-Methode mit dem TC　　Einseitige Grenzwerte mit dem TC berechnet

Faktorisiert mit TC　　______________________________

Wenn Sie den TC nicht eingesetzt haben, aus welchen Gründen?

TC wäre keine Hilfe gewesen　　händisch war ich schneller　　ich hätte nicht gewusst, wo

Ich habe lieber händisch gerechnet　　Ich bin nicht auf die Idee gekommen, den TC

____________________　　einzusetzen

Fragen zu 4*)*
Geben Sie eine begründete Vermutung über die Symmetrie des Graphen der Funktion $f : x \mapsto \frac{x^2 - 4x + 9}{x^2 - 4x + 5}$ an. (*Es muss ersichtlich sein, wie Sie diese Vermutung erhalten haben.*)

Haben Sie den TC schon einmal im Unterricht in einer vergleichbaren Aufgabenstellung eingesetzt?　　Ja　　Nein

Wo haben Sie im Verlauf der Bearbeitung der Teilaufgabe den TC eingesetzt (Mehrfachnennung möglich)?

zu Beginn　　während der Bearbeitung　　am Ende (z.B. zur Kontrolle)

Wenn Sie den TC eingesetzt haben, was haben Sie damit gemacht?

Graph angesehen　　Wertetabelle angesehen

Terme umgeformt　　_______________

Wenn Sie den TC nicht eingesetzt haben, aus welchen Gründen?

TC wäre keine Hilfe gewesen   händisch war ich schneller   ich hätte nicht gewusst, wo

Ich habe lieber händisch gerechnet   Ich bin nicht auf die Idee gekommen, den TC

___________________   einzusetzen

Bitte geben Sie hier an, was Ihnen besonders missfällt, besonders gefällt oder was Sie gerne noch anmerken möchten:

11.8 Lehrerfragebogen des CAS - Tests in der Jahrgangsstufe 11 vom Februar 2007

M³ Projekt Bayern - Lehrerfragebogen zum Aufgabenbogen Februar

Identifikations-Code		
☐☐☐	—	☐☐☐
Schulnummer, evtl. mit führender Null		Klasse bei kombinierten erster Buchstabe

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

im Folgenden sehen Sie die Aufgaben, die Ihre Schülerinnen und Schüler unter Einsatz des TC (Taschencomputers) bearbeiten werden.

Bitte sehen Sie sich die Aufgaben durch und beantworten Sie die Fragen.

Herzlichen Dank für Ihre Mithilfe!

Aufgabenteil – Bearbeitungszeit 25 Minuten – Hilfsmittel: Taschencomputer, Formelsammlung
1) Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge der Funktion $f: x \mapsto \frac{2x^2-6x+4}{x^2+2x-2}$.
2) Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim\limits_{\lvert x\rvert\to\infty} \frac{x^2-7x+1}{-3x^2+5x}$.
3) Gegeben ist die Funktionenschar $f_a: x \mapsto \frac{a \cdot x+2}{x^2-4}$ mit $a \in \mathbb{R}^+$. Untersuchen Sie das Verhalten von f_a an der Stelle $x = 2$. Achten Sie auf die Nachvollziehbarkeit Ihrer Bearbeitung.
4) Geben Sie eine begründete Vermutung über die Symmetrie des Graphen der Funktion $f: x \mapsto \frac{x^2-4x+9}{x^2-4x+5}$ an. (*Es muss ersichtlich sein, wie Sie diese Vermutung erhalten haben.*)

	Fragebogen		
Allgemeine Fragen		Ja	Nein
	Glauben Sie, dass Ihre Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten dabei haben werden, den Einsatz des TC in Ihrer Lösung schriftlich zu dokumentieren?		
	Glauben Sie, dass Ihre Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten mit der Bedienung des TC haben werden?		
	Würden Sie der Aussage zustimmen, dass der TC Ihren Schülerinnen und Schülern beim Bearbeiten der Aufgabe ein Gefühl von Sicherheit geben wird?		
	Fragen zu 1) Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge der Funktion $f: x \mapsto \frac{2x^2-6x+4}{x^2+2x-2}$.		
Bitte schätzen Sie ein, wie Ihre Schülerinnen und Schüler den TC im Verlauf der Bearbeitung dieser Aufgabe Ihrer Meinung nach einsetzen werden. (Mehrfachnennungen möglich)			
	zu Beginn der Teilaufgabe (z.B. Finden des Ergebnisses, zur Zielvorgabe)		
	während der Bearbeitung der Teilaufgabe (z.B. Auslagern von Rechenschritten an den TC)		

am Ende der Bearbeitung (z.B. zur Kontrolle) ______________________________	
Bitte schätzen Sie ein, wo der Prozentsatz derjenigen Schülerinnen und Schüler liegen wird, die Ihrer Meinung nach den TC beim Lösen dieser Aufgabe einsetzen werden. 0% 0% – 25% 25% – 50% 50% – 75% 75% – 100%	
Bitte schätzen Sie ein, wie hoch der Prozentsatz Ihrer Schülerinnen und Schüler sein wird, welche die Aufgabe richtig lösen werden. 0% 0% – 25% 25% – 50% 50% – 75% 75% – 100%	
Bitte geben Sie an, wie Ihre Schülerinnen und Schüler den TC bei dieser Aufgabe Ihrer Meinung nach einsetzen werden. kein TC Einsatz, Schüler lösen händisch numerische Berechnungen symbolische Berechnungen graphisches Arbeiten	
Fragen zu 2) Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim\limits_{\lvert x\rvert\to\infty} \frac{x^2-7x+1}{-3x^2+5x}$.	
Bitte schätzen Sie ein, wie Ihre Schülerinnen und Schüler den TC im Verlauf der Bearbeitung dieser Aufgabe Ihrer Meinung nach einsetzen werden. (Mehrfachnennungen möglich) zu Beginn der Teilaufgabe (z.B. Finden des Ergebnisses, zur Zielvorgabe) während der Bearbeitung der Teilaufgabe (z.B. Auslagern von Rechenschritten an den TC) am Ende der Bearbeitung (z.B. zur Kontrolle) ______________________________	
Bitte schätzen Sie ein, wo der Prozentsatz derjenigen Schülerinnen und Schüler liegen wird, die Ihrer Meinung nach den TC beim Lösen dieser Aufgabe einsetzen werden. 0% 0% – 25% 25% – 50% 50% – 75% 75% – 100%	
Bitte schätzen Sie ein, wie hoch der Prozentsatz Ihrer Schülerinnen und Schüler sein wird, welche die Aufgabe richtig lösen werden. 0% 0% – 25% 25% – 50% 50% – 75% 75% – 100%	
Bitte geben Sie an, wie Ihre Schülerinnen und Schüler den TC bei dieser Aufgabe Ihrer Meinung nach einsetzen werden. kein TC Einsatz, Schüler lösen händisch numerische Berechnungen symbolische Berechnungen graphisches Arbeiten	
Fragen zu *3)* Gegeben ist die Funktionenschar $f_a : x \mapsto \frac{a \cdot x + 2}{x^2 - 4}$ mit a∈R⁺. Untersuchen Sie das Verhalten von f_a an der Stelle $x = 2$. Achten Sie auf die Nachvollziehbarkeit Ihrer Bearbeitung.	
Bitte schätzen Sie ein, wie Ihre Schülerinnen und Schüler den TC im Verlauf der Bearbeitung dieser Aufgabe Ihrer Meinung nach einsetzen werden. (Mehrfachnennungen möglich) zu Beginn der Teilaufgabe (z.B. Finden des Ergebnisses, zur Zielvorgabe) während der Bearbeitung der Teilaufgabe (z.B. Auslagern von Rechenschritten an den TC) am Ende der Bearbeitung (z.B. zur Kontrolle) ______________________________	
Bitte schätzen Sie ein, wo der Prozentsatz derjenigen Schülerinnen und Schüler liegen wird, die Ihrer Meinung nach den TC beim Lösen dieser Aufgabe einsetzen werden. 0% 0% – 25% 25% – 50% 50% – 75% 75% – 100%	

Bitte schätzen Sie ein, wie hoch der Prozentsatz Ihrer Schülerinnen und Schüler sein wird, welche die Aufgabe richtig lösen werden. 0% 0%–25% 25%–50% 50%–75% 75%–100%	
Bitte geben Sie an, wie Ihre Schülerinnen und Schüler den TC bei dieser Aufgabe Ihrer Meinung nach einsetzen werden. kein TC Einsatz, Schüler lösen händisch numerische Berechnungen symbolische Berechnungen graphisches Arbeiten	
Fragen zu 4) Geben Sie eine begründete Vermutung über die Symmetrie des Graphen der Funktion $f: x \mapsto \frac{x^2-4x+9}{x^2-4x+5}$ an. (*Es muss ersichtlich sein, wie Sie diese Vermutung erhalten haben.*)	
Bitte schätzen Sie ein, wie Ihre Schülerinnen und Schüler den TC im Verlauf der Bearbeitung dieser Aufgabe Ihrer Meinung nach einsetzen werden. (Mehrfachnennungen möglich) zu Beginn der Teilaufgabe (z.B. Finden des Ergebnisses, zur Zielvorgabe) während der Bearbeitung der Teilaufgabe (z.B. Auslagern von Rechenschritten an den TC) am Ende der Bearbeitung (z.B. zur Kontrolle) ______________________________	
Bitte schätzen Sie ein, wo der Prozentsatz derjenigen Schülerinnen und Schüler liegen wird, die Ihrer Meinung nach den TC beim Lösen dieser Aufgabe einsetzen werden. 0% 0%–25% 25%–50% 50%–75% 75%–100%	
Bitte schätzen Sie ein, wie hoch der Prozentsatz Ihrer Schülerinnen und Schüler sein wird, welche die Aufgabe richtig lösen werden. 0% 0%–25% 25%–50% 50%–75% 75%–100%	
Bitte geben Sie an, wie Ihre Schülerinnen und Schüler den TC bei dieser Aufgabe Ihrer Meinung nach einsetzen werden. kein TC Einsatz, Schüler lösen händisch numerische Berechnungen symbolische Berechnungen graphisches Arbeiten	
Raum für Anmerkungen:	

11.9 Aufgaben des CAS - Tests in der Jahrgangsstufe 11 vom Juni 2007[2]

M³ Projekt Bayern - Aufgabenbogen Juni 2007

Identifikations - Code

☐☐☐ —	☐☐☐ —	☐☐	☐☐	weiblich
Schulnummer, evtl. mit führender Null	Klasse bei kombinierten erster Buchstabe (also bei „11ab“ nur „11a“)	Die ersten zwei Buchstaben des Vornamens der Mutter	Die ersten zwei Ziffern der Hausnummer, evtl. führende Null	männlich

Fett umrandete Spalten nicht ausfüllen, sie dienen zur Auswertung

…okumentieren Sie die …erwendung des Taschencomputers. …egründen Sie Ihre Schritte, wo nötig.

Aufgabenteil – Bearbeitungszeit 25 Minuten – Hilfsmittel: Taschencomputer, Formelsammlung	
1) Bestimmen Sie das Verhalten der Funktion $f: x \mapsto \frac{x-1}{x^2-1}$ **an der Definitionslücke x = 1.**	
2) Bestimmen Sie Lage und Art des Extremwerts von $f: x \mapsto \frac{x^2-2}{(x+2)^2}$	
3) Ist die Gerade mit der Gleichung y = 2x-4 Tangente an den Graphen von $f: x \mapsto \frac{1}{2} \cdot x^3 - x$ **? (*Achten Sie auf Nachvollziehbarkeit Ihrer Begründung!*)**	
4) Geben Sie das Monotonieverhalten der Funktion $f: x \mapsto 1-(\ln x)^2$ **für x > 0 an. (*Achten Sie auf Nachvollziehbarkeit.*)**	

[2] Der Platz für die Bearbeitung der Aufgaben wurde aus drucktechnischen Gründen reduziert. Den Schülern stand mehr Platz zur Bearbeitung zur Verfügung.

11.10 Schülerfragebogen des CAS - Tests in der Jahrgangsstufe 11 vom Juni 2007

Identifikations - Code

			—				—					weib-lich
Schulnummer, evtl. mit führender Null				Klasse bei kombinierten erster Buchstabe (also bei „11ab“ nur „11a“)				Die ersten zwei Buchstaben des Vornamens der Mutter		Die ersten zwei Ziffern der Hausnummer, evtl. führende Null		männ-lich

M³ Projekt Bayern - Fragen zum Aufgabenbogen Juni 2007

Bitte erinnern Sie sich kurz an die soeben von Ihnen bearbeiteten Aufgaben und beantworten Sie die folgenden Fragen.
Vielen Dank für Ihre wertvolle Mitarbeit!

	Fragebogen		
Allgemeine Fragen		Ja	Nein
	Haben Sie den TC bei der Bearbeitung der Aufgabe als Hilfe empfunden?		
	Hatten Sie Schwierigkeiten, den Einsatz des TC in Ihrer Lösung schriftlich zu dokumentieren?		
	Hatten Sie Schwierigkeiten mit der Bedienung des TC?		
	Würden Sie der Aussage zustimmen, dass der TC Ihnen beim Bearbeiten der Aufgabe ein Gefühl von Sicherheit gegeben hat?		
	Wenn Sie an den bisherigen Unterricht mit dem TC denken, empfinden Sie ihn als interessant?		

Fragen zu *1)* Bestimmen Sie das Verhalten der Funktion $f: x \mapsto \frac{x-1}{x^2-1}$ an der Definitionslücke x=1.	
Haben Sie den TC schon einmal im Unterricht in einer vergleichbaren Aufgabenstellung eingesetzt? Ja Nein	
Wo haben Sie im Verlauf der Bearbeitung der Teilaufgabe den TC eingesetzt (Mehrfachnennung möglich)? zu Beginn während der Bearbeitung am Ende (z.B. zur Kontrolle)	
Wenn Sie den TC eingesetzt haben, was haben Sie damit gemacht? Lösungsformel eingetippt Gleichung gelöst (`solve`-Befehl) Grenzwert berechnet mit `limit`-Befehl Graph betrachtet ______________________	
Wenn Sie den TC nicht eingesetzt haben, aus welchen Gründen? TC wäre keine Hilfe gewesen händisch war ich schneller ich hätte nicht gewusst, wo Ich bin nicht auf die Idee gekommen, den TC einzusetzen ________________	

Fragen zu *2)* Bestimmen Sie Lage und Art des Extremwerts von $f: x \mapsto \dfrac{x^2-2}{(x+2)^2}$.	
Haben Sie den TC schon einmal im Unterricht in einer vergleichbaren Aufgabenstellung eingesetzt? Ja Nein	
Wo haben Sie im Verlauf der Bearbeitung der Teilaufgabe den TC eingesetzt (Mehrfachnennung möglich)? zu Beginn während der Bearbeitung am Ende (z.B. zur Kontrolle)	
Wenn Sie den TC eingesetzt haben, was haben Sie damit gemacht? Graph angesehen Ableitungen berechnet Gleichungen gelöst (`solve`-Befehl) Funktionswerte berechnet ______________________	
Wenn Sie den TC nicht eingesetzt haben, aus welchen Gründen? TC wäre keine Hilfe gewesen händisch war ich schneller ich hätte nicht gewusst, wo Ich habe lieber händisch gerechnet Ich bin nicht auf die Idee gekommen, den TC einzusetzen ________________	
Fragen zu *3)* Ist die Gerade mit der Gleichung y = 2x-4 Tangente an den Graphen von $f: x \mapsto \frac{1}{2} \cdot x^3 - x$ **?**	
Haben Sie den TC schon einmal im Unterricht in einer vergleichbaren Aufgabenstellung eingesetzt? Ja Nein	
Wo haben Sie im Verlauf der Bearbeitung der Teilaufgabe den TC eingesetzt (Mehrfachnennung möglich)? zu Beginn während der Bearbeitung am Ende (z.B. zur Kontrolle)	
Wenn Sie den TC eingesetzt haben, was haben Sie damit gemacht? Graphen angesehen Wertetabellen angesehen Schnittpunkt berechnet (`solve`-Befehl) allg. Tangente berechnet Ableitungen berechnet ______________________________	
Wenn Sie den TC nicht eingesetzt haben, aus welchen Gründen? TC wäre keine Hilfe gewesen händisch war ich schneller ich hätte nicht gewusst, wo Ich habe lieber händisch gerechnet Ich bin nicht auf die Idee gekommen, den TC ____________________ einzusetzen	
Fragen zu 4*)* **Geben Sie das Monotonieverhalten der Funktion** $f: x \mapsto 1-(\ln x)^2$ **für x > 0 an. (*Achten Sie auf Nachvollziehbarkeit.*)**	
Haben Sie den TC schon einmal im Unterricht in einer vergleichbaren Aufgabenstellung eingesetzt? Ja Nein	
Wo haben Sie im Verlauf der Bearbeitung der Teilaufgabe den TC eingesetzt (Mehrfachnennung möglich)? zu Beginn während der Bearbeitung am Ende (z.B. zur Kontrolle)	
Wenn Sie den TC eingesetzt haben, was haben Sie damit gemacht?	

Graph angesehen Wertetabelle angesehen Ableitung berechnet ______________	
Wenn Sie den TC nicht eingesetzt haben, aus welchen Gründen? TC wäre keine Hilfe gewesen händisch war ich schneller ich hätte nicht gewusst, wo Ich habe lieber händisch gerechnet Ich bin nicht auf die Idee gekommen, den TC ____________________ einzusetzen	
Bitte geben Sie hier an, was Ihnen besonders missfällt, besonders gefällt oder was Sie gerne noch anmerken möchten:	

11.11 Lehrerfragebogen des CAS - Tests in der Jahrgangsstufe 11 vom Juni 2007

M³ Projekt Bayern - Lehrerfragebogen zum Aufgabenbogen Juni 2007

Identifikations-Code		
☐☐☐	—	☐☐☐
Schulnummer, evtl. mit führender Null		Klasse bei kombinierten erster Buchstabe

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

im Folgenden sehen Sie die Aufgaben, die Ihre Schülerinnen und Schüler unter Einsatz des TC (Taschencomputers) bearbeiten werden.

Bitte sehen Sie sich die Aufgaben durch und beantworten Sie die Fragen.

Herzlichen Dank für Ihre Mithilfe!

Aufgabenteil – Bearbeitungszeit 25 Minuten – Hilfsmittel: Taschencomputer, Formelsammlung
1) Bestimmen Sie das Verhalten der Funktion $f: x \mapsto \frac{x-1}{x^2-1}$ an der Definitionslücke x = 1.
2) Bestimmen Sie Lage und Art des Extremwerts von $f: x \mapsto \frac{x^2-2}{(x+2)^2}$
3) Ist die Gerade mit der Gleichung y = 2x-4 Tangente an den Graphen von $f: x \mapsto \frac{1}{2} \cdot x^3 - x$?   **(*Achten Sie auf Nachvollziehbarkeit Ihrer Begründung!*)**
4) Geben Sie das Monotonieverhalten der Funktion $f: x \mapsto 1-(\ln x)^2$ für x > 0 an. (*Achten Sie auf Nachvollziehbarkeit.*)

	Fragebogen		
Allgemeine Fragen		Ja	Nein
	Glauben Sie, dass Ihre Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten dabei haben werden, den Einsatz des TC in Ihrer Lösung schriftlich zu dokumentieren?		
	Glauben Sie, dass Ihre Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten mit der Bedienung des TC haben werden?		
	Würden Sie der Aussage zustimmen, dass der TC Ihren Schülerinnen und Schülern beim Bearbeiten der Aufgabe ein Gefühl von Sicherheit geben wird?		
Fragen zu 1) **Bestimmen Sie das Verhalten der Funktion $f: x \mapsto \frac{x-1}{x^2-1}$ an der Definitionslücke x = 1.**			
Bitte schätzen Sie ein, wie Ihre Schülerinnen und Schüler den TC im Verlauf der Bearbeitung dieser Aufgabe Ihrer Meinung nach einsetzen werden. (Mehrfachnennungen möglich) zu Beginn der Teilaufgabe (z.B. Finden des Ergebnisses, zur Zielvorgabe) während der Bearbeitung der Teilaufgabe (z.B. Auslagern von Rechenschritten an den TC) am Ende der Bearbeitung (z.B. zur Kontrolle) _			
Bitte schätzen Sie ein, wo der Prozentsatz derjenigen Schülerinnen und Schüler			

liegen wird, die Ihrer Meinung nach den TC beim Lösen dieser Aufgabe einsetzen werden.

0% 0% – 25% 25% – 50% 50% – 75% 75% – 100%

Bitte schätzen Sie ein, wie hoch der Prozentsatz Ihrer Schülerinnen und Schüler sein wird, welche die Aufgabe richtig lösen werden.

0% 0% – 25% 25% – 50% 50% – 75% 75% – 100%

Bitte geben Sie an, wie Ihre Schülerinnen und Schüler den TC bei dieser Aufgabe Ihrer Meinung nach einsetzen werden.

kein TC Einsatz, Schüler lösen händisch

numerische Berechnungen symbolische Berechnungen graphisches Arbeiten

Fragen zu 2) **Bestimmen Sie Lage und Art des Extremwerts von $f: x \mapsto \frac{x^2 - 2}{(x+2)^2}$**

Bitte schätzen Sie ein, wie Ihre Schülerinnen und Schüler den TC im Verlauf der Bearbeitung dieser Aufgabe Ihrer Meinung nach einsetzen werden. (Mehrfachnennungen möglich)

zu Beginn der Teilaufgabe (z.B. Finden des Ergebnisses, zur Zielvorgabe)

während der Bearbeitung der Teilaufgabe (z.B. Auslagern von Rechenschritten an den TC)

am Ende der Bearbeitung (z.B. zur Kontrolle)

____

Bitte schätzen Sie ein, wo der Prozentsatz derjenigen Schülerinnen und Schüler liegen wird, die Ihrer Meinung nach den TC beim Lösen dieser Aufgabe einsetzen werden.

0% 0% – 25% 25% – 50% 50% – 75% 75% – 100%

Bitte schätzen Sie ein, wie hoch der Prozentsatz Ihrer Schülerinnen und Schüler sein wird, welche die Aufgabe richtig lösen werden.

0% 0% – 25% 25% – 50% 50% – 75% 75% – 100%

Bitte geben Sie an, wie Ihre Schülerinnen und Schüler den TC bei dieser Aufgabe Ihrer Meinung nach einsetzen werden.

kein TC Einsatz, Schüler lösen händisch

numerische Berechnungen symbolische Berechnungen graphisches Arbeiten

Fragen zu *3)* **Ist die Gerade mit der Gleichung y = 2x-4 Tangente an den Graphen von $f: x \mapsto \frac{1}{2} \cdot x^3 - x$? (*Achten Sie auf Nachvollziehbarkeit Ihrer Begründung!*)**

Bitte schätzen Sie ein, wie Ihre Schülerinnen und Schüler den TC im Verlauf der Bearbeitung dieser Aufgabe Ihrer Meinung nach einsetzen werden. (Mehrfachnennungen möglich)

zu Beginn der Teilaufgabe (z.B. Finden des Ergebnisses, zur Zielvorgabe)

während der Bearbeitung der Teilaufgabe (z.B. Auslagern von Rechenschritten an den TC)

am Ende der Bearbeitung (z.B. zur Kontrolle)

____

Bitte schätzen Sie ein, wo der Prozentsatz derjenigen Schülerinnen und Schüler liegen wird, die Ihrer Meinung nach den TC beim Lösen dieser Aufgabe einsetzen werden.

0% 0% – 25% 25% – 50% 50% – 75% 75% – 100%

Bitte schätzen Sie ein, wie hoch der Prozentsatz Ihrer Schülerinnen und Schüler sein wird, welche die Aufgabe richtig lösen werden.

0% 0% – 25% 25% – 50% 50% – 75% 75% – 100%

Bitte geben Sie an, wie Ihre Schülerinnen und Schüler den TC bei dieser Aufgabe

Ihrer Meinung nach einsetzen werden. kein TC Einsatz, Schüler lösen händisch numerische Berechnungen symbolische Berechnungen graphisches Arbeiten	
Fragen zu 4) **Geben Sie das Monotonieverhalten der Funktion $f: x \mapsto 1-(\ln x)^2$ für x > 0 an. (*Achten Sie auf Nachvollziehbarkeit.*)**	
Bitte schätzen Sie ein, wie Ihre Schülerinnen und Schüler den TC im Verlauf der Bearbeitung dieser Aufgabe Ihrer Meinung nach einsetzen werden. (Mehrfachnennungen möglich) zu Beginn der Teilaufgabe (z.B. Finden des Ergebnisses, zur Zielvorgabe) während der Bearbeitung der Teilaufgabe (z.B. Auslagern von Rechenschritten an den TC) am Ende der Bearbeitung (z.B. zur Kontrolle) ______________________________	
Bitte schätzen Sie ein, wo der Prozentsatz derjenigen Schülerinnen und Schüler liegen wird, die Ihrer Meinung nach den TC beim Lösen dieser Aufgabe einsetzen werden. 0% 0% – 25% 25% – 50% 50% – 75% 75% – 100%	
Bitte schätzen Sie ein, wie hoch der Prozentsatz Ihrer Schülerinnen und Schüler sein wird, welche die Aufgabe richtig lösen werden. 0% 0% – 25% 25% – 50% 50% – 75% 75% – 100%	
Bitte geben Sie an, wie Ihre Schülerinnen und Schüler den TC bei dieser Aufgabe Ihrer Meinung nach einsetzen werden. kein TC Einsatz, Schüler lösen händisch numerische Berechnungen symbolische Berechnungen graphisches Arbeiten	
Raum für Anmerkungen:	

11.12 Hinweise zur Durchführung der CAS-Tests

Dieses Schreiben erhielten die Lehrkräfte jeweils zur Durchführung des Tests.

Universität Würzburg
Didaktik der Mathematik
Am Hubland
97074 Würzburg

An die Projektlehrkräfte
der Jahrgangsstufen 11
des Modellversuchs M³

Testaufgaben und Fragebogen für die M³ Projektklassen der Jahrgangsstufe 11

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

zur Evaluation des Modellversuchs möchten wir – wie im Herbst in Dillingen vorgestellt- in den Modellklassen der Jahrgangsstufe 11 (also in all denjenigen 11. Klassen, deren Schülerinnen und Schüler den Taschencomputer = TC benutzen) zusätzliche Testaufgaben bearbeiten lassen, um tieferen Einblick in die Nutzung des TC durch die Schülerinnen und Schüler zu erhalten.

In den nächsten Tagen erhalten Sie ein Paket mit folgendem Inhalt:

- Testaufgaben für die Schülerinnen und Schüler
  (je ein DIN A4 Blatt beidseitig bedruckt)
- Fragebogen zu den Testaufgaben für die Schülerinnen und Schüler
  (je ein DIN A4 Blatt beidseitig bedruckt)

Dieser Test soll in einer Unterrichtsstunde (möglichst zeitnah zum Erhalt der Kopien im Monat Februar) durchgeführt werden.

Hinweise zur Durchführung:

Erster Teil:
Im ersten Teil erhalten die Schülerinnen und Schüler den Aufgabenbogen und bearbeiten ihn innerhalb von 25 Minuten. Dazu dürfen Sie den TC verwenden (bitte nur den TC und keine anderen Taschenrechner) und auch die Formelsammlung. Nach der Bearbeitungszeit von 25 Minuten sind die Blätter einzusammeln.

Zweiter Teil:
Im zweiten Teil erhalten die Schülerinnen und Schüler den Fragebogen zu den Aufgaben. Hier füllen sie Fragen zur Nutzung des TC bei den vorher bearbeiteten Aufgaben aus.
Bitte weisen Sie die Schülerinnen und Schüler darauf hin und achten Sie darauf, dass die Codierung der Bögen (erste Zeile) ausgefüllt wird, Bögen ohne die entsprechende Codierung sind für uns wertlos.

Die Angaben „zu Beginn", „während der Bearbeitung" und „am Ende (z.B. zur Kontrolle" zielen darauf ab, wann die Schüler den TC im Laufe der Bearbeitung einsetzen. „Zu Beginn" soll eher ausdrücken, der TC wird zum Finden einer Lösung oder eines Zieles angewendet, „während" soll bedeuten, dass der TC in den ganzen Prozess integriert wird, und „am Ende" soll eher bedeuten, die Aufgabe wird mit dem TC überprüft.

Ferner bitten wir Sie, den beiliegenden Fragebogen für die Lehrkraft auszufüllen und beizulegen. Bitte füllen Sie den Fragebogen für die Lehrkraft vor der Durchführung des Tests aus.

Die Durchführung dieses Testverfahrens ist mit dem StMUK abgesprochen.

Die ausgefüllten Aufgabenblätter und Fragebögen senden Sie bitte wieder an folgende Adresse:

Universität Würzburg
Didaktik der Mathematik
Am Hubland
97074 Würzburg

Wir bedanken uns für Ihre Mitarbeit.

Prof. Dr. H.-G. Weigand
E. Bichler

11.13 Formular für die Stundenprotokolle

In der Phase I und II füllte jede Projektlehrkraft nach jeder Stunde folgenden Bogen aus:

Stundenprotokoll:

Name des Unterrichtenden: …………………….. Datum ....

Klasse: ………………….. Einzelstunde/Doppelstunde

Stundenthema/Themenbereich:...

Unterrichtsinhalt, Aufgabe, Arbeitsblatt, ...	Unterrichtsform des CAS-Einsatzes	Überwiegend verwendete CAS-Fenster	Zeitumfang in Minuten: Etwa .....
	☐ Lehrerzentriert ☐ Individuelles Arb. ☐ Partnerarbeit ☐ Gruppenarbeit ☐ Projektarbeit ☐	☐ Algebra-Fenster ☐ Graphik-F ☐ Tabellen-F ☐ Geometrie-F ☐	
	Lehrerzentriert ☐ Individuelles Arb. ☐ Partnerarbeit ☐ Gruppenarbeit ☐ Projektarbeit ☐	☐ Algebra-Fenster ☐ Graphik-F ☐ Tabellen-F ☐ Geometrie-F ☐	
	☐ Lehrerzentriert ☐ Individuelles Arb. ☐ Partnerarbeit ☐ Gruppenarbeit ☐ Projektarbeit ☐	☐ Algebra-Fenster ☐ Graphik-F ☐ Tabellen-F ☐ Geometrie-F ☐	

11.14 Formular für die Bewertung der Prüfungsaufgaben/Klassenarbeiten

Die Projektlehrkräfte wurden gebeten, zu jeder durchgeführten schriftlichen Prüfung folgende Bewertungen abzugeben:

Schule: ……………………………………………………

Stegreifaufgabe Schulaufgabe

Klasse: ………………… Datum: …………………. Zeit: ………………………..

Wir legen folgende Schwierigkeitsstufen (man könnte auch von Kompetenzstufen sprechen) zugrunde.

Frage 1: Welcher Schwierigkeitsstufe ordnen Sie die Aufgabe zu?

S1: Aufgaben, die auf die Abarbeitung bekannter und im Unterricht geübter (trainierter) Algorithmen und Lösungsverfahren hinauslaufen (Reproduktion)
S2: Aufgaben, bei denen Schüler geübte Algorithmen und Lösungsverfahren in abgewandelter Form erkennen und ausführen müssen. (Reorganisation)
S3: Aufgaben, bei deren Lösung der Schüler eigene Strategien entwickeln müssen. (Transfer)

Frage 2: Durfte bei den Aufgaben der TC verwendet werden?

Frage 3: (falls Frage 2 mit ‚ja' beantwortet wurde). Hätten Sie diese Aufgabe in gleicher Weise gestellt, wenn kein TC hatte verwendet werden dürfen?

Aufgabe	Frage 1: Schwierigkeitsgrad?	Frage 2: TC verwendet?	Frage 3: Auch ohne TC gestellt?	Sonstige Bemerkungen

11.15 Wertungsfragebogen für die Schüler; Phase I, II und III

Fragebogen

Bearbeitet von: ___________________
Datum: ___________________
Klasse: ___________________
Schule: ___________________
Schulort: ___________________

Hinweise zur Bearbeitung des Fragebogens

Bearbeitungszeit:

- Der Fragebogen sollte in 20 Minuten bearbeitet werden.

Freie Flächen nach den Aufgaben:

- Die freien Flächen sollten Sie benutzen um zur jeweiligen Aufgabe Überlegungen festzuhalten, Skizzen anzufertigen oder Erläuterungen zu geben.
- Falls der Platz nicht ausreicht, können Sie die Rückseite des vorhergehenden Blattes benutzen.

1. Wenn Sie den Mathematikunterricht mit dem Voyage 200 mit Ihrem früheren Mathematikunterricht (ohne Voyage 200) vergleichen, welche der folgenden Aussagen treffen dann zu? Bitte kreuzen Sie entsprechend an.

	Trifft völlig zu	Trifft zu	Es war kein Unterschied	Trifft nicht zu	Trifft überhaupt nicht zu
Der Unterricht mit dem Voyage 200 war interessanter als der frühere Unterricht.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Unterricht wurde durch den Voyage 200 leichter.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Unterricht war abwechslungsreicher	☐	☐	☐	☐	☐
Ich habe in diesem Unterricht mehr gelernt als im sonstigen Unterricht.	☐	☐	☐	☐	☐
Mathematik hat mir in diesem Unterricht mehr Freude bereitet.	☐	☐	☐	☐	☐
Mit dem Voyage 200 habe ich eine ganz neue Seite der Mathematik kennen gelernt.	☐	☐	☐	☐	☐
Ich war im Unterricht aktiver als im sonstigen Unterricht	☐	☐	☐	☐	☐
Ich habe mich über Unterricht und Hausaufgaben hinaus eigenständig mit dem Voyage 200 beschäftigt.	☐	☐	☐	☐	☐
Ich würde gerne weiterhin im Mathematikunterricht mit dem Voyage 200 arbeiten.	☐	☐	☐	☐	☐
Ich würde meinen Schulfreunden aus der 9. Klasse empfehlen, unbedingt in eine Klasse zu gehen, in dem mit dem Voyage 200 gearbeitet wird.	☐	☐	☐	☐	☐
Ich haben den Voyage 200 häufig zu den Hausaufgaben benutzt.	☐	☐	☐	☐	☐
Die Bedienung des Voyage 200 ist sehr einfach.	☐	☐	☐	☐	☐
Ich habe häufig lange nach bestimmten Befehlen auf dem Voyage 200 gesucht.	☐	☐	☐	☐	☐

Ist Ihnen etwas ganz besonders positiv in Erinnerung geblieben, was sie mit dem Voyage 200 (im Unterricht oder zuhause) gesehen oder erlebt haben?

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

Was hat Ihnen beim Umgang mit dem Voyage 200 die größten Schwierigkeiten bereitet?

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

Was sollte Ihr Lehrer beim Unterricht mit dem Voyage 200 ändern?
Machen Sie Vorschläge!

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

11.16 Wertungsfragebogen für Lehrerinnen und Lehrer, Schuljahr 2005/2006

Lehrer(innen)-Fragebogen zum Einsatz des Voyage 200 im Schuljahr 2005/06 in der 10. Jahrgangsstufe

Diese Daten werden ohne Bezug zu Ihrem Namen ausgewertet. Selbstverständlich werden die Daten oder diese Fragebogen nicht an Dritte weitergegeben.

Herzlichen Dank für Ihre Mitarbeit!

Informationen zur Person   Bitte Zutreffendes ankreuzen:

Geschlecht: männlich ☐   weiblich ☐

Mein Zweitfach ist: ……………………………………….

Evt. Drittfach: …………………………………………….

Meine Unterrichtserfahrungen betragen insgesamt:

- ☐ bin im Referendariat
- ☐ 0-2 Jahre (nach dem Referendariat)
- ☐ 3 - 5 Jahre
- ☐ 6 - 10 Jahre
- ☐ 11-20 Jahre
- ☐ mehr als 20 Jahre

1. Wie oft schätzen Sie, dass Sie den Voyage 200 (TC) im Unterricht im Durchschnitt eingesetzt haben?
   - ☐ jede Stunde (mindestens einmal)
   - ☐ jede zweite Stunde (mindestens einmal)
   - ☐ jede Woche (mindestens einmal)
   - ☐ nur sehr sporadisch

2. Schätzen Sie den Prozentsatz der gesamten Unterrichtszeit, in der der TC **Teil des Unterrichtsgeschehens** war (das muss nicht heißen, dass dabei ständig auf dem Rechner getippt wurde).
   - ☐ weniger als 5 %
   - ☐ 5 % – 10 %
   - ☐ 10 % – 15 %
   - ☐ 15 % – 20 %
   - ☐ 20 % – 30 %
   - ☐ 30 % – 40 %
   - ☐ 40 % – 50 %
   - ☐ mehr als 50 %

3. Durfte der Rechner bei Ihnen in schriftlichen **Prüfungen** (Schulaufgaben und Stegreifaufgaben) – zumindest in einigen Prüfungen – verwendet werden?
   - ☐ ja, immer
   - ☐ großenteils ja, es gab aber auch Prüfungsteile, in denen der Rechner nicht verwendet werden durfte
   - ☐ ja, aber nur bei einigen Prüfungsteilen (also mehrheitlich nein)
   - ☐ nein

   Bitte geben Sie eine kurze Begründung für Ihre Entscheidung an.

   ………………………………………………………………………………………………

   ………………………………………………………………………………………………

   ………………………………………………………………………………………………

   ………………………………………………………………………………………………

4. Wurde der Rechner bei Ihnen bei **sonstigen Leistungserhebungen** (mündlich oder schriftlich) eingesetzt?

   ☐ ja ☐ nein

Falls ja, wie wurde er da eingesetzt? (Mehrfachnennungen möglich)

☐ es mussten Lösungsansätze und Strategien mit dem Rechner verbal erläutert werden
☐ es mussten Lösungsansätze und Strategien mit einem Overhead-Display erläutert werden
☐ es mussten Rechnerergebnisse verbal erläutert werden
☐ es mussten Rechnerergebnisse mit einem Overhead-Display erläutert werden
☐ Sonstige Verfahren:

……………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………….

5. Hatte der Rechner einen Einfluss auf die in Ihren Unterricht behandelten **Inhalte?**

☐ ja ☐ nein

Falls ja, können Sie das erläutern? (Mehrfachnennungen möglich)

☐ es konnten Inhalte behandelt werden, die sonst nicht behandelt wurden, z. B.

……………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………….

☐ es konnten Inhalte gekürzt behandelt werden, z. B.

……………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………….

☐ es konnten Inhalte weggelassen werden, z. B.

……………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………….

☐ es mussten neue Inhalte im Hinblick auf die Fähigkeit der Verwendung des TC behandelt werden.

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

6. Hatte der Rechner einen Einfluss auf Ihre **Unterrichtsmethodik**?

☐ ja ☐ nein

Falls ja, können Sie das erläutern? (Mehrfachnennungen möglich):

☐ es konnten manche Inhalte schneller behandelt werden, z. B.
……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

☐ ich musste selbst weniger an der Tafel erklären
☐ Schüler haben mehr an der Tafel erklärt
☐ Es wurde mehr Einzelarbeit durchgeführt.
☐ es wurde mehr Partnerarbeit durchgeführt
☐ es wurde mehr Gruppenarbeit durchgeführt
☐ es wurde mehr Projektarbeit durchgeführt. Welche Projekte:
……………………………………………………………………………………………

☐ Sonstiges: ……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

7. Haben Sie sich aufgrund des TR-Einsatzes in besonderer Weise (d. h. gegenüber Ihrer sonstigen Unterrichtsvorbereitung ohne TC) auf den Unterricht **vorbereitet**?

☐ ja ☐ nein

Falls ja, wie? (Mehrfachnennungen möglich)

☐ Handbuch des Voyage 200 zumindest teilweise studiert.
☐ Internetrecherchen zum TC-Einsatz durchgeführt.
☐ im Schulbuch nach speziellen Aufgaben für den TR-Einsatz gesucht
☐ zusätzliche Materialien verwendet. Welche?
…………………………… ……………………………………………………

……………………………………………………………………………………

8. Denken Sie, dass die (oder manche) Schüler einige **Inhalte besser verstanden** haben, als ohne Rechnereinsatz?

☐ ja ☐ nein

Falls ja, geben Sie einige Beispiele:

……………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………….

9. Worin sehen Sie die drei (wenn überhaupt) **größten Vorteile** bei Ihrem Unterricht mit dem TC-Einsatz (gegenüber Ihrem Unterricht ohne TC-Einsatz)?
   a) ……………………………………………………………………………………………………
   ……………………………………………………………………………………………………..
   b) ……………………………………………………………………………………………………
   ……………………………………………………………………………………………………..
   c) ……………………………………………………………………………………………………
   ……………………………………………………………………………………………………..

10. Worin sehen Sie die drei (wenn überhaupt) **größten Nachteile** in Ihrem Unterricht mit dem TC-Einsatz?
   a) ……………………………………………………………………………………………………
   ……………………………………………………………………………………………………..
   b) ……………………………………………………………………………………………………
   ……………………………………………………………………………………………………..
   c) ……………………………………………………………………………………………………
   ……………………………………………………………………………………………………..

11. Sonstige Bemerkungen und Anregungen im Hinblick auf den TC-Einsatz im Unterricht:

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………

Nochmals ganz herzlichen Dank für Ihre Mitarbeit!

11.17 Online-Wertungsfragebogen für Lehrerinnen und Lehrer, Schuljahr 2006/2007

Die im Folgenden abgedruckten Fragebögen wurden ausschließlich online zur Verfügung gestellt. Bei der Umwandlung der Fragebögen in eine druckbare Form traten z. T. Formatverschiebungen auf.

Aus technischen Gründen sind bei den Antworten jeweils ausgewählte Antworten zu sehen (Häkchen in einer rechteckigen Box bzw. ausgefüllter Kreis). Dies hat keinerlei Bedeutung, es wurde durch die Software verursacht, mit der die Umwandlung in das druckbare Format durchgeführt worden ist.

11.17.1 Oktober 2006

M3 Projekt Bayern - Lehrerfragebogen - Oktober 2006

Die Bestimmungen des Datenschutzes werden selbstverständlich eingehalten

Liebe Kolleginnen und Kollegen,
denken Sie beim Beantworten der Fragen an Ihren Unterricht der vergangenen 3-4 Wochen in der Modellklasse.

1. Bitte wählen Sie Ihre Schule/Klasse aus!

(*aus Datenschutzgründen sind diese Auswahlen nicht aufgeführt*)

2. Wie haben Sie die Taschencomputer eingeführt?

(Mehrfachwahl möglich)

- ☑ Schritt für Schritt im Unterricht (Dort, wo es das erste Mal benötigt wird, wird es erklärt)
- ☑ Erlernen der Bedienung anhand von Aufgaben zur Wiederholung des Stoffes aus dem Vorjahr.
- ☑ Spezielle Einführungsstunden (reguläre Unterrichtszeit)
- ☑ Spezielle Einführungsstunden (außerhalb der regulären Unterrichtszeit)
- ☑ Einrichtung eines Forums im Internet
- ☑ Austeilen des Handbuchs

3. Wenn Sie SICH Ihren Unterricht DER LETZTEN WOCHEN mit dem TC in der Modellklasse VORSTELLEN, denken Sie dass der Einfluss des TC auf den Unterricht

- ◉ sehr positiv war
- ○ positiv war
- ○ neutral war
- ○ negativ war
- ○ sehr negativ war

4. Wenn Sie SICH Ihren Unterricht DER LETZTEN WOCHEN mit dem TC in der Modellklasse VORSTELLEN, glauben Sie, dass die Schülerinnen und Schüler den Unterricht mit dem Taschencomputer

- ◉ sehr positiv empfunden haben
- ○ positiv empfunden haben
- ○ neutral empfunden haben
- ○ negativ empfunden haben
- ○ sehr negativ empfunden haben

**5. Wenn Sie an die Unterrichtsstunden der letzten Wochen denken, wie oft haben Sie den Taschencomputer eingesetzt?
("eingesetzt" soll heißen, dass er in der Stunde irgendwann einmal benutzt worden ist, unabhängig von der Zeitdauer)**

- (•) jede Stunde
- ( ) einmal pro Woche
- ( ) jede zweite Stunde
- ( ) seltener

6. Wenn Sie an den Einsatz des Taschencomputers in dieser Zeit denken, welche Funktionalitäten des Taschencomputers haben Sie eingesetzt?

(Mehrfachnennungen sind möglich)

- [x] Symbolische Termumformungen
- [x] Tabellenkalkulation
- [x] Algebraisches Lösen von Gleichungen ("solve")
- [x] Folgeneditor
- [x] Graphisches Lösen von Gleichungen
- [x] Programmierung
- [x] Funktionsplotter
- [x] Geometrieprogramm
- [x] Wertetabelle

7. In welchen Bereichen haben Sie den Taschencomputer eingesetzt?

(Mehrfachnennungen möglich)

- [x] beim Einführen eines neuen Stoffes
- [x] beim Vertiefen
- [x] zur Visualisierung mathematischer Zusammenhänge
- [x] bei der Wiederholung
- [x] beim Üben / bei Übungsaufgaben
- [x] bei Anwendungsaufgaben

8. Während der Phasen, in denen der Taschencomputer eingesetzt worden ist ...

(Mehrfachnennungen möglich)

- [x] arbeiteten die Schüler selbsttätig
- [x] haben die Schüler mit dem Taschencomputer Ergebnisse präsentiert
- [x] arbeiteten die Schüler alleine
- [x] hat die Lehrkraft den Taschencomputer als Demonstrationsobjekt benutzt
- [x] arbeiteten die Schüler in Gruppen
- [x] haben die Schüler Hausaufgaben mit dem Taschencomputer kontrolliert
- [x] gab es Projektarbeit
- [x] haben die Schüler Hausaufgaben mit dem Taschencomputer vorgestellt
- [x] wurde der Rechner als Kontrollinstrument durch die Schüler benutzt

9. Welche Schwierigkeiten traten Ihrer Einschätzung auf Seiten der Schüler auf?

- [x] fehlendes mathematisches Basiswissen
- [x] Schwierigkeiten bei der Dokumentation der Lösungen
- [x] fehlendes Wissen über die Bedienung des Taschencomputers
- [x] Schwierigkeiten beim Anwenden der neuen Lehrinhalte
- [x] Schwierigkeiten bei der Interpretation von Ausgaben des Taschencomputers

Da man mit Multiple-Choice-Items nicht alles abbilden kann, haben Sie im Folgenden die Möglichkeit zur Texteingabe.

10. Welches Ereignis im Unterricht blieb Ihnen besonders negativ in Erinnerung?

11. Welches Ereignis im Unterricht blieb Ihnen besonders positiv in Erinerung?

12. Gab es an Ihrer Schule Schwierigkeiten oder Widerstände beim Start des Modellversuchs? Wenn nein, so lassen Sie das folgende Feld bitte leer. Wenn ja, so geben sie bitte eine kurze Beschreibung.

13. Hier können Sie spezielle Anmerkungen geben (besondere Hinweise; Kommentare zum Fragebogen, Wünsche für die Zukunft, ...)

Vielen Dank, dass Sie sich die Zeit genommen haben, die Fragen zu beantworten. Sie geben dem Modellversuch damit wertvolle Unterstützung!

abschicken | Eingaben loeschen

Bis auf Frage 2 waren alle Fragen dieses Fragebogens in jedem anderen Monat auch enthalten.

11.17.2 Bemerkung zu den weiteren Fragebögen

Im Folgenden werden nur noch die Fragen angeführt, welche jeweils in dem Monat zusätzlich gestellt worden sind.

11.17.3 November 2006

9. Wenn Sie bereits Prüfungen mit dem Taschencomputer durchgeführt haben, sind Sie der Meinung, dass die Lösungen der Schüler, wenn diese den Taschencomputer verwenden, schlecht nachvollziehbar sind?

⦿ ja ○ nein

10. Haben Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern die Frage erörtert, wie Lösungen unter Verwendung des Taschencomputers zu dokumentieren sind?

⦿ Ja ○ Nein

11. Welche der folgenden Aussagen bezüglich des Einsatzes von Taschencomputern in Prüfungen trifft am besten Ihre eigene Auffassung?

⦿ Die Verwendung von Taschencomputern in Prüfungen sollte generell untersagt werden.

○ Taschencomputer sollten nur in Ausnahmefällen in Prüfungen zur Verfügung stehen.

○ Taschencomputer müssen unbedingt auch in Prüfungen den Schülern zur Verfügung stehen.

11.17.4 Dezember 2006

9. Was sind Ihrer Meinung nach die Vorteile eines Taschencomputers?

- [x] Der TC ist jederzeit leicht verfügbar.
- [x] Die Einsatzdauer des TC kann den Bedürfnissen des Unterrichtenden leicht angepasst werden.
- [x] Die Schüler haben den TC stets (Unterricht, Hausaufgaben, Prüfungen) zur Verfügung.
- [x] Mit dem TC ist Unterricht in jeder Sozialform möglich.
- [x] Ergebnisse können leicht präsentiert werden.
- [x] Der TC benötigt kein Netzteil.
- [x] Der TC ist robust.
- [x] Der TC bereichert den Unterricht durch gezielten didaktischen Einsatz.

10. Wenn Sie noch andere Vorteile sehen, die vorher nicht aufgelistet worden sind, so haben Sie hier die Möglichkeit, diese anzugeben:

11. Was sind Ihrer Meinung nach die Nachteile eines Taschencomputers (TC) ?

- [x] Bedienung ist kompliziert.
- [x] Der TC ist eine "Insellösung", d.h. also ein speziell für die Bedürfnisse der Mathematik zugeschnittenes Gerät.
- [x] Eine Dokumentation von Lösungen ist viel schwieriger.
- [x] Der TC ist teuer.
- [x] Der TC hat keine Maus.
- [x] Der TC ist keine Bereicherung des Unterrichts, er macht alles nur noch schwieriger.
- [x] Viele Aufgaben sind nicht mehr möglich, wenn man einen TC einsetzt.

12. Wenn Sie noch andere Nachteile sehen, die vorher nicht aufgelistet worden sind, so haben Sie hier die Möglichkeit, diese anzugeben:

13. Glauben Sie, dass zur Zeit ein Laptop eine realistische Alternative zum TC ist?
(Beachten Sie bei Ihrer Antwort bitte auch, was ein Laptop kostet, wie robust er ist, wie sich Prüfungen mit ihm gestalten ließen, ...)

◉ Ja ○ Nein

11.17.5 Januar 2007

9. Eine gängige Methode bei Prüfungen ist es, "technologiefreie" Prüfungsteile zu haben, um sicherzustellen, dass händische Grundfertigkeiten ohne Hilfsmittel zur Verfügung stehen. Welcher der folgenden Aussagen stimmen Sie eher zu?

- (•) Ohne einen "technologiefreien" Teil können händische Grundfertigkeiten nicht geprüft werden.
- ( ) Händische Grundfertigkeiten können auch ohne einen "technologiefreien" Teil geprüft werden, dies kann durch die Aufgabenstellung gesteuert werden.

10. In welcher Art und Weise war Ihren Schülerinnen und Schülern bisher bei den SCHULAUFGABEN die Verwendung des Taschencomputers erlaubt?

- [x] 1. Schulaufgabe ohne TC (Verwendung absichtlich untersagt)
- [x] 1. Schulaufgabe ohne TC (Verwendung aus organisatorischen Gründen nicht möglich)
- [x] 1. Schulaufgabe mit TC (TC in ganzer Schulaufgabe zugelassen)
- [x] 1. Schulaufgabe mit TC (TC in einem Teil zugelassen, anderer Teil ohne TC)
- [x] 2. Schulaufgabe ohne TC (Verwendung absichtlich untersagt)
- [x] 2. Schulaufgabe ohne TC (Verwendung aus organisatorischen Gründen nicht möglich)
- [x] 2. Schulaufgabe mit TC (TC in ganzer Schulaufgabe zugelassen)
- [x] 2. Schulaufgabe mit TC (TC in einem Teil zugelassen, anderer Teil ohne TC)

11. In welchen STEGREIFAUFGABEN war Ihren Schülerinnen und Schülern bisher die Verwendung des Taschencomputers erlaubt?

- [x] 1. Stegreifaufgabe ohne TC (aus organisatorischen Gründen)
- [x] 1. Stegreifaufgabe ohne TC (Verwendung absichtlich untersagt)
- [x] 1. Stegreifaufgabe mit TC
- [x] 2. Stegreifaufgabe ohne TC (aus organisatorischen Gründen)
- [x] 2. Stegreifaufgabe ohne TC (Verwendung absichtlich untersagt)
- [x] 2. Stegreifaufgabe mit TC
- [x] 3. Stegreifaufgabe ohne TC (aus organisatorischen Gründen)
- [x] 3. Stegreifaufgabe ohne TC (Verwendung absichtlich untersagt)
- [x] 3. Stegreifaufgabe mit TC

12. Haben Ihre Schülerinnen und Schüler ECHTE MÜNDLICHE Prüfungen mit TC absolviert und wenn ja, welche?

- [x] Rechenschaftsablagen
- [x] Unterrichtsbeiträge (bei denen mit dem TC vorgeführt worden ist)
- [x] Referate

13. Sie haben hier die Gelegenheit, Anmerkungen zur Verwendung in Prüfungen zu machen, die durch die obigen Fragen nicht abgedeckt worden sind oder die Sie für besonders wichtig halten.

14. Über welche Punkte brauchen Sie seitens der Administration Klarheit und Entscheidung und bis wann sollte diese erfolgen?

15. Welche sonstigen Erwartungen und/oder Wünsche und/oder Anregungen haben Sie an das nächste Treffen im März?

11.17.6 Februar 2007

9. Haben Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern bereits über einen CAS Kurs im kommenden Jahr in der Kursphase gesprochen?

◉ Ja ○ Nein

10. Welcher Kurs wird Ihrer Meinung nach an Ihrer Schule im kommenden Schuljahr (zu den bekannten Bedinungen) zustande kommen?

☑ Grundkurs mit CAS ☑ Stattfinden ist noch unklar
☑ Leistungskurs mit CAS ☑ Es wird sicherlich kein CAS Kurs stattfinden

11. Wenn an Ihrer Schule kein CAS Kurs geplant ist, aus welchen Gründen ist dies der Fall?

12. Wie möchten Sie (bzw. Ihre Schule) im kommenden Schuljahr im Modellversuch fortfahren?

- ☑ CAS in einer Klasse Jgst. 10
- ☑ CAS in zwei Klassen Jgst. 10
- ☑ CAS in einer Klasse Jgst. 11
- ☑ CAS in zwei Klassen Jgst. 11
- ☑ CAS in Kursphase
- ☑ noch keine Entscheidung gefällt

13. Wenn noch keine Entscheidung über das Vorgehen im kommenden Jahr gefallen ist, was sind die Gründe dafür?

11.17.7 März 2007

9. Wenn Sie an den Beginn Ihrer Tätigkeit im Modellversuch denken, welche Materialien hätten Sie benötigt? (Mehrfachnennungen möglich)

- ☑ Handreichung mit kleineren Unterrichtsbeispielen
- ☑ Handreichung mit ganzen Unterrichtssequenzen
- ☑ Handreichung zur Bedienung des CAS Handhelds
- ☑ Beispiele von Prüfungsaufgaben
- ☑ Hinweise zur organisatorischen Durchführung von Prüfungen

10. Wenn es noch etwas gibt, das durch die vorhergehenden Antwortmöglichkeiten nicht erfasst werden konnte, so geben Sie es einfach hier an:

11. Wenn Sie an den Beginn Ihrer Tätigkeit im Modellversuch denken, welche Maßnahmen hätten Sie benötigt? (Mehrfachnennungen möglich)

⦿ Fortbildung zur Bedienung des Handhelds

○ Fortbildung zu didaktischen Konzepten und Hintergründen

○ Fortbildung zu Einsatzbeispielen im Unterricht

○ Fortbildung zum Austausch mit Kolleginnen und Kollegen aus anderen Bundesländern, die bereits Erfahrungen mit CAS-Einsatz gesammelt haben.

12. Wenn es noch etwas gibt, das durch die vorhergehenden Antwortmöglichkeiten nicht erfasst werden konnte, so können Sie das hier angeben:

11.17.8 April 2007

9. Wären Sie bereit, im kommenden Schuljahr eine oder mehrere Unterrichtseinheiten zu Evaluationszwecken mit dem Taschencomputer durchzuführen?

⦿ Ja ○ Nein

10. Wenn Sie "nein" angegeben haben, würden Sie bitte die Gründe angeben:

11. Möchten Sie nähere Informationen zu dem neuen Gerät TI Nspire?

⦿ Ja ○ Nein

12. Würden Sie der Aussage zustimmen, den Taschencomputer als Medium in Ihrem Unterricht nicht mehr missen zu wollen?

⦿ Ja ○ Nein

13. Wenn Sie "nein" angegeben haben, würden Sie bitte die Gründe angeben:

11.17.9 Mai 2007

9. Glauben Sie, dass es eine mögliche Option ist, den TC nur im Unterricht, aber nicht in Prüfungen einzusetzen?

- (•) Ja
- ( ) Nein

10. Wenn Sie an Ihren bisherigen Einsatz des TC denken, welchen Aussage würden Sie eher zustimmen?

(Mehrfachwahl möglich)

- (•) Die symbolischen Fähigkeiten eines CAS sind unbedingt nötig.
- ( ) Ich kann das Meiste meiner Ziele genau so gut mit einem Grafikrechner erreichen (ein Grafikrechner kann nicht symbolisch rechnen, er löst aber auch Gleichungen, differenziert, etc. - eben nur numerisch)
- ( ) Das Display und die Auflösung von Grafikrechnern ist viel zu schlecht.
- ( ) Die Bedienung von Grafikrechnern ist zu umständlich.
- ( ) Ich habe mich noch nie mit Grafikrechnern beschäftigt, kann also keine Aussage treffen.

11. Wenn Sie noch weitere Anmerkungen zur vorangegangenen Frage machen möchten, können Sie das hier tun:

12. Halten Sie die anvisierte "Lücke" von zwei Jahren bis zu einer möglichen Zulassung von CAS (d.h. also der dritte G8-Jahrgang) für

- (•) eher günstig
- ( ) eher ungünstig

11.17.10 Juni 2007 (Wertungsfragebogen Lehrkräfte für das Schuljahr 2006/2007)

Der Fragebogen des Monats Juni war zugleich der Abschluss-Wertungs-Fragebogen des Schuljahres.

Abschlussfragebogen für Lehrkräfte im M3 Projekt Bayern 2007

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

Sie haben nun ein (z.T. weiteres) Jahr im Modellversuch M3 unterrichtet. Für Ihr Engagement danken wir Ihnen herzlich.
Bitte helfen Sie uns, Ihre Einschätzungen und Erfahrungen zu bündeln und beantworten Sie folgenden Fragebogen.

Selbstverständlich werden die Antworten vertraulich behandelt und die Bestimmungen des Datenschutzes eingehalten.

---

1. Bitte wählen Sie Ihre Schule und Ihre Klasse(n) aus!
(Mehrfachwahl möglich)

[Aus Datenschutzgründen fehlen hier die entsprechenden Antwortmöglichkeiten]

2. Bitte wählen Sie Ihr Geschlecht aus.

◉ weiblich	○ männlich

---

3. Wie sieht Ihre Beteiligung am M3 Projekt aus?
(Dies bezieht sich auf die "aktive" Beteiligung im Sinne des Unterrichtens mit dem Taschencomputer)

◉ ich bin das erste Mal dabei	○ ich bin das dritte Jahr dabei
○ ich bin das zweite Jahr dabei	○ ich bin das vierte Jahr dabei

---

4. Wie schätzen Sie den Unterricht mit dem Taschencomputer in diesem Schuljahr rückwirkend betrachtet insgesamt ein?

◉ sehr positiv	○ eher negativ
○ positiv	○ sehr negativ
○ neutral	

5. Wie glauben Sie, dass Ihre Schülerinnen und Schüler den Unterricht mit dem Taschencomputer rückwirkend betrachtet in diesem Schuljahr empfunden haben?

- ⦿ sehr positiv
- ○ positiv
- ○ neutral
- ○ eher negativ
- ○ sehr negativ

6. Wie oft schätzen Sie, dass Sie den Taschencomputer im Unterricht im Durchschnitt eingesetzt haben?

- ⦿ jede Stunde (mindestens einmal)
- ○ jede zweite Stunde (mindestens einmal)
- ○ jede Woche (mindestens einmal)
- ○ nur sehr sporadisch

7. Schätzen Sie den Prozentsatz der gesamten Unterrichtszeit, in der der Taschencomputer Teil des Unterrichtsgeschehens war (das muss nicht bedeuten, dass dabei ständig mit dem Rechner gearbeitet worden ist).

- ⦿ weniger als 5%
- ○ 5% - 10%
- ○ 10%-15%
- ○ 15%-20%
- ○ 20%-30%
- ○ 30%-40%
- ○ 40%-50%
- ○ über 50%

8. Durfte der Taschencomputer in Schulaufgaben verwendet werden?

- ⦿ ja, immer
- ○ großteils ja, es gab aber auch Teile, in denen er nicht eingesetzt werden durfte
- ○ ja, aber nur bei einigen wenigen Prüfungsteilen (d.h. großenteils nein)
- ○ nein

9. Geben Sie bitte eine kurze Begründung für Ihre vorherige Antwort:

10. Wurde der Taschencomputer von Ihnen bei sonstigen (mündlichen oder mündlich-schriftlichen Leistungserhebungen) eingesetzt?

- ⦿ Ja
- ○ Nein

11. Wenn ja, wo wurde der Taschencomputer eingesetzt (Mehrfachnennungen möglich)?

☑ es mussten Lösungsansätze und Strategien mit den Taschencomputer verbal erläutert werden

☑ es mussten Rechenergebnisse verbal erläutert werden

☑ es mussten Lösungsansätze und Strategien mit einem Overhead-Display erläutert werden

☑ es mussten Rechenergebnisse verbal mit einem Overhead-Display erläutert werden

12. Wenn vorher noch eine Form der Leistungserhebung gefehlt hat, können Sie sie hier beschreiben:

13. Haben Ihre Schülerinnen und Schüler den Taschencomputer in Hausaufgaben benutzt?

⦿ Sie haben bestimmte Aufgabenstellungen in Hausaufgaben bearbeitet (diejenigen, die ich mit Rechner unterrichtet habe)

○ Sie haben stets -wenn möglich- Hausaufgaben mit dem Rechner kontrolliert und wir haben im Unterricht nur Hausaufgaben besprochen, wenn Fragen aufgetaucht sind.

○ Sie haben Hausaufgaben mit dem Rechner kontrolliert, wenn ich es gestattet habe

○ Sie haben den Rechner niemals in Hausaufgaben verwendet

14. Hatte der Rechner Einfluss auf die von Ihnen im Unterricht behandelten Inhalte?

⦿ Ja ○ Nein

15. Wenn ja, könnten Sie das bitte näher erläutern?

16. Hatte der Taschencomputer Einfluss auf Ihre Unterrichtsmethodik?

⦿ Ja ○ Nein

17. Wenn ja, könnten Sie das bitte näher erläutern?

18. Haben Sie sich aufgrund des Einsatzes des Taschencomputers in besonderer Weise auf den Unterricht vorbereitet?
Damit ist insbesondere gemeint, in einer verglichen mit dem "sonstigen" Unterricht verstärkten Art und Weise.

⊙ **Ja** ○ **Nein**

19. Könnten Sie dies bitte näher erläutern (sowohl die Antwort "Ja" als auch die Antwort "Nein")?

20. Denken Sie, dass man mit dem Taschencomputer manche Inhalte besser veranschaulichen kann?

⊙ **Ja** ○ **Nein**

21. Denken Sie, dass manche Schülerinnen und Schüler mit dem Taschencomputer einige Inhalte besser verstehen können?

⊙ **Ja** ○ **Nein**

22. Glauben Sie, dass es dabei zentral ist, dass jede Schülerin und jeder Schüler den Taschencomputer immer zur Verfügung hat?

⊙ **Ja** ○ **Nein**

23. Haben Sie in diesem Schuljahr auch den Computerraum Ihrer Schule aufgesucht?

⊙ **nein, nie** ○ **regelmäßig**
○ **nur ganz selten**

24. Wenn Sie nie oder nur selten den Computerraum aufgesucht haben, haben Sie in diesem Schuljahr den Computerraum vermisst? (Also wären Sie lieber in den Computeraum gegangen?)

- ⦿ Ja
- ○ Nein

25. Glauben Sie, dass Schülerinnen und Schüler beim Unterricht mit dem Taschencomputer die wesentlichen modernen Werkzeuge (Funktionsplotter, Tabellenkalkulation, dynamische Geometrie, Computeralgebrasystem) erlernen können?

- ⦿ Ja
- ○ Nein

26. Haben Sie zu Beginn des Projekts in diesem Schuljahr eine spezielle Rechnereinführung durchgeführt?

- ⦿ nein, ich habe immer nur das erklärt, was aktuell benötigt und neu hinzugekommen ist
- ○ ich habe zu Beginn eigens Einführungsstunden außerhalb der regulären Unterrichtszeit durchgeführt
- ○ ich habe zu Beginn einige Stunden den Rechner anhand bekannter Inhalte eingeführt
- ○ ich habe regelmäßig Betreuung durch email oder ein Forum angeboten

27. Möchten Sie weiterhin mit den Taschencomputer unterrichten?

- ⦿ Ja
- ○ Nein

28. Wenn nein, könnten Sie das bitte näher erläutern?

29. Was sind -zusammengefasst in maximal drei Aussagen - die größten Vorteile, die Sie beim Einsatz des Taschencomputers sehen?

30. Was sind -zusammengefasst in maximal drei Aussagen - die größten Nachteile, die Sie beim Einsatz des Taschencomputers sehen?

31. Was Sie sonst noch sagen möchten:

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!

abschicken   Eingaben loeschen

11.18 Online-Wertungsfragebogen für Schülerinnen und Schüler, Schuljahr 2006/2007

Der im Folgenden abgedruckte Fragebogen wurde ausschließlich online zur Verfügung gestellt. Bei der Umwandlung des Fragebogens in eine druckbare Form traten z. T. Formatverschiebungen auf.

Aus technischen Gründen sind bei den Antworten jeweils ausgewählte Antworten zu sehen (Häkchen in einer rechteckigen Box bzw. ausgefüllter Kreis). Dies hat keinerlei Bedeutung, es wurde durch die Software verursacht, mit der die Umwandlung in das druckbare Format durchgeführt worden ist.

Wertungsfragebogen zum M³ Projekt in Bayern - Sommer 2007

Liebe Schülerin, lieber Schüler,
Sie hatten nun ein Jahr lang Unterricht mit einem Taschencomputer und sind damit Expertin bzw. Experte für die Beurteilung des Unterrichts aus Sicht der Schülerinnen und Schüler.

Bitte beantworten Sie die folgenden Fragen ehrlich und gewissenhaft. Sie werden selbstverständlich anonym behandelt und alle Vorschriften des Datenschutzes werden eingehalten.

---

1. Bitte wählen Sie Ihre Schule und Ihre Klasse aus!

[*Aus Datenschutzgründen fehlen hier die Antwortmöglichkeiten*]

2. Bitte wählen Sie Ihr Geschlecht aus.

⊙ weiblich ○ männlich

Bitte beurteilen Sie jeweils, wie die folgenden Aussagen für Sie persönlich zutreffen oder nicht.
Unter der Bezeichnung "Taschencomputer" ist der von Ihnen verwendete TI Voyage 200 oder TI Nspire CAS zu verstehen.

	trifft völlig zu	trifft zu	es war kein Unterschied	trifft nicht zu	trifft überhaupt nicht zu
3. Der Unterricht mit dem Taschencomputer war interessanter als der frühere Unterricht.	⊙	○	○	○	○
4. Der Unterricht wurde durch den Taschencomputer leichter.	⊙	○	○	○	○
5. Der Unterricht mit dem Taschencomputer war abwechslungsreicher.	⊙	○	○	○	○

6. Im Unterricht mit dem Taschencomputer habe ich mehr gelernt als im bisherigen Unterricht.	⦿	○	○	○	○
7. Mathematik hat mir im Unterricht mit Taschencomputer mehr Freude bereitet.	⦿	○	○	○	○
8. Beim Unterricht mit dem Taschencomputer habe ich eine ganz neue Seite der Mathematik kennen gelernt.	⦿	○	○	○	○
9. Ich habe mich auch über den Unterricht hinaus mit dem Taschencomputer beschäftigt.	⦿	○	○	○	○
10. Ich würde weiterhin gerne mit dem Taschencomputer arbeiten.	⦿	○	○	○	○
11. Ich habe den Taschencomputer häufig bei Hausaufgaben genutzt.	⦿	○	○	○	○
12. Ich habe den Taschencomputer als Hilfe ampfunden.	⦿	○	○	○	○
13. Ich würde Schülerinnen und Schüler empfehlen, in eine Klasse mit Taschencomputer zu gehen.	⦿	○	○	○	○
14. Der Taschencomputer gibt mir beim Lösen von Aufgaben ein Gefühl der Sicherheit.	⦿	○	○	○	○
15. Ich hatte zwar anfangs Schwierigkeiten bei der Bedienung des Taschencomputers, diese haben sich im Laufe der Zeit aber deutlich reduziert.	⦿	○	○	○	○
16. Ich habe häufig nicht gewusst, wie der Taschencomputer zu bedienen ist.	⦿	○	○	○	○
17. Ich glaube, weniger gut auf die nächste Jahrgangsstufe vorbereitet zu sein als die Schülerinnen	⦿	○	○	○	○

und Schüler aus den Parallelklassen.					
18. Mir war oft unklar, welche Dokumentation bei der Lösung einer Aufgabe mit dem Taschencomputer von mir erwartet worden ist.	⊙	○	○	○	○
19. Taschencomputer im Unterricht ist o.k., in den Schulaufgaben aber nicht.	⊙	○	○	○	○
20. Die Verwendung des Taschencomputers in Schulaufgaben habe ich nicht als Problem empfunden.	⊙	○	○	○	○

Abschließend haben Sie die Möglichkeit, sich ausführlicher zu äußern. Bitte machen Sie davon Gebrauch, diese Antworten helfen uns enorm weiter.

21. Was ist Ihnen beim Unterricht mit dem Taschencomputer besonders positiv in Erinnerung geblieben?

22. Was hat Ihnen beim Umgang mit dem Taschencomputer die größten Schwierigkeiten bereitet?

23. Was sollte Ihre Lehrkraft beim Unterricht mit dem Taschencomputer ändern? Machen Sie konkrete Vorschläge.

24. Was Sie sonst noch sagen wollten:

Bitte überprüfen Sie nochmals Ihre Antworten, bevor Sie den Fragebogen absenden.

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!

abschicken | Eingaben löschen

11.19 Online-Wertungsfragebogen für Lehrkräfte, Schuljahr 2007/2008

Die im Folgenden abgedruckten Fragebögen wurden ausschließlich online zur Verfügung gestellt. Bei der Umwandlung der Fragebögen in eine druckbare Form traten z. T. Formatverschiebungen auf.

Aus technischen Gründen sind bei den Antworten jeweils ausgewählte Antworten zu sehen (Häkchen in einer rechteckigen Box bzw. ausgefüllter Kreis). Dies hat keinerlei Bedeutung, es wurde durch die Software verursacht, mit der die Umwandlung in das druckbare Format durchgeführt worden ist.

11.19.1 Wertungsfragebogen zum Halbjahr 2007/2008 (Februar 2008) für Lehrkräfte in Jahrgangsstufe 11 unter Nutzung des TI-Nspire CAS

Fragebogen für Lehrkräfte im M3 Projekt Bayern Schulhalbjahr 2007/2008 - Jahrgangsstufe 11 - TI-Nspire CAS

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

Sie haben nun ein (z.T. weiteres) Halbjahr im Modellversuch M3 unterrichtet. Für Ihr Engagement danken wir Ihnen herzlich.
Bitte helfen Sie uns, Ihre Einschätzungen und Erfahrungen zu bündeln und beantworten Sie folgenden Fragebogen.

Selbstverständlich werden die Antworten vertraulich behandelt und die Bestimmungen des Datenschutzes eingehalten.

---

1. Bitte wählen Sie Ihre Schule und Ihre Klasse(n) aus!
(Mehrfachwahl möglich)

[*Aus Datenschutzgründen sind die Antwortmöglichkeiten nicht abgedruckt*]

2. Bitte wählen Sie Ihr Geschlecht aus.

- ⦿ weiblich
- ○ männlich

3. Wie sieht Ihre Beteiligung am M3 Projekt aus?
(Dies bezieht sich auf die "aktive" Beteiligung im Sinne des Unterrichtens mit dem Taschencomputer)

- ⦿ ich bin das erste Mal dabei
- ○ ich bin das zweite Jahr dabei
- ○ ich bin das dritte Jahr dabei
- ○ ich bin das vierte Jahr dabei
- ○ ich bin das fünfte Jahr dabei

4. Wie schätzen Sie den Unterricht mit dem Taschencomputer im vergangenen Halbjahr rückwirkend betrachtet insgesamt ein?

- ⦿ sehr positiv
- ○ positiv
- ○ neutral
- ○ eher negativ
- ○ sehr negativ

5. Wie glauben Sie, dass Ihre Schülerinnen und Schüler den Unterricht mit dem Taschencomputer rückwirkend betrachtet im vergangenen Halbjahr empfunden haben?

- ⦿ sehr positiv
- ○ positiv
- ○ neutral
- ○ eher negativ
- ○ sehr negativ

6. Wie oft schätzen Sie, dass Sie den Taschencomputer im Unterricht im Durchschnitt eingesetzt haben?

- ⦿ jede Stunde (mindestens einmal)
- ○ jede zweite Stunde (mindestens einmal)
- ○ jede Woche (mindestens einmal)
- ○ nur sehr sporadisch

7. Schätzen Sie den Prozentsatz der gesamten Unterrichtszeit, in der der Taschencomputer Teil des Unterrichtsgeschehens war (das muss nicht bedeuten, dass dabei ständig mit dem Rechner gearbeitet worden ist).

- ⦿ weniger als 5%
- ○ 5% - 10%
- ○ 10%-15%
- ○ 15%-20%
- ○ 20%-30%
- ○ 30%-40%
- ○ 40%-50%
- ○ über 50%

8. Durfte der Taschencomputer in Schulaufgaben verwendet werden?

- ⦿ ja, immer
- ○ großteils ja, es gab aber auch Teile, in denen er nicht eingesetzt werden durfte
- ○ ja, aber nur bei einigen wenigen Prüfungsteilen (d.h. großenteils nein)
- ○ nein

9. Geben Sie bitte eine kurze Begründung für Ihre vorherige Antwort:

10. Wurde der Taschencomputer von Ihnen bei sonstigen (mündlichen oder mündlich-schriftlichen Leistungserhebungen) eingesetzt?

- [x] Ja
- [ ] Nein

11. Wenn ja, wo wurde der Taschencomputer eingesetzt (Mehrfachnennungen möglich)?

- [x] es mussten Lösungsansätze und Strategien mit den Taschencomputer verbal erläutert werden
- [x] es mussten Rechenergebnisse verbal erläutert werden
- [x] es mussten Lösungsansätze und Strategien mit einem Overhead-Display erläutert werden
- [x] es mussten Rechenergebnisse verbal mit einem Overhead-Display erläutert werden

12. Wenn vorher noch eine Form der Leistungserhebung gefehlt hat, können Sie sie hier beschreiben:

13. Haben Ihre Schülerinnen und Schüler den Taschencomputer in Hausaufgaben benutzt?

- [x] Sie haben bestimmte Aufgabenstellungen in Hausaufgaben bearbeitet (diejenigen, die ich mit Rechner unterrichtet habe)
- [ ] Sie haben stets -wenn möglich- Hausaufgaben mit dem Rechner kontrolliert und wir haben im Unterricht nur Hausaufgaben besprochen, wenn Fragen aufgetaucht sind.
- [ ] Sie haben Hausaufgaben mit dem Rechner kontrolliert, wenn ich es gestattet habe
- [ ] Sie haben den Rechner niemals in Hausaufgaben verwendet

14. Hatte der Rechner Einfluss auf die von Ihnen im Unterricht behandelten Inhalte?

- [x] Ja
- [ ] Nein

15. Wenn ja, könnten Sie das bitte näher erläutern?

16. Hatte der Taschencomputer Einfluss auf Ihre Unterrichtsmethodik?

◉ Ja ◯ Nein

17. Wenn ja, könnten Sie das bitte näher erläutern?

18. Haben Sie sich aufgrund des Einsatzes des Taschencomputers in besonderer Weise auf den Unterricht vorbereitet?
Damit ist insbesondere gemeint, in einer verglichen mit dem "sonstigen" Unterricht verstärkten Art und Weise.

◉ Ja ◯ Nein

19. Könnten Sie dies bitte näher erläutern (sowohl die Antwort "Ja" als auch die Antwort "Nein")?

20. Denken Sie, dass man mit dem Taschencomputer manche Inhalte besser veranschaulichen kann?

◉ Ja ◯ Nein

21. Denken Sie, dass manche Schülerinnen und Schüler mit dem Taschencomputer einige Inhalte besser verstehen können?

- (x) Ja
- ( ) Nein

22. Glauben Sie, dass es dabei zentral ist, dass jede Schülerin und jeder Schüler den Taschencomputer immer zur Verfügung hat?

- (x) Ja
- ( ) Nein

23. Haben Sie in diesem Halbjahr auch den Computerraum Ihrer Schule aufgesucht?

- (x) nein, nie
- ( ) regelmäßig
- ( ) nur ganz selten

24. Wenn Sie nie oder nur selten den Computerraum aufgesucht haben, haben Sie in diesem Halbjahr den Computerraum vermisst? (Also wären Sie lieber in den Computeraum gegangen?)

- (x) Ja
- ( ) Nein

25. Glauben Sie, dass Schülerinnen und Schüler beim Unterricht mit dem Taschencomputer die wesentlichen modernen Werkzeuge (Funktionsplotter, Tabellenkalkulation, dynamische Geometrie, Computeralgebrasystem) erlernen können?

- (x) Ja
- ( ) Nein

26. Haben Sie zu Beginn des Projekts in diesem Schuljahr eine spezielle Rechnereinführung durchgeführt?

- (x) nein, ich habe immer nur das erklärt, was aktuell benötigt und neu hinzugekommen ist
- ( ) ich habe zu Beginn eigens Einführungsstunden außerhalb der regulären Unterrichtszeit durchgeführt
- ( ) ich habe zu Beginn einige Stunden den Rechner anhand bekannter Inhalte eingeführt
- ( ) ich habe regelmäßig Betreuung durch email oder ein Forum angeboten

27. Möchten Sie weiterhin mit den Taschencomputer unterrichten?

- (x) Ja
- ( ) Nein

28. Wenn nein, könnten Sie das bitte näher erläutern?

29. Finden Sie, dass sich der TI-Nspire besser einsetzen lässt als der Voyage 200?

- (x) ja
- ( ) der Unterschied ist unerheblich
- ( ) nein

30. Hatten Sie in diesem Halbjahr genügend Literatur für den Einsatz des Geräts zur Verfügung?

- (x) ja
- ( ) nein

31. Haben Sie die Materialien des BSCW Servers genutzt?

- (x) ja
- ( ) nein

32. Haben Sie mit Ihren Schülern thematisiert, wie die Dokumentation von Lösungen aussehen muss, wenn ein

Taschencomputer eingesetzt wird?

⊙ ja ○ nein

33. Haben Sie graphische Lösungsmethoden am Taschencomputer (für Gleichungen, Ablesen besonderer Punkte von Graphen, ...) verwendet?

⊙ ja ○ nein

34. Haben Sie numerische Methoden am Taschencomputer verwendet? (Also etwa Wertetabellen zur Annäherung an Lösungen von Gleichungen oder Grenzwerte)

⊙ ja ○ nein

35. Haben Sie symbolische Methoden am Taschencomputer verwendet? (Also solve-Befehl, limit-Befehl, Ableitungsoperator, ...)

⊙ ja ○ nein

36. Haben Sie die Tabellenkalulation am Taschencomputer verwendet?

⊙ ja ○ nein

37. Haben Sie am Taschencomputer programmiert?

⊙ ja ○ nein

38. Benutzen Sie den Taschencomputer beim Lösen von Aufgaben zum Einstieg in die Aufgabe? (Also etwa, um sich klar zu machen, welches Ergebnis zu erwarten ist)

⊙ ja ○ nein

39. Benutzen Sie den Taschencomputer, um nach dem Lösen einer Aufgabe die Lösung zu reflektieren, zu überprüfen?

⊙ ja ○ nein

40. Würden sie der Aussage zustimmen, dass der Taschencomputer bei Ihnen ein fester Bestandteil Ihres Unterrichts geworden ist?

⊙ ja ○ nein

41. Akzeptieren Sie in Prüfungsaufgaben die Verwendung von Befehlen auf dem TC (wie etwa "solve", Ableitungsoperator, Grenzwertoperator, ...)

⊙ ja, uneingeschränkt ○ nein, denn dann verlernen die Schüler ja Mathematik

○ nein, niemals ○ ja, denn meine Schüler wissen aufgrund der Aufgabenstellung genau, wie die Dokumentation von Lösungen aussehen muss

○ ja, wenn die Schüler Ihr Vorgehen ausreichend begründen

42. Wenn Sie bereits Ableitungsregeln im Unterricht besprochen haben, wie leiten Ihre Schüler Funktionen ab?

⊙ immer per Hand ○ das kommt darauf an, wo gerade der Schwerpunkt meines Vorgehens liegt

○ immer mit dem Taschencomputer

43. Was ich noch sagen möchte ...

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!

abschicken | Eingaben loeschen

11.19.2 Wertungsfragebogen zum Halbjahr 2007/2008 (Februar 2008) für Lehrkräfte in Jahrgangsstufe 11 unter Nutzung des TI Voyage 200

Der Fragebogen ist mit dem vorhergehenden bis auf eine Frage identisch. Die Frage Nr. 29 des vorhergehenden Fragebogens wurde ersetzt durch die Frage:

29. Haben Sie sich auch mit anderen Taschencomputer-Modellen beschäftigt als mit dem, den Sie aktuell einsetzen?

- ☑ nein
- ☑ mit dem TI-Nspire CAS
- ☑ mit dem TI-89
- ☑ mit dem CASIO Classpad
- ☑ mit dem CASIO Algebra FX
- ☑ mit dem HP-90G

11.19.3 Wertungsfragebogen zum Schuljahresende 2007/2008 (Juli 2008) für Lehrkräfte in Jahrgangsstufe 11

Fragebogen für Lehrkräfte im M3 Projekt Bayern
Schuljahr 2007/2008 - Jahrgangsstufe 11

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

Sie haben nun ein (z.T. weiteres) Schuljahr im Modellversuch M3 unterrichtet. Für Ihr Engagement danken wir Ihnen herzlich.
Bitte helfen Sie uns, Ihre Einschätzungen und Erfahrungen zu bündeln und beantworten Sie folgenden Fragebogen.

Selbstverständlich werden die Antworten vertraulich behandelt und die Bestimmungen des Datenschutzes eingehalten.

---

1. Bitte wählen Sie Ihre Schule und Ihre Klasse(n) aus!
(Mehrfachwahl möglich)

[Aus Datenschutzgründen fehlen hier die Antwortmöglichkeiten]

2. Bitte wählen Sie Ihr Geschlecht aus.

- ⦿ weiblich
- ○ männlich

---

3. Bitte geben Sie an, welchen Rechner Sie (in 11) benutzen.

- ⦿ Nspire CAS
- ○ Voyage 200

---

4. Wie schätzen Sie den Unterricht mit dem Taschencomputer im vergangenen Schuljahr rückwirkend betrachtet insgesamt ein?

- ⦿ positiv
- ○ neutral
- ○ negativ

---

5. Wie glauben Sie, dass Ihre Schülerinnen und Schüler den Unterricht mit dem Taschencomputer rückwirkend betrachtet im vergangenen Schuljahr empfunden haben?

- ⦿ positiv
- ○ neutral
- ○ negativ

---

6. Wie oft schätzen Sie, dass Sie den Taschencomputer im Unterricht im Durchschnitt eingesetzt haben?

- ⦿ jede Stunde
- ○ einmal pro Woche
- ○ jede zweite Stunde
- ○ seltener

---

7. Schätzen Sie den Prozentsatz der gesamten Unterrichtszeit, in der der

Taschencomputer Teil des Unterrichtsgeschehens war (das muss nicht bedeuten, dass dabei ständig mit dem Rechner gearbeitet worden ist).

- ⦿ weniger als 5%
- ○ 5% - 10%
- ○ 10%-15%
- ○ 15%-20%
- ○ 20%-30%
- ○ 30%-40%
- ○ 40%-50%
- ○ über 50%

---

8. Durfte der Taschencomputer in Schulaufgaben verwendet werden?

- ⦿ ja, immer
- ○ ja, aber nur bei einigen wenigen Prüfungsteilen (d.h. großenteils nein)
- ○ großteils ja, es gab aber auch Teile, in denen er nicht eingesetzt werden durfte
- ○ nein

9. Geben Sie bitte eine kurze Begründung für Ihre vorherige Antwort:

10. Wurde der Taschencomputer von Ihnen bei sonstigen (mündlichen oder mündlich-schriftlichen Leistungserhebungen) eingesetzt?

⦿ Ja   ○ Nein

11. Beschreiben Sie bitte kurz die Art der Leistungserhebungen:

12. Haben Ihre Schülerinnen und Schüler den Taschencomputer in Hausaufgaben benutzt?

⦿ Sie haben bestimmte Aufgabenstellungen in Hausaufgaben bearbeitet

○ Sie haben stets -wenn möglich- Hausaufgaben mit dem Rechner kontrolliert und wir haben im Unterricht

(diejenigen, die ich mit Rechner unterrichtet habe)

nur Hausaufgaben besprochen, wenn Fragen aufgetaucht sind.

○ Sie haben Hausaufgaben mit dem Rechner kontrolliert, wenn ich es gestattet habe

○ Sie haben den Rechner niemals in Hausaufgaben verwendet

---

13. Hatte der Rechner Einfluss auf die von Ihnen im Unterricht behandelten Inhalte?

⊙ Ja ○ Nein

---

14. Wenn ja, könnten Sie das bitte näher erläutern?

---

15. Hatte der Taschencomputer Einfluss auf Ihre Unterrichtsmethodik?

⊙ Ja ○ Nein

---

16. Wenn ja, könnten Sie das bitte näher erläutern?

---

17. Haben Sie sich aufgrund des Einsatzes des Taschencomputers in besonderer Weise auf den Unterricht vorbereitet?
Damit ist insbesondere gemeint, in einer verglichen mit dem "sonstigen" Unterricht verstärkten Art und Weise.

⊙ Ja ○ Nein

18. Könnten Sie dies bitte näher erläutern (sowohl die Antwort "Ja" als auch die Antwort "Nein")?

19. Denken Sie, dass man mit dem Taschencomputer manche Inhalte besser veranschaulichen kann?

◉ Ja ○ Nein

20. Denken Sie, dass manche Schülerinnen und Schüler mit dem Taschencomputer einige Inhalte besser verstehen können?

◉ Ja ○ Nein

21. Glauben Sie, dass es dabei zentral ist, dass jede Schülerin und jeder Schüler den Taschencomputer immer zur Verfügung hat?

◉ Ja ○ Nein

22. Haben Sie in diesem Halbjahr auch den Computerraum Ihrer Schule aufgesucht?

◉ nein, nie ○ nur ganz selten ○ regelmäßig

23. Wenn Sie nie oder nur selten den Computerraum aufgesucht haben, haben Sie in diesem Halbjahr den Computerraum vermisst? (Also wären Sie lieber in den Computeraum gegangen?)

◉ Ja ○ Nein

24. Glauben Sie, dass Schülerinnen und Schüler beim Unterricht mit dem Taschencomputer die wesentlichen modernen Werkzeuge (Funktionsplotter, Tabellenkalkulation, dynamische Geometrie, Computeralgebrasystem) erlernen können?

◉ Ja ○ Nein

25. Möchten Sie weiterhin mit den Taschencomputer unterrichten?

⦿ Ja   O Nein

26. Wenn nein, könnten Sie das bitte näher erläutern?

27. Hatten Sie in diesem Halbjahr genügend Literatur für den Einsatz des Geräts zur Verfügung?

⦿ ja   O nein

28. Haben Sie die Materialien des BSCW Servers genutzt?

⦿ ja   O nein

29. Haben Sie mit Ihren Schülern thematisiert, wie die Dokumentation von Lösungen aussehen muss, wenn ein Taschencomputer eingesetzt wird?

⦿ ja   O nein

30. Haben Sie am Taschencomputer programmiert?

⦿ ja   O nein

31. Benutzen Sie den Taschencomputer beim Lösen von Aufgaben zum Einstieg in die Aufgabe? (Also etwa, um sich klar zu machen, welches Ergebnis zu erwarten ist)

⦿ ja   O nein

32. Benutzen Sie den Taschencomputer, um nach dem Lösen einer Aufgabe die Lösung zu reflektieren, zu überprüfen?

⦿ ja   O nein

33. Würden Sie der Aussage zustimmen, dass der Taschencomputer bei Ihnen ein fester Bestandteil Ihres Unterrichts geworden ist?

⦿ ja   O nein

34. Akzeptieren Sie in Prüfungsaufgaben die Verwendung von Befehlen auf dem TC (wie etwa "solve", Ableitungsoperator, Grenzwertoperator, ...)

- ⦿ ja, uneingeschränkt
- ○ ja, wenn die Schüler Ihr Vorgehen ausreichend begründen
- ○ ja, denn meine Schüler wissen aufgrund der Aufgabenstellung genau, wie die Dokumentation von Lösungen aussehen muss
- ○ nein, niemals
- ○ nein, denn dann verlernen die Schüler ja Mathematik

35. Wenn Sie bereits Ableitungsregeln im Unterricht besprochen haben, wie leiten Ihre Schüler Funktionen ab?

- ⦿ immer per Hand
- ○ immer mit dem Taschencomputer
- ○ das kommt darauf an, wo gerade der Schwerpunkt meines Vorgehens liegt

36. Der Taschencomputer ist ein Werkzeug zum Lernen von Mathematik

- ⦿ trifft zu
- ○ neutral / kein Unterschied
- ○ trifft nicht zu

37. Der Taschencomputer ist ein Werkzeug zum Lehren von Mathematik

- ⦿ trifft zu
- ○ neutral / kein Unterschied
- ○ trifft nicht zu

38. Der Taschencomputer sollte den wissenschaftlichen Taschenrechner ersetzen.

- ⦿ trifft zu
- ○ neutral / kein Unterschied
- ○ trifft nicht zu

Geben Sie bei folgenden Fragen bitte stets an, wie häufig Sie die Funktionalitäten des TC genutzt haben.

39. Algebraisches Lösen von Gleichungen ("solve"-Befehl)

- ⦿ häufig
- ○ hin und wieder
- ○ nie

40. Graphisches Lösen von Gleichungen

- ⦿ häufig
- ○ hin und wieder
- ○ nie

41. Zeichnen von Graphen

- ⦿ häufig
- ○ hin und wieder
- ○ nie

42. Zeichnen von Daten/Listen ("scatter plot")

- ⦿ häufig
- ○ hin und wieder
- ○ nie

43. Dynamische Geometrie (Zeichnen / Konstruieren)

⦿ häufig ○ hin und wieder ○ nie

44. Messungen in der dynamischen Geometrie ("measurement"-Werkzeuge für Längen, Abstände, Steigung, ...)

⦿ häufig ○ hin und wieder ○ nie

45. Verschieben von Funktionsgraphen (durch "drag & drop")

⦿ häufig ○ hin und wieder ○ nie

46. Verschieben von Funktionsgraphen (durch "drag & drop")

⦿ häufig ○ hin und wieder ○ nie

47. Benutzen der Tabellenkalkulation

⦿ häufig ○ hin und wieder ○ nie

48. Statistik-Funktionen ("data & statistics" ; Regression, ...)

⦿ häufig ○ hin und wieder ○ nie

49. Befehl zur Berechnung von Grenzwerten ("limit")

⦿ häufig ○ hin und wieder ○ nie

50. Befehl zur Berechnung von Ableitungen

⦿ häufig ○ hin und wieder ○ nie

51. Befehle zur Berechnung von Maxima/Minima ("fmin"; "fmax")

⦿ häufig ○ hin und wieder ○ nie

52. Befehl zur Berechnung von Nullstellen ("zeros")

⦿ häufig ○ hin und wieder ○ nie

53. Wenn es noch etwas gibt, das im Vorhergehenden vergessen worden ist, könne Sie es hier angeben:

54. Was ich noch sagen möchte ...

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!

abschicken | Eingaben loeschen

11.20 Online-Wertungsfragebogen für Schülerinnen und Schüler, Schuljahr 2007/2008

Die im Folgenden abgedruckten Fragebögen wurden ausschließlich online zur Verfügung gestellt. Bei der Umwandlung der Fragebögen in eine druckbare Form traten z. T. Formatverschiebungen auf.

Aus technischen Gründen sind bei den Antworten jeweils ausgewählte Antworten zu sehen (Häkchen in einer rechteckigen Box bzw. ausgefüllter Kreis). Dies hat keinerlei Bedeutung, es wurde durch die Software verursacht, mit der die Umwandlung in das druckbare Format durchgeführt worden ist.

11.20.1 Wertungsfragebogen zum Halbjahr 2007/2008 (Februar 2008) für Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 11 unter Nutzung des TI-Nspire CAS

Wertungsfragebogen zum M³ Projekt in Bayern - Jahrgangsstufe 11 - Halbjahr 2008 - Nspire CAS

Liebe Schülerin, lieber Schüler,
Sie hatten nun ein halbes Schuljahr lang Unterricht mit einem Taschencomputer und sind damit Expertin bzw. Experte für die Beurteilung des Unterrichts aus Sicht der Schülerinnen und Schüler.

Bitte beantworten Sie die folgenden Fragen ehrlich und gewissenhaft. Sie werden selbstverständlich anonym behandelt und alle Vorschriften des Datenschutzes werden eingehalten.

---

1. Bitte wählen Sie Ihre Schule und Ihre Klasse aus!

[*Aus Datenschutzgründen fehlen hier die Antwortmöglichkeiten*]

2. Bitte wählen Sie Ihr Geschlecht aus.

- ⦿ weiblich
- ○ männlich

Mit der Bezeichnung "Taschencomputer" ist das Gerät "TI-Nspire CAS" gemeint, das Sie zur Verfügung haben.

3. Wenn Sie an den Unterricht des vergangenen halben Schuljahres mit dem Taschencomputer denken, wie empfinden Sie ihn?

- ⦿ sehr positiv
- ○ eher negativ
- ○ eher positiv
- ○ sehr negativ
- ○ neutral

4. Wie oft schätzen Sie, dass Sie den Taschencomputer im Durchschnitt im Unterricht eingesetzt haben?

- ⦿ jede Stunde (mindestens einmal)
- ○ jede Woche (mindestens einmal)
- ○ jede zweite Stunde (mindestens einmal)
- ○ nur sehr sporadisch

5. Schätzen sie den Prozentsatz der gesamten Unterrichtszeit, in der der Taschencomputer Teil des Unterrichtsgeschehens war (das muss nicht bedeuten, dass dabei ständig damit gearbeitet worden ist).

- ⦿ 5%-10%
- ○ 30%-40%
- ○ 10%-15%
- ○ 40%-50%
- ○ 15%-20%
- ○ über 50%
- ○ 20%-30%

6. Durfte der Taschencomputer in Schulaufgaben verwendet werden?

- ⦿ ja, immer
- ○ nie
- ○ es gab in jeder Schulaufgabe zwei Teile (einen Rechnerteil, einen ohne Rechner)
- ○ eine Schulaufgabe mit, eine ohne

7. Haben Sie Aufgaben mit dem Taschencomputer (z.B. mit dem Overhead-Display) vor der Klasse vorgetragen?

- ⦿ ja
- ○ nein

8. Haben Sie Gruppenarbeit mit dem Taschencomputer erlebt?

⦿ ja   ○ nein

Bitte beurteilen Sie jeweils, wie die folgenden Aussagen für Sie persönlich zutreffen oder nicht.
Unter der Bezeichnung "Taschencomputer" ist der von Ihnen verwendete TI Nspire CAS zu verstehen.

	trifft völlig zu	trifft zu	es war kein Unterschied	trifft nicht zu	trifft überhaupt nicht zu
9. Der Unterricht mit dem Taschencomputer war interessanter als der frühere Unterricht.	⦿	○	○	○	○
10. Der Unterricht wurde durch den Taschencomputer leichter.	⦿	○	○	○	○
11. Der Unterricht mit dem Taschencomputer war abwechslungsreicher.	⦿	○	○	○	○
12. Im Unterricht mit dem Taschencomputer habe ich mehr gelernt als im bisherigen Unterricht.	⦿	○	○	○	○
13. Mathematik hat mir im Unterricht mit Taschencomputer mehr Freude bereitet.	⦿	○	○	○	○
14. Beim Unterricht mit dem Taschencomputer habe ich eine ganz neue Seite der Mathematik kennen gelernt.	⦿	○	○	○	○
15. Ich habe mich auch über den Unterricht hinaus mit dem Taschencomputer beschäftigt.	⦿	○	○	○	○
16. Ich würde weiterhin gerne mit dem Taschencomputer arbeiten.	⦿	○	○	○	○
17. Ich habe den Taschencomputer häufig bei Hausaufgaben genutzt.	⦿	○	○	○	○
18. Ich habe den Taschencomputer als Hilfe ampfunden.	⦿	○	○	○	○
19. Ich würde Schülerinnen und Schüler empfehlen, in eine Klasse mit Taschencomputer zu gehen.	⦿	○	○	○	○
20. Der Taschencomputer gibt mir beim Lösen von Aufgaben ein Gefühl der Sicherheit.	⦿	○	○	○	○
21. Ich hatte zwar anfangs Schwierigkeiten bei der Bedienung des	⦿	○	○	○	○

Taschencomputers, diese haben sich im Laufe der Zeit aber deutlich reduziert.					
22. Ich habe häufig nicht gewusst, wie der Taschencomputer zu bedienen ist.	⦿	○	○	○	○
23. Ich glaube, weniger gut auf die nächste Jahrgangsstufe vorbereitet zu sein als die Schülerinnen und Schüler aus den Parallelklassen.	⦿	○	○	○	○
24. Mir war oft unklar, welche Dokumentation bei der Lösung einer Aufgabe mit dem Taschencomputer meine Lehrkraft von mir erwartet hat.	⦿	○	○	○	○
25. Taschencomputer im Unterricht ist o.k., in den Schulaufgaben aber nicht.	⦿	○	○	○	○
26. Die Verwendung des Taschencomputers in Schulaufgaben habe ich nicht als Problem empfunden.	⦿	○	○	○	○
27. Meine Lehrkraft hat mich bei Problemen im Umgang mit den Taschencomputer gut unterstützt.	⦿	○	○	○	○
28. Ich habe den Taschencomputer als Bereicherung im Unterricht empfunden.	⦿	○	○	○	○
29. Bei Prüfungen hatte ich stets Angst, wie ich mit Fehlermeldungen umgehen soll.	⦿	○	○	○	○
30. Ich habe den Eindruck, dass ich mit dem Taschencomputer manche mathematischen Zusammenhänge besser verstehen kann.	⦿	○	○	○	○
31. Ich benutze oft die Möglichkeit, meine Rechnungen mit dem Taschencomputer überprüfen zu können.	⦿	○	○	○	○

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!

[abschicken] [Eingaben löschen]

11.20.2 Wertungsfragebogen zum Halbjahr 2007/2008 (Februar 2008) für Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 11 unter Nutzung des TI-Voyage 200

Der Fragebogen war mir dem vorherigen identisch bis auf den Hinweis vor Frage Nr. 3. Diese wurde ersetzt durch: *„Mit der Bezeichnung "Taschencomputer" ist das Gerät "TI-Voyage 200" gemeint, das Sie zur Verfügung haben.“*

11.20.3 Wertungsfragebogen zum Schuljahresende 2007/2008 Juli 2008) für Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 11

Wertungsfragebogen zum M³ Projekt in Bayern - Jahrgangsstufe 11 - Schuljahresende 2008

Liebe Schülerin, lieber Schüler,
Sie hatten nun ein Schuljahr lang Unterricht mit einem Taschencomputer und sind damit Expertin bzw. Experte für die Beurteilung des Unterrichts aus Sicht der Schülerinnen und Schüler.

Bitte beantworten Sie die folgenden Fragen ehrlich und gewissenhaft. Sie werden selbstverständlich anonym behandelt und alle Vorschriften des Datenschutzes werden eingehalten.

---

1. Bitte wählen Sie Ihre Schule und Ihre Klasse aus!

[*Aus Datenschutzgründen fehlen hier die Antwortmöglichkeiten*]

2. Bitte wählen Sie Ihr Geschlecht aus.

⦿ weiblich   ○ männlich

3. Bitte wählen Sie aus, welches Gerät Sie benutzt haben.

⦿ TI Nspire CAS   ○ TI Voyage 200

Mit der Bezeichnung "Taschencomputer" ist das Gerät "TI-Nspire CAS" bzw. "TI Voyage 200" gemeint, das Sie zur Verfügung haben.

4. Wenn Sie an den Unterricht des vergangenen Schuljahres mit dem Taschencomputer denken, wie empfinden Sie ihn zusammenfassend? (Bitte bedenken Sie, dass die Frage auf die Teile des Unterrichts abzielt, die mit dem TC gestaltet worden sind)

⦿ positiv   ○ neutral   ○ negativ

5. Wie oft schätzen Sie, dass Sie den Taschencomputer im Durchschnitt im Unterricht eingesetzt haben?

⦿ jede Stunde   ○ einmal pro Woche

○ jede zweite Stunde   ○ seltener

6. Schätzen sie den Prozentsatz der gesamten Unterrichtszeit, in der der Taschencomputer Teil des Unterrichtsgeschehens war (das muss nicht bedeuten, dass dabei ständig damit gearbeitet worden ist).

⦿ 5%-10%   ○ 20%-30%   ○ über 50%

○ 10%-15%   ○ 30%-40%

○ 15%-20%   ○ 40%-50%

7. Durfte der Taschencomputer in Schulaufgaben verwendet werden?

⦿ ja, immer   ○ nie

○ es gab in jeder Schulaufgabe zwei Teile (einen Rechnerteil, einen ohne Rechner)   ○ es gab Schulaufgaben ohne und mit Rechner

8. Haben Sie Aufgaben mit dem Taschencomputer (z.B. mit dem Overhead-Display) vor der Klasse vorgetragen?

⦿ ja   ○ nein

9. Haben Sie Gruppenarbeit mit dem Taschencomputer erlebt?

⦿ ja   ○ nein

Bitte beurteilen Sie jeweils, wie die folgenden Aussagen für Sie persönlich zutreffen oder nicht. Unter der Bezeichnung "Taschencomputer" ist der von Ihnen verwendete TI Nspire CAS bzw. TI Voyage 200 zu verstehen.

10. Der Unterricht mit dem Taschencomputer war interessanter als der frühere Unterricht.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

11. Der Unterricht wurde durch den Taschencomputer leichter.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

12. Der Unterricht mit dem Taschencomputer war abwechslungsreicher.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

13. Im Unterricht mit dem Taschencomputer habe ich mehr gelernt als im bisherigen Unterricht.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

14. Mathematik hat mir im Unterricht mit Taschencomputer mehr Freude bereitet.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

15. Beim Unterricht mit dem Taschencomputer habe ich eine ganz neue Seite der Mathematik kennen gelernt.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

16. Ich habe mich auch über den Unterricht hinaus mit dem Taschencomputer beschäftigt.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

17. Ich würde weiterhin gerne mit dem Taschencomputer arbeiten.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

18. Ich habe den Taschencomputer häufig bei Hausaufgaben zur Kontrolle genutzt.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

19. Ich habe den Taschencomputer als Hilfe empfunden.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

20. Ich würde Schülerinnen und Schüler aus meiner Schule empfehlen, in eine Klasse zu gehen, in der mit einem Taschencomputer gearbeitet wird.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

21. Der Taschencomputer gibt mir beim Lösen von Aufgaben ein Gefühl der Sicherheit.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

22. Ich hatte zwar anfangs Schwierigkeiten bei der Bedienung des Taschencomputers, diese haben sich im Laufe der Zeit aber deutlich reduziert.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

23. Ich habe häufig nicht gewusst, wie der Taschencomputer zu bedienen ist.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

24. Ich glaube, weniger gut auf die nächste Jahrgangsstufe vorbereitet zu sein als die Schülerinnen und Schüler aus den Parallelklassen.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

25. Mir war oft unklar, welche Dokumentation bei der Lösung einer Aufgabe mit dem Taschencomputer meine Lehrkraft in der Schulaufgabe von mir erwartet hat.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

26. Die Verwendung des Taschencomputers in Schulaufgaben habe ich nicht als Problem empfunden.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

27. Meine Lehrkraft hat mich bei Problemen im Umgang mit den Taschencomputer gut unterstützt.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

28. Ich habe den Taschencomputer als Bereicherung im Unterricht empfunden.

⊙ trifft zu ○ es war kein Unterschied ○ trifft nicht zu

29. Bei Prüfungen hatte ich stets Angst, wie ich mit Fehlermeldungen umgehen soll.

- (•) trifft zu
- ( ) es war kein Unterschied
- ( ) trifft nicht zu

---

30. Ich habe den Eindruck, dass ich mit dem Taschencomputer manche mathematischen Zusammenhänge besser verstehen kann.

- (•) trifft zu
- ( ) es war kein Unterschied
- ( ) trifft nicht zu

---

31. Ich benutze oft die Möglichkeit, meine Rechnungen mit dem Taschencomputer überprüfen zu können.

- (•) trifft zu
- ( ) es war kein Unterschied
- ( ) trifft nicht zu

---

32. Der Taschencomputer ist ein Werkzeug zum Lernen von Mathematik.

- (•) trifft zu
- ( ) es war kein Unterschied
- ( ) trifft nicht zu

---

33. Der Taschencomputer hat das Unterrichten von Mathematik unterstützt (z.B. durch Zeichnen von Graphen, ...)

- (•) trifft zu
- ( ) es war kein Unterschied
- ( ) trifft nicht zu

---

34. Zu Hause habe ich den Taschencomputer benutzt, um mir mathematische Zusammenhänge nochmals zu verdeutlichen.

- (•) trifft zu
- ( ) es war kein Unterschied
- ( ) trifft nicht zu

---

35. Ich würde den Taschencomputer gerne bis einschließlich Abitur einsetzen.

- (•) trifft zu
- ( ) es war kein Unterschied
- ( ) trifft nicht zu

---

36. Der Taschencomputer ist für mich ein selbstverständliches Werkzeug geworden.

- (•) trifft zu
- ( ) es war kein Unterschied
- ( ) trifft nicht zu

---

37. Ich würde lieber mit einem Laptop arbeiten.

- (•) trifft zu
- ( ) es war kein Unterschied
- ( ) trifft nicht zu

---

38. Wenn Sie eine Aufgabe mit dem Taschencomputer lösen, wann setzen Sie den Taschencomputer im Verlaufe des Lösungsprozesses ein? (Mehrfachnennungen möglich)

- [x] zu Beginn (z.B. um mir das Ziel klar zu machen)
- [x] während des Lösens der Aufgabe (also begleitend beim Erstellen der Lösung)
- [x] am Ende (zur Reflexion/Kontrolle der Lösung)

39. Ich kann die von uns behandelten Funktionen auch "von Hand" ableiten (also ohne Taschencomputer)

- ⦿ trifft zu
- ○ trifft nicht zu

Geben Sie im Folgenden an, wie häufig Sie selbst die jeweiligen Tätigkeiten mit dem Taschencomputer nutzen.

40. Algebraisches Lösen von Gleichungen ("solve"-Befehl)

- ⦿ häufig
- ○ hin und wieder
- ○ nie

41. Graphisches Lösen von Gleichungen (Schnittpunktbestimmung an Graphen)

- ⦿ häufig
- ○ hin und wieder
- ○ nie

42. Zeichnen von Graphen

- ⦿ häufig
- ○ hin und wieder
- ○ nie

43. Zeichnen von Daten/Listen ("scatter plot", "Datenplot")

- ⦿ häufig
- ○ hin und wieder
- ○ nie

44. Geometrie am Rechner (also Zeichnen von Figuren, Konstruktionen, ...)

- ⦿ häufig
- ○ hin und wieder
- ○ nie

45. Messungen in der Geometrie (also Benutzen der "Messen"/"Measurement" - Werkzeuge, z.B. Messen von Längen, Abständen, Steigungen, Koordinaten, Funktionsterme)

- ⦿ häufig
- ○ hin und wieder
- ○ nie

46. Verschieben von Funktionsgraphen (durch "Drag and Drop")

- ⦿ häufig
- ○ hin und wieder
- ○ nie

47. Benutzen der Tabellenkalkulation (z.B. "Lists & Spreadsheet")

- ⦿ häufig
- ○ hin und wieder
- ○ nie

48. Statistik-Funktionen ("data & statistics")

- ⦿ häufig
- ○ hin und wieder
- ○ nie

49. Befehl zur Berechnung von Grenzwerten ("limit")

⦿ häufig ○ hin und wieder ○ nie

---

50. Befehl zur Berechnung von Ableitungen

⦿ häufig ○ hin und wieder ○ nie

---

51. Befehle zur Berechnungen von Maxima/Minima ("fmax" bzw. "fmin")

⦿ häufig ○ hin und wieder ○ nie

---

52. Befehl zur Berechnung von Nullstellen ("zeros")

⦿ häufig ○ hin und wieder ○ nie

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!

[abschicken] [Eingaben loeschen]

11.21 Leitfaden zu den Schülerinterviews, Schuljahr 2007/2008

Leitfadeninterview M3 Bayern

Schüler /-innen

Datum:
Beginn:
Ende:

1. Allgemeine Daten:

1.1. Namenscodierung

			—				—				

Schulnummer
(bei zweistelliger bitte führende Null eintragen)

Klasse
(bei kombinierten Klassen nur den ersten Buchstaben eintragen, also bei „11ad“ nur „11a“ eintragen)

Die ersten beiden Buchstaben des Vornamens der Mutter

Die ersten beiden Ziffern der Haus-nummer
(bei weniger Ziffern führende Null eintragen)

1.2.Schule
(falls Nummer nicht zur Hand):
____
____
____

1.3.Klasse

Klasse 10

Klasse 11

1.4. Geschlecht

weiblich männlich

1.5. Rechner aktuell

TI Nspire CAS TI Voyage 200

1.6. Rechner im Vorjahr

keinen TI Voyage 200 TI Nspire CAS

2. **Empfindungen/Erleben**

   2.1. Wenn ein Mitschüler aus der 10. Klasse Sie um Rat bittet, ob er einen TC-Klasse besuchen soll, was würden Sie ihm raten und warum?
   2.2. Empfinden Sie den TC als Hilfe?
   2.3. Möchten Sie auf den TC verzichten?
   2.4. Glauben Sie, durch den TC mehr Schwierigkeiten zu haben?

3. **Lehrwerkzeug**
   3.1. Setzen Sie den TC im Unterricht regelmäßig ein?
   3.2. Werden Begriffe wie Grenzwert, Ableitung verdeutlicht?
   3.3. Können Sie sich an etwas besonders Interessantes erinnern? (Gruppenarbeit, Graph, …)

4. **Lernwerkzeug**
   4.1. Wie wichtig ist für Sie die Möglichkeit der Überprüfung von Rechnungen mit dem TC?
   4.2. Wie wichtig ist die Symbolik für Sie?
   4.3. Kontrollieren Sie Rechnungen während Prüfungen?
   4.4. Gibt es Probleme in Prüfungen?

5. **Rechner**
   5.1. Haben Sie Probleme bei der Dokumentation von Lösungen? (Wo?)
   5.2. Glauben Sie, nicht mehr richtig rechnen zu können?
   5.3. Hätten Sie lieber einen Laptop?

11.22 Leitfaden zu den Lehrerinterviews, Schuljahr 2007/2008

Das Interview orientiert sich an folgenden Fragen:

1. Wenn Sie eine Kollegin / ein Kollege fragt, ob er eine Klasse mit TC unterrichten sollte, was raten Sie ihr/ihm und warum?
2. Wenn die Kollegin/der Kollege nachfragt, wie viel Arbeit das ist?
3. Möchten Sie den Taschencomputer wieder hergeben?
4. Setzen Sie den Taschencomputer auch in Klassen ein, die nicht am Modellversuch beteiligt sind? Was machen Sie da?
5. Was ist –kurz gesagt- der wesentliche Vorteil, wenn Schüler den Taschencomputer selbst haben (und nicht nur damit vom Lehrer demonstriert wird).
6. Rechnen Schüler weniger händisch im Modellversuch?
7. Zeichnen Schüler weniger Graphen im Modellversuch?
8. Gab es irgendwelche Probleme mit der Schulleitung?
9. Gab es Probleme mit der Fachbetreuung?
10. Gab es Probleme mit Fachkollegen?
11. Gab es Probleme mit Kollegen, die nicht vom Fach sind?
12. Gab es Schwierigkeiten mit Eltern?
13. Gab es Schwierigkeiten mit Schülern?

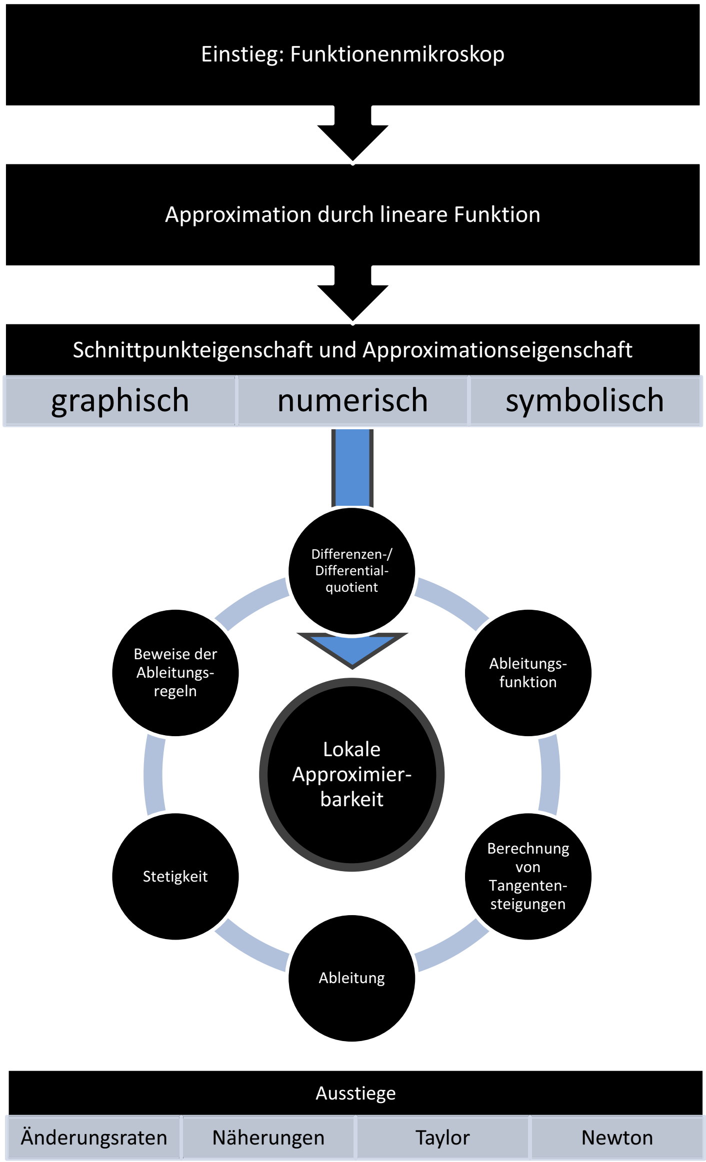
11.23 Material für die Lehrkräfte (Jgst. 11): Zugang zum Ableitungsbegriff

Die vorliegende Unterrichtseinheit wurde vom Autor für die Lehrkräfte entwickelt und dokumentiert. Sie wurde auf den Projekttreffen für die Jahrgangsstufe 11 vorgestellt. Die Lehrkräfte erhielten dieses Material auf einer CD ROM.

Dieses Material ist mit Bildschirmvideos des TC „TI Nspire CAS“ verknüpft. Diese Bildschirmvideos zeigen jeweils, wie sich die einzelnen Schritte am TC erzeugen lassen.

An dieser Stelle kann das Material natürlich nur abgedruckt werden, auf die Videos gibt es nur in elektronischer Form Zugriff.

Für den Abdruck im Anhang musste das Material in der Formatierung abgeändert werden. Dadurch ergaben sich an einigen Stellen ungünstige Umbrüche.


Einstieg: Funktionenmikroskop
Approximation durch lineare Funktion
Schnittpunkteigenschaft und Approximationseigenschaft
graphisch
numerisch
symbolisch
Differenzen-/ Differential- quotient
Ableitungs- funktion
Berechnung von Tangenten- steigungen
Ableitung
Stetigkeit
Beweise der Ableitungs- regeln
Lokale Approximier- barkeit
Ausstiege
Änderungsraten
Näherungen
Taylor
Newton

11.23.1 Lernziele der Einheit

Die Schülerinnen und Schüler[3] sollen

- die Idee der Linearisierung kennen und verstehen lernen
- die Linearisierung mathematisch beschreiben können
- den Zusammenhang von Linearisierung und Tangente verstehen
- die Linearisierung zur Bestimmung von Ableitungen verwenden können

11.23.2 Rolle der Technologie

Technologie kann die mathematische Begriffsbildung durch Visualisieren unterstützen, Technologie kann durch das Übernehmen symbolischer Umformungen den Blick auf zentrale Aspekte beim Lösen komplexer Aufgaben lenken, Technologie kann – etwa durch die Möglichkeit des Messens in der dynamischen Geometrie – die Erforschung von Zusammenhängen ermöglichen, zu deren Berechnung man (noch) nicht in der Lage ist.

Dabei können Schüler insbesondere eigentätig entdecken und ihre Hypothesen überprüfen.

In der folgenden Einheit soll am Themenfeld der Ableitung dargestellt werden, wie gerade hier Technologie gewinnbringend eingesetzt werden kann.

11.23.3 Einstieg: Funktionenmikroskop

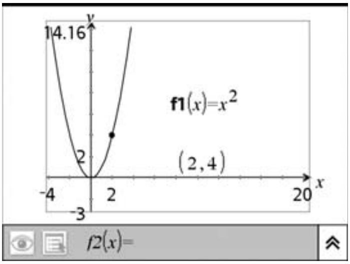
<u>**Arbeitsauftrag:**</u>

Wählen Sie die Funktion f(x)=x² und vergrößern Sie mehrfach die Umgebung eines Punktes auf dem Graphen der Funktion. Was beobachten Sie? Formulieren Sie eine Vermutung! Überprüfen Sie diese an weiteren von Ihnen gewählten Funktionen!

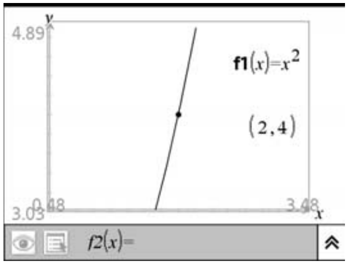
Bereiten Sie sich darauf vor, Ihre Überlegungen kurz vorzustellen.

Beispiel: $f(x) = x^2$ an der Stelle $P(2|f(2))$.

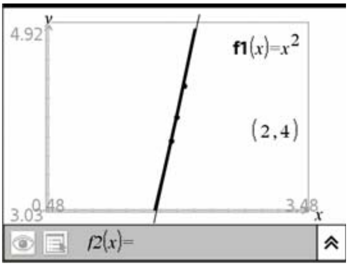
[3] im Folgenden wird stets vereinfachend der Begriff „Schüler“ verwendet, wobei stets ausdrücklich beiderlei Geschlecht zu verstehen ist.



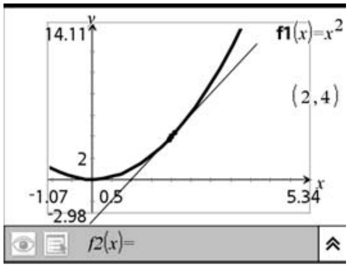
Markieren des Punktes $(2|4)$ auf der Parabel



Genügend nahe an der Stelle $(2|4)$ scheint der Graph fast zu einer Gerade zu werden.



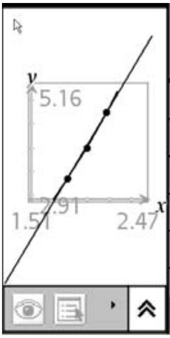
Mithilfe des Werkzeugs „Gerade zeichnen“ der dynamischen Geometrie kann eine Gerade durch Auswahl zweier sehr nahe bei $P(2|4)$ liegender Graphenpunkte eingezeichnet werden, die den Graphen gut approximiert.



Hier ist die Situation aus größerer Entfernung dargestellt. Die vorher eingezeichnete Gerade schneidet den Graphen in zwei (sehr nahe bei P) liegenden Punkten. Gibt es auch eine Gerade, welche den Graphen nur im Punkt P berührt?

Bildschirmvideo: Zoomen

Bildschirmvideo: Gerade zeichnen und „rauszoomen“



x	f1(x):...	g(x):...
	x^2	4.02*x..
1.9	3.61	3.608
1.91	3.6481	3.6482
1.92	3.6864	3.6884
1.93	3.7249	3.7286
1.94	3.7636	3.7688
1.95	3.8025	3.809
1.9		

Mithilfe der Wertetabelle erkennt man, dass die Gerade (rechte Spalte) die Funktionswerte von f (mittlere Spalte) in der Umgebung des Punktes P gut nähert.

Bildschirmvideo: Wertetabelle erzeugen

11.23.4 Die Problematik des Berührens

Intuitiv erinnert die eingezeichnete Gerade an den Begriff der Tangente, den die Schüler im Zusammenhang mit dem Kreis kennengelernt haben. Für die Tangente findet man verschiedene definierende Eigenschaften:

- Sie verläuft durch einen Punkt (“Berührpunkt“) auf der Kreislinie und ist senkrecht zum „Berührradius“.
- Der Abstand der Tangente vom Kreismittelpunkt ist gerade der Kreisradius.
- Tangente und Kreislinie haben genau einen Punkt gemeinsam.

Nur die zuletzt angegebene Eigenschaft erscheint geeignet, um sie auf Funktionsgraphen auszudehnen.Wir übertragen sie auf die vorliegende Situation und wenden sie im Folgenden zur Bestimmung der „Tangente“[4] an den Graphen von f im Punkt $P(2|4)$ an.

Arbeitsauftrag: Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung einer Geraden, welche den Graphen in genau einem Punkt (nämlich P) schneidet, für unser Beispiel.

Dies kann auf zwei Wegen erreicht werden, nämlich auf graphischen Weg (mithilfe des DGS) oder auf rechnerischem Wege.

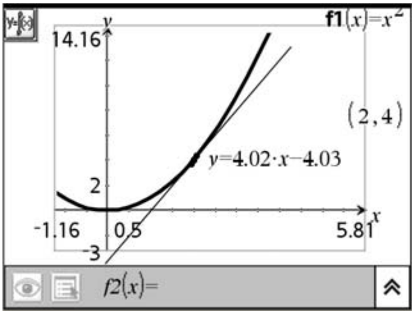
a) Rechnerischer Weg *b) Graphischer Weg*

[4] Mit der Bezeichnung “Tangente“ ist zunächst die intuitiv als solche angesehene Gerade zu verstehen, die man an einen Graphen im Berührpunkt zeichnet. Im Folgenden wird dieser Begriff genauer umrissen.

Ein Geradenbüschel durch den Punkt (2|4) hat die Gestalt $y = mx + 4 - 2m$ (für reelle m). Dieses soll mit dem Graphen von $y = x^2$ nur einen Schnittpunkt haben.

Der Ansatz $x^2 = mx + 4 - 2m$ sowie die Betrachtung der Determinante $m^2 + 16 - 8m$ führen auf $m = 4$ und auf die „Tangenten"-Gleichung $y = 4x - 4$.

Die Näherungswerte aus dem DSG werden bestätigt.



Im DGS lassen wir die beiden vorher zum Einzeichnen der Geraden benutzten Punkte mit P zusammenfallen. Das Werkzeug „Messen" liefert einen Funktionsterm für die „Tangente", nämlich $y = 4.02\,x - 4.03$

Auf diesem Wege haben wir also scheinbar die richtige „Tangente" gefunden.

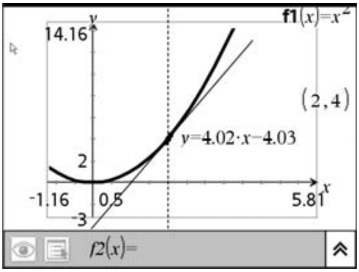
Nun ist es aber leider nicht so einfach, dass die Eigenschaft, nur einen Schnittpunkt mit dem Graphen zu haben, für die von uns ausgangs gesuchte Näherungsgerade („Tangente") ausreicht. Wir werfen deshalb nochmals einen Blick auf die von uns geforderten Eigenschaften:

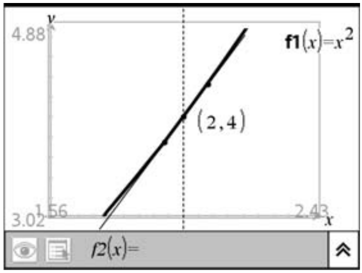
11.23.5 Die Tangente: Nähere Untersuchung

11.23.5.1 Die Tangente: Schnittpunkteigenschaft

<u>Arbeitsauftrag</u>: Bedeutet „Tangente sein" wirklich, dass es mit dem Graphen nur einen Schnittpunkt gibt?

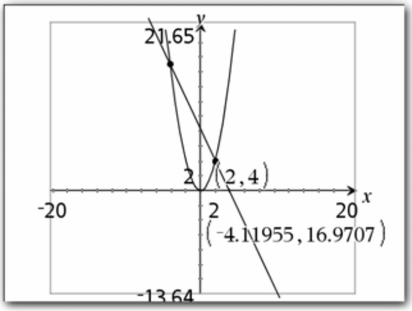
Man kann z.B. eine Parallele zur y-Achse durch $P(2|4)$ wählen. Diese hat zwar auch nur einen Schnittpunkt mit dem Graphen der Normalparabel, jedoch nicht die gewünschte „Näherungseigenschaft":





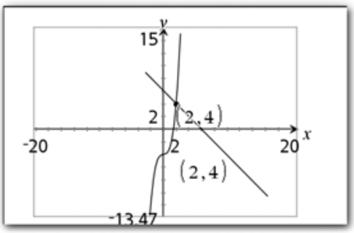
In einer Umgebung der Stelle $x = 2$

Die Gerade $x = 2$ (im linken Bild gestrichelt dargestellt) ist nicht das einzige Beispiel, welches zeigt, dass unsere bisherigen Überlegungen nicht ausreichen.



Dreht man eine beliebige durch $P(2|4)$ laufende Gerade um den Punkt P und lässt vom DGS dabei die Koordinaten der Schnittpunkte anzeigen, so scheint unsere Forderung nach der Existenz genau eines Schnittpunkts (abgesehen von der Parallelen zur y-Achse durch P) für die „Tangente" richtig zu sein.

Bildschirmvideo: Gerade zeichnen und drehen



Betrachtet man jedoch etwa den Graphen von $y = x^3 - 4$, so sieht man, dass es unendlich viele Geraden gibt, die zwar nur einen Schnittpunkt (nämlich $(2|4)$) mit dem Graphen haben, jedoch den Graphen in einer (kleinen) Umgebung von $(2|4)$ nicht annähern.

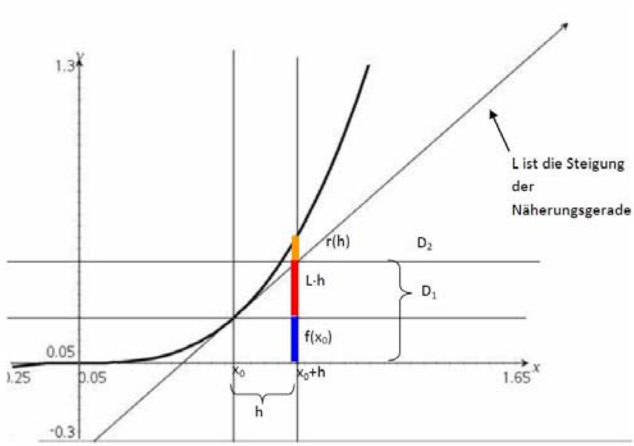
Bildschirmvideo: Funktionsterm ändern

Somit reicht also die Forderung nach der Existenz genau eines Schnittpunktes im Vergleich zur Kreistangente nicht aus.

Die Eigenschaft der „guten Näherung" des Graphen an der Stelle $P(2|4)$ durch die Gerade soll im Folgenden genauer untersucht und rechnerisch erfasst werden.

11.23.5.2 Die Tangente: Näherungseigenschaft

Dazu betrachtet man folgende Skizze[5]:



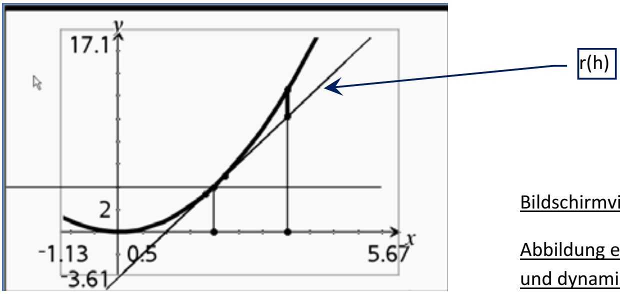
An einem Punkt in der Umgebung der Stelle $x = 2$, nämlich etwa $2 + h$, unterscheidet sich $f(2 + h)$ vom Funktionswert $f(2) = 4$. Dieser Unterschied kann in zwei Anteile D_1 und D_2 aufgeteilt werden.

D_1 ist der Unterschied von $f(2)$ zum Funktionswert der „Tangente" an der Stelle $x = 2 + h$.

D_2 ist der Unterschied vom Funktionswert der „Tangente" zum tatsächlichen Funktionswert von f an der Stelle $x = 2 + h$. Er wird als „Rest" bezeichnet und wir schreiben dafür $r(h)$.

Zunächst wollen wir diese Anteile rein graphisch erforschen.

[5] Unter der Bezeichnung „Tangente" ist diejenige Näherungsgerade zu verstehen die nach „Augenschein" am besten nähert – so ist sie auch in der Skizze gezeichnet.



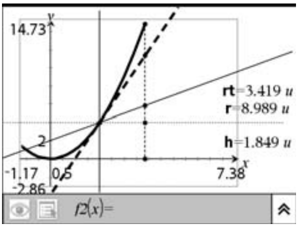
Bildschirmvideo:

Abbildung erzeugen
und dynamisch verändern

Der Rest $r(h)$ geht offenbar für h gegen 0 ebenfalls gegen 0.

Dies gilt aber für alle Geraden durch P. (Bestätigung etwa durch Ziehen im DGS möglich)

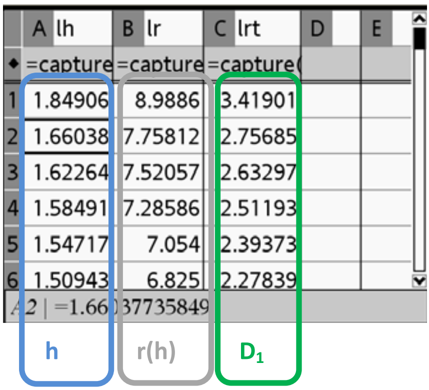
Nun untersuchen wir jeweils r(h) für verschiedene Geraden durch den Punkt $(2|4)$ in Abhängigkeit von h.



„Tangente" (fett und gestrichelt) und andere Näherungsgerade (durchgezogen)

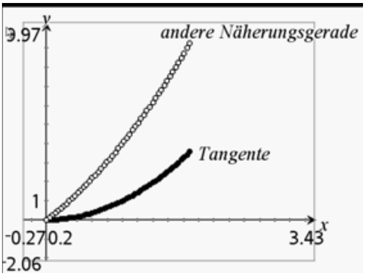
Gemessen wurden h, D_1 und r(h).[6]

Beim Ziehen mit dem DGS werden die Messwerte in eine Tabelle übertragen.



	A lh	B lr	C lrt	D	E
◆	=capture	=capture	=capture(		
1	1.84906	8.9886	3.41901		
2	1.66038	7.75812	2.75685		
3	1.62264	7.52057	2.63297		
4	1.58491	7.28586	2.51193		
5	1.54717	7.054	2.39373		
6	1.50943	6.825	2.27839		

[6] Aus technischen Gründen wurden beim Rechner unterschiedliche Bezeichnungen gewählt, so ist z.B. „h" die Messvariable im DGS, „lh" die Liste der in die Tabellenkalkulation übertragenen Werte von h.



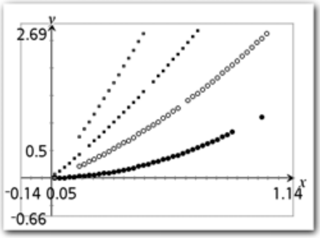
Aufgetragen sind die „Reste“ $r(h)$ (y-Richtung) in Abhängigkeit von h (x-Richtung).

Dies kann man am Rechner für verschiedene Näherungsgeraden wiederholen und bestätigt jeweils diesen Verlauf.

Die Reste gehen mit h gegen 0, man erkennt aber, dass sie „stärker“ gegen 0 gehen, wenn sich die Näherungsgerade der „Tangente“ nähert.

Mithilfe des Rechners wird der unterschiedliche Verlauf von $r(h)$ für „Tangente“ und andere Näherungsgerade deutlicher.

Rechts ist eine Grafik für vier verschiedene Näherungsgeraden eingezeichnet.

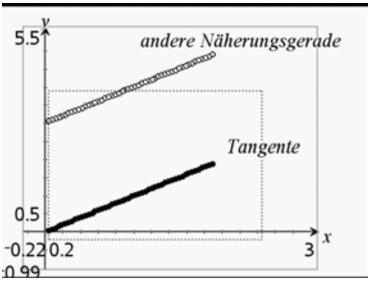


Was bedeutet aber nun „stärker gegen 0 gehen“?

Ein Vergrößern der obigen graphischen Darstellung bringt keine weitere Einsicht. Wir versuchen, eine andere Darstellungsform oder eine andere Bezugsgröße zu finden. Da wir den Verlauf der Reste für h gegen 0 betrachten und uns insbesondere interessiert, wie es nahe bei 0 aussieht (und die Reste selbst ja auch gegen 0 gehen), hilft das Betrachten der Reste in Bezug zu h, also der „relativen Reste“.[7]

In der Tabellenkalkulation sind leicht neue Spalten für diese Größen erzeugt und dann graphisch aufgetragen:

[7] Dieser Schritt ist im Unterricht schwierig zu motivieren. Von Vorteil ist, wenn die Schüler aus dem naturwissenschaftlichen Unterricht den Begriff des relativen Fehlers kennen. Übertragen auf die vorliegende Situation ist der Abstand h von der betrachteten Stelle die Bezugsgröße. Man könnte anschaulich auch so argumentieren, dass die Division durch h den betrachteten Rest r(h) umso mehr vergrößert, je kleiner h wird (also je näher man der Stelle x_0 kommt). Nur bei der „Tangente“ geht dann der so veränderte Rest immer noch gegen 0.



Nur der relative Rest der „Tangente“ geht für h gegen 0 auch selbst gegen 0.

Unter allen Geraden durch den Punkt $P(2|4)$ zeichnet diese Eigenschaft die „optimale Näherungsgerade“ aus, die wir nun wirklich Tangente nennen wollen.

Folgerung: Die optimale Näherungseigenschaft (und damit die Tangente in unserem Sinne) liegt vor, wenn $\lim_{h\to 0}\frac{r(h)}{h} = 0$ gilt.

Nun untersuchen wir das rechnerisch:

Für die von uns betrachtete Stelle $(2|4)$ und die Funktion $f(x) = x^2$ gilt:

$f(2+h) = (2+h)^2 = 4 + 4h + h^2$

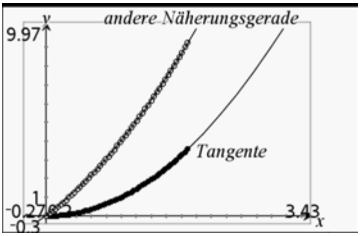
Ein Vergleich mit der Form $f(2+h) = f(2) + 4h + r(h)$ zeigt $r(h) = h^2$ und es ist $\lim_{h\to 0}\frac{r(h)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{h^2}{h} = \lim_{h\to 0} h = 0.$

Wir wählen eine andere Gerade durch $(2|4)$, beispielsweise $y = x + 2$.

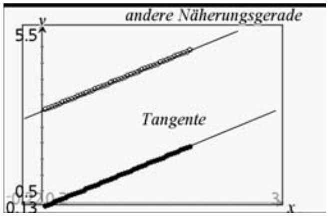
Dann ist $f(2+h) = f(2) + h + 3h + h^2$. Also ist in diesem Fall $r(h) = 3h + h^2$.

Im Vergleich zu vorher geht zwar auch dieser Rest mit h gegen 0, allerdings geht der relative Fehler $\frac{r(h)}{h} = 3 + h$ nicht mehr gegen 0 (sondern gegen 3). Anhand der vorherigen rein graphischen Untersuchung lässt sich dies verifizieren, in obigen Bildschirmkopien wurde die Näherungsgerade in der Form $y = x + 2$ gewählt.

Man kann auch zur Kontrolle die Graphen der zugehörigen Reste einzeichnen:



absolute Reste



relative Reste

Wenn wir das allgemeine Geradenbüschel durch $(2|4)$ betrachten und $y = mx + 4 - 2m$ als Näherungsgerade wählen, so ergibt sich

$f(2+h) = f(2) + mh + (4-m)h + h^2$, also $r(h) = (4-m)h + h^2$

Hier geht der relative Fehler $\frac{r(h)}{h} = 4 - m + h$ also nur für $m = 4$ gegen 0. Dies zeigt die herausragende Eigenschaft der Tangente.

Die Tangente (bei Funktionsgraphen) in unserem Sinne ist also diejenige Gerade durch den Punkt P, deren relativer Rest mit h gegen 0 geht.

Die bisherigen Erkenntnisse lassen sich allgemein formulieren und führen zur

Definition:

Eine Funktion f heißt lokal linear approximierbar bei $x = x_0$ ($x_0 \in]a; b[\subseteq D_f$), wenn man $f(x_0 + h)$ in folgender Form darstellen kann:

$f(x_0 + h) = f(x_0) + L \cdot h + r(h)$, wobei $\lim_{h \to 0} \frac{r(h)}{h} = 0$.

L ist dann die Steigung der Tangente an den Graphen von f an der Stelle $x = x_0$.

An dieser Stelle kann auch die Sprechweise „*differenzierbar an der Stelle x_0*“ eingeführt werden.

11.23.6 Stetigkeit und lineare Approximierbarkeit

Ist die Funktion f stetig an der Stelle x_0, so ist $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$, also folgt für die Darstellung $f(x_0 + h) = f(x_0) + L \cdot h + r(h)$, dass für $h \to 0$ auch der Term $(L \cdot h + r(h))$ gegen 0 gehen muss, also folgt $\lim_{h \to 0} r(h) = 0$.

Die für die lineare Approximierbarkeit charakteristische Bedingung $\lim_{h \to 0} \frac{r(h)}{h} = 0$ hingegen ist eine stärkere Forderung als die für die Stetigkeit notwendige.

Dies verdeutlicht den Unterschied der beiden Begriffe, der sich den Schülern nun sowohl anhand der Definitionen, als auch anhand der vorher angegebenen Visualisierungen der Reste deutlich machen lässt.

11.23.7 Anwendungen der Definition

11.23.7.1 Anwendung auf die Berechnung von Steigungen

Wir betrachten die Funktion $f : x \mapsto 2x^2 + 5x$ und fragen nach der Steigung der Tangente an den Graphen im Punkt $(5|f(5))$.

Dazu berechnen wir

$$\begin{aligned} f(5+h) &= 2 \cdot (5+h)^2 + 5 \cdot (5+h) = 50 + 20h + 2h^2 + 25 + 5h \\ &= 75 + 25h + 2h^2 \end{aligned}$$

Die entsprechenden Bestandteile der Definition sind schnell identifiziert:

$$f(5+h) = \underbrace{75}_{f(5)} + \underbrace{25h}_{L \cdot h} + \underbrace{2h^2}_{r(h)}$$

Dabei ist $\lim_{h \to 0} \frac{r(h)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{2h^2}{h} = \lim_{h \to 0} (2h) = 0$ und die gesuchte Steigung ist 25.

Als weiteres Beispiel werde $g(x) = 5x$ an der Stelle $x = 2$ betrachtet.

Es ist $g(2+h) = 5 \cdot (2+h) = 10 + 5h = 10 + 5h + 0$

Also ist $r(h) = 0$ und folglich $\lim_{h \to 0} \frac{r(h)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{0}{h} = 0$. Die Tangentensteigung an der Stelle $x = 2$ ist also 5.

Steigungen lassen sich auf diese Weise auch allgemein an einer Stelle x_0 berechnen, für unsere Beispiele:

$$f(x_0 + h) = 2 \cdot (x_0 + h)^2 + 5 \cdot (x_0 + h) = 2{x_0}^2 + 4 \cdot x_0 \cdot h + 2h^2 + 5x_0 + 5h$$

$$= \underbrace{2 \cdot {x_0}^2 + 5x_0}_{f(x_0)} \quad + \quad \underbrace{(4x_0 + 5) \cdot h}_{L \cdot h} \quad + \quad \underbrace{2h^2}_{r(h)}$$

Der Rest r(h) erfüllt die Eigenschaft $\lim_{h\to 0} \frac{r(h)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2h^2}{h} = \lim_{h\to 0}(2h) = 0$, also ist die Steigung der Tangente an den Graphen von $f(x) = 2x^2 + 5x$ an der Stelle $\left(x_0 \middle| f(x_0)\right)$ gerade $4x_0 + 5$.

Für das zweite Beispiel ergibt sich

$$g(x_0 + h) = 5 \cdot (x_0 + h) = \underbrace{5x_0}_{g(x_0)} \quad + \quad \underbrace{5h}_{L \cdot h} \quad + \quad \underbrace{0}_{r(h)}$$

Der Rest erfüllt die geforderte Eigenschaft $\lim_{h\to 0} \frac{r(h)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{0}{h} = 0$, sogar für alle x_0, und die Steigung der Tangente an jeder Stelle des Graphen von $g(x) = 5x$ ist 5.

An dieser Stelle ist nun bereits ein Übergang zum Begriff der Ableitungsfunktion einer Funktion f möglich, die jedem x_0 die Steigung der Tangente an den Graphen von f an der Stelle $\left(x_0 \middle| f(x_0)\right)$ zuordnet.

Mehr (händischen) Rechenaufwand erfordern komplexere Funktionsterme, wobei hier das CAS Unterstützung bieten kann, indem es Termumformungen abnimmt.

So betrachten wir etwa die Funktion $f(x) = 7x^4 - 21x^3 + 12x - 5$ und die Stelle $x = 12$.

$f(x):=7\cdot x^4-21\cdot x^3+12\cdot x-5$	*Done*
$f(12+h)$	$7\cdot h^4+315\cdot h^3+5292\cdot h^2+39324\cdot h+109003$

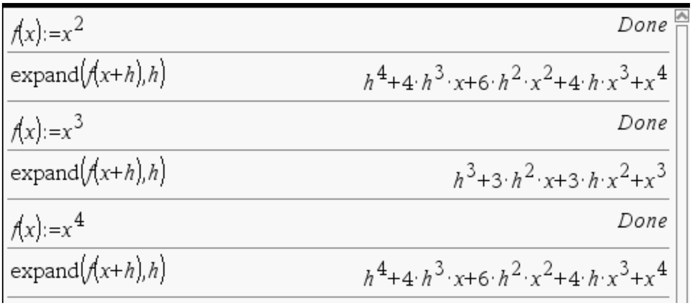
Man erkennt, dass die Steigung der Tangente offenbar 39324 ist, der Rest $r(h)$ ist schnell identifiziert als $r(h) = 7h^4 + 315h^3 + 5292h^2$, welcher die geforderte Eigenschaft $\lim_{h\to 0} \frac{r(h)}{h} = 0$ aufweist.

Auf diese Weise kann man jegliche Polynomfunktionen behandeln.

11.23.7.2 Anwendung auf elementare Ableitungsregeln

11.23.7.2.1 Ableitung von $\boldsymbol{x \mapsto x^n}$

Ebenso lässt sich dieses Verfahren allgemein anwenden, so können die Schüler z.B. begründet eine Vermutung über die Tangentensteigung der Potenzfunktion $x \mapsto x^n$ aufstellen:



Den Termen entnimmt man die Vermutung, dass die Steigung der Tangente an den Graphen von $x \mapsto x^n$ an der Stelle x_0 gerade $n \cdot x_0^{n-1}$ ist.

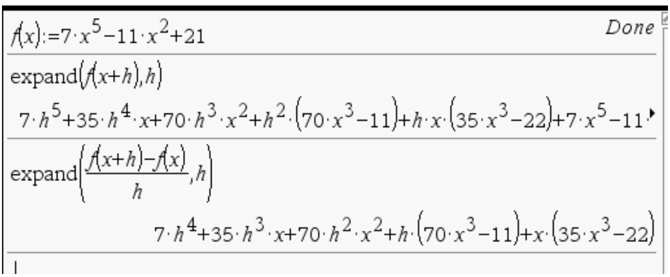
Zum Beweis dieser Vermutung kann man das Pascalsche Dreieck (und damit die verallgemeinerte binomische Formel) verwenden.

11.23.7.2.2 Verbindung zum Differentialquotienten

Obwohl die wesentliche Rechenarbeit das CAS übernehmen kann, können Terme dennoch oft (begründet durch die Begrenzung des Displays am Handheld) unübersichtlich werden. Hier kann man nun versuchen, die Darstellung kompakter zu halten. So ist es nahe liegend, vom Term $f(x+h)$ zunächst $f(x)$ zu subtrahieren. Vom restlichen Term ist für die Tangentensteigung derjenige von Interesse, der h nur in linearer Form enthält. Dividiert man durch h, so ist dies der Term, der kein h mehr enthält.

Schreibt man diese Vorgehensweise in Formeln, so sieht man: $\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{r(h)}{h}$

Dies entspricht dem Differenzenquotienten, der Grenzwert für h gegen 0 entspricht dem Differenzialquotienten. Die Verbindung zum „Gewohnten" ist hergestellt.



11.23.7.2.3 Summenregel

Ebenso erhalten die Schüler Vermutungen über die Summen- bzw. Differenzenregel.

```
f(x):=x^2                                                         Done
g(x):=x^5                                                         Done
expand(f(x+h)+g(x+h),h)
     h^5+5·h^4·x+10·h^3·x^2+h^2·(10·x^3+1)+h·x·(5·x^3+2)+x^2·(x^3+1)
expand(f(x+h)-g(x+h),h)
     -h^5-5·h^4·x-10·h^3·x^2+h^2·(1-10·x^3)-h·x·(5·x^3-2)-x^2·(x^3-1)
```

Ein Beweis ist ebenso kurz wie elegant geführt:

Es seien f und g zwei an der Stelle x_0 (x_0 im Schnitt der beiden Definitionsmengen) lokal linear approximierbaren Funktionen, d.h. man kann schreiben:

$f(x_0+h)=f(x_0)+L_f\cdot h+r_f(h)$ sowie $g(x_0+h)=g(x_0)+L_g\cdot h+r_g(h)$.

Wir bilden nun die Summe (bzw. Differenz):

$$
\begin{aligned}
(f\pm g)(x_0+h) &= f(x_0)+L_f\cdot h+r_f(h)\pm\left[g(x_0)+L_g\cdot h+r_g(h)\right]\\
&= (f\pm g)(x_0)+\left(L_f\pm L_g\right)\cdot h+\left(r_f(h)\pm r_g(h)\right)
\end{aligned}
$$

Offensichtlich ist $\lim_{h\to 0}\frac{r_f(h)\pm r_g(h)}{h}=0$.

q.e.d.

11.23.7.2.4 Produktregel

Die erste Vermutung bei der Produktregel ist oft, dass man die jeweiligen Tangentensteigungen multipliziert. An einem einfachen Beispiel wie $f(x)\ =\ x$ und $g(x)\ =\ x^2$ lässt sich dies leicht widerlegen.

Mithilfe der Definition der linearen Approximation ist leicht nachgerechnet:

Es seien f und g zwei an der Stelle x_0 (x_0 im Schnitt der beiden Definitionsmengen) lokal linear approximierbaren Funktionen, d.h. man kann schreiben:

$f(x_0+h)=f(x_0)+L_f\cdot h+r_f(h)$ sowie $g(x_0+h)=g(x_0)+L_g\cdot h+r_g(h)$.

Wir betrachten das Produkt

$$
\begin{aligned}
(f\cdot g)(x_0) &= \left[f(x_0)+L_f\cdot h+r_f(h)\right]\cdot\left[g(x_0)+L_g\cdot h+r_g(h)\right]\\
&= f(x_0)\cdot g(x_0)+f(x_0)\cdot L_g\cdot h+f(x_0)\cdot r_g(h)
\end{aligned}
$$

$$+ L_f \cdot h \cdot g(x_0) + L_f \cdot L_g \cdot h^2 + L_f \cdot h \cdot r_g(h)$$

$$+ r_f(h) \cdot g(x_0) + r_f(h) \cdot L_g \cdot h + r_f(h) \cdot r_g(h)$$

Nun fassen wir zusammen, wobei man sofort erkennt, dass alle Terme, welche $r_f(h)$ oder $r_g(h)$ enthalten, zum Rest gehören, welcher die Eigenschaft hat, dass er dividiert durch h mit h gegen 0 geht. Für alle diese Termglieder schreiben wir insgesamt $R_{fg}(h)$ und erhalten:

$$= (f \cdot g)(x_0) \quad + \quad \underbrace{[f(x_0) \cdot L_g + L_f \cdot g(x_0)]}_{L} \cdot h \quad + \quad \underbrace{L_f \cdot L_g \cdot h^2 + R_{fg}(h)}_{R(h)}$$

Man sieht, dass $\lim_{h\to 0} \frac{R(h)}{h} = 0$ ist und hat damit die Produktregel bewiesen.

11.23.7.2.5 Quotientenregel

Für die Quotientenregel muss man allerdings (wie üblich) zu einem „Trick“ greifen. Mithilfe der Darstellung des Differenzenquotienten bestimmt man die Ableitungsregeln für $\frac{1}{f}$. Darauf lässt sich dann die Produktregel anwenden. Da dies hinlänglich bekannt ist, wird auf Näheres verzichtet.

11.23.7.3 Anwendung auf die Sinusfunktion

Analog zum bisherigen Vorgehen soll versucht werden, die Sinusfunktion $f(x) = \sin(x)$ in der Form $f(x_0 + h) = f(x_0) + L \cdot h + r(h)$ darzustellen. Da im Vorhergehenden stets der expand-Befehl von Nutzen war, wird dieser auch angewendet und liefert:

$$\text{tExpand}(\sin(x+h))$$
$$\sin(h)\cdot\cos(x)+\cos(h)\cdot\sin(x)$$

Auf den ersten Blick erscheint dies nicht hilfreich. In der Jahrgangsstufe 11 sind den Schülern aber oft aus dem Physikunterricht die Näherungen $\sin(x) \approx x$ und $\cos(x) \approx 1$ für $|x| \ll 1$ bekannt. Mit diesen Näherungen erhält man:

$\sin(x + h) \approx 1 \cdot \sin(x) + \cos(x) \cdot h$ für kleine $|h|$

Es ist offenbar $r(h) = 0$ und damit folgt, dass die Steigung von $sin(x)$ an der Stelle x_0 gerade $\cos(x_0)$ ist.

11.23.8 Funktionen, die nicht lokal linear approximierbar sind

Das bekannteste Beispiel ist sicherlich die Betragsfunktion. Mehrfaches Vergrößern der Stelle (0|0) lässt den Graphen nicht linear werden. Ein entsprechender Versuch, die Definition anzuwenden, schlägt fehl:

Wir suchen die Form „$f(x + h) = f(x) + L \cdot h + r(h)$“ mit $\lim_{h\to 0} \frac{r(h)}{h} = 0$ für $f(x) = |x|$ an der Stelle $x = 0$.

$f(0 + h) = |h| = 0 + sgn(h) \cdot h = f(0) + sgn(h) \cdot h.$

Die Steigung der Tangente ist nicht eindeutig. An dieser Stelle lassen sich Halbtangenten thematisieren.

Bildschirmvideo: Zoomen

11.23.9 Ausstieg: Übergang zu weiteren Näherungsaspekten

Der Zugang zur Ableitung über die lineare Approximation führt mit wenig Aufwand auf folgende Aspekte, die hier nur stichwortartige angeführt sein sollen:

11.23.9.1 Näherung von Funktionswerten in einer Umgebung eines bekannten Funktionswerts:

Ist eine Funktion f an der Stelle x_0 lokal linear approximierbar (differenzierbar), so kann man schreiben:

$f(x_0 + h) = f(x_0) + L \cdot h + r(h)$, wobei $\lim_{h \to 0} \frac{r(h)}{h} = 0$.

Es ist also insbesondere für kleine $|h|$: $f(x_0 + h) \approx f(x_0) + L \cdot h$

Ist L bekannt, so kann man auf diese Weise Näherungen für Funktionswerte in einer Umgebung von x_0 berechnen.

11.23.9.2 Fehlerrechnung:

Wird wegen eines Messfehlers anstelle von x_0 der Wert $x_0 + h$ gemessen, so pflanzt sich der Fehler h bei Anwendung einer Funktion f fort, er führt offenbar zum Fehler $f(x + h) - f(x_0)$, welcher aber (falls f an der Stelle x_0 lokal linear approximierbar ist) wegen $f(x_0 + h) \approx f(x_0) + L \cdot h$ durch $L \cdot h$ genähert werden kann.

11.23.9.3 Taylor-Approximation:

Eine ausführliche Behandlung der Taylor-Approximation sprengte hier den Rahmen, es kann aber darauf hingewiesen werde, dass über die Einsicht, dass bei genauerer Näherung auch das Krümmungsverhalten der Funktion eine Rolle spielen muss, die Taylor-Approximation besser motiviert und tiefer verstanden werden kann.

11.23.9.4 Historisches:

Karl Weierstraß hat 1861 in einer Vorlesung am Königlichen Gewerbeinstitut zu Berlin gesagt:

„Die vollständige Veränderung f(x+h) – f(x), welche eine Funktion f(x) dadurch erfährt, dass x in x+h übergeht, lässt sich im Allgemeinen in zwei Teile zerlegen, von denen der eine der Änderung h des Arguments proportional ist, also aus h und einem von h unabhängigen –in Bezug auf h konstantem-

Faktor besteht, … der andere aber nicht bloß an und für sich unendlich klein wird, wenn h unendlich klein wird, sondern noch unendlich klein wird, wenn man ihn durch h dividiert“[8]

11.23.9.5 Ausdehnung auf den R^n:

Auch wenn dies nicht den Analysisunterricht der Schule tangiert, so soll doch angemerkt werden, dass der Zugang über die lokal lineare Approximierbarkeit (in nahezu unveränderter Schreibweise, jedoch natürlich veränderter Bedeutung) auf den mehrdimensionalen Fall übertragen werden kann:

Sei D eine offene Teilmenge des R^n und x_0 ein Punkt aus D. Dann heißt die Funktion $f: D \to R^m$ differenzierbar in x_0, wenn es eine (m, n)-Matrix L gibt so, dass für alle $x_0 + h$ aus einer δ-Umgebung $U \subset D$ von x_0 das Inkrement $f(x_0 + h) - f(x_0)$ folgende Darstellung gestattet:

$f(x_0 + h) - f(x_0) \; = \; L \cdot h + r(h)$ mit $\lim_{h\to 0} \frac{r(h)}{\|h\|} = 0$

[8] Zitiert nach Danckwerts 2006

11.23.10 Ausstieg: Die Änderungsrate

Aspekte der Näherung beruhen auf der Tatsache, dass eine bei x_0 differenzierbare Funktion lokal bei x_0 durch ihre Tangente beschrieben werden kann.

Ist die Steigung der Tangente positiv, so nimmt die Funktion in einer Umgebung von x_0 zu, andernfalls ab. Dies kann als lokale Änderungsrate der Funktion gedeutet werden. Besonders wichtig ist das Thematisieren der Rate – die absolute Änderung $f(x_0 + h) - f(x_0)$ der Funktion wird auf die Intervalllänge *h* bezogen.

Anhand von Anwendungsbeispielen aus der Physik oder Wirtschaftslehre kann dieser Begriff verdeutlicht werden, wobei an dieser Stelle besonders viel Wert auf das Interpretieren der Größen im Sachzusammenhang gelegt werden soll.

11.23.11 Überblick:

Behandelt man alle Aspekte, so ist eine Zusammenschau hilfreich:

Es sei $f: x \mapsto f(x), x \in D_f$ eine Funktion und $x_0 \in D_f$.

Ist eine der beiden äquivalenten Eigenschaften

(1) $f(x_0 + h) = f(x_0) + L \cdot h + r(h)$, wobei $\lim_{h \to 0} \frac{r(h)}{h} = 0$.

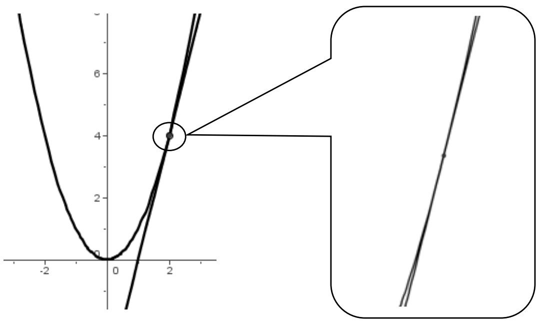
(2) Es existiert $\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = L$

Erfüllt, so heißt *f* bei x_0 lokal linear approximierbar oder bei x_0 differenzierbar.

L wird auch mit $f'(x_0)$ oder $\frac{d}{dx} f(x)\Big|_{x=x_0}$ bezeichnet und heißt Ableitung von *f* an der Stelle x_0.

Deutungen:

- f kann in einer Umgebung von x_0 durch eine Gerade angenähert („ersetzt“) werden.
- $f'(x_0)$ ist die Steigung der Tangente an den Graphen von f um Punkt $(x_0 | f(x_0))$
- $f'(x_0)$ ist die lokale Änderungsrate der Funktion f (in einer Umgebung von x_0)
- $\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ ist die Steigung der Sekante, welche durch die Punkte $(x_0 | f(x_0))$ und $(x_0 + h | f(x_0 + h))$
- $\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ ist die mittlere Änderungsrate der Funktion f



11.23.12 Ergebnisse aus dem Unterricht

Beim Zugang zur Ableitung über die lokale lineare Approximierbarkeit ist ein sofort zu erwartender Vorwurf, dass Schüler folgende Definition

Definition:

Eine Funktion f heißt lokal linear approximierbar bei $x = x_0$ ($x_0 \in]a; b[\subseteq D_f$), wenn man $f(x_0 + h)$ in folgender Form darstellen kann:

$f(x_0 + h) = f(x_0) + L \cdot h + r(h)$, wobei $\lim_{h \to 0} \frac{r(h)}{h} = 0$.

L ist dann die Steigung der Tangente an den Graphen von f an der Stelle $x = x_0$.

nicht oder nur sehr schwer verstehen, geschweige denn behalten können.

Dazu wurde vom Autor in einer Klasse der Jgst. 11, die diesem Wege gefolgt ist, ein Test durchgeführt. Dieser Test fand 14 Wochen nach dem Zeitpunkt statt, an dem der Begriff der Ableitung nach dem beschriebenen Weg unterrichtet worden ist. Der Test war nicht angesagt, die Schüler waren nicht speziell darauf vorbereitet, ebenso fand vor dem Test keine Wiederholung der Begriffe statt. Am Test haben 26 Schüler teilgenommen.

Die Ergebnisse der Fragen:

Für die Funktion g(x) = x³ gilt an der Stelle 2:
g(2+h) = h³ + 6h² +12h + 8.

Welche Informationen können Sie daraus entnehmen?

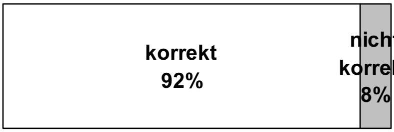
korrekt 62%	**nicht korrekt 38%**

Beispiel einer Schülerlösung:

Graph ~~hat~~ kann an der Stelle 2 durch eine Tangente mit Steigung 12 angenähert werden.

Das Anwenden der Definition der lokalen Approximierbarkeit zur Bestimmung der Ableitung an einem Graphenpunkt wird beherrscht.

Was bedeutet es, wenn eine Funktion f(x) an der Stelle x_0 lokal linear approximierbar ist?



Schreiben Sie auch (falls möglich) die Definition auf.

46% der Schüler konnten die Definition korrekt (mit der Bedingung für den Rest) angeben.

Beispiele von Schülerlösungen:

Sie lässt sich in der Form $f(x_0+h)=f(x_0)+f'(x_0)\cdot h+r(h)$ schreiben, wobei $\lim_{h\to 0}\frac{r(h)}{h}=0$ sein muss, d.h. der Verlauf des Graphen lässt sich in einer Umgebung von x_0 durch eine Gerade [illegible].

ch (falls möglich) die Definition auf.
Der Graph der Funktion kann durch eine Gerade an der Stelle x0 gut angenähert werden

Nahezu alle Schüler sind in der Lage, eine anschauliche Deutung der lokal-linearen Approximation anzugeben. Die zweite angeführte Schülerlösung ist ein Beispiel für eine Lösung, welche ausschließlich diesen Aspekt verwendet.

Immerhin knapp die Hälfte der Schüler war in der Lage, eine korrekte symbolische Definition einschließlich der Bedingung für den Rest anzuführen (vgl. erstes Lösungsbeispiel).

Ist eine an der Stelle x_0 differenzierbare Funktion stetig an der Stelle x_0?

Begründen Sie!

Beispiele von Schülerlösungen:

Ja, weil sich die Funktion in einer Umgebung von x_0 durch eine Gerade [illegible] lässt, die stetig ist.

Ja. $\cancel{f} \cdot f(x_0+h) = f(x_0) + \cancel{f}$

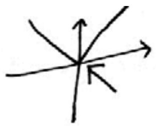
Interessant erscheint (erste Schülerlösung), dass die anschauliche Vorstellung der lokalen linearen Approximation zur Begründung der Stetigkeit herangezogen wird. Der mathematische Sachverhalt wird in der Vorstellung erfasst.

Die zweite Schülerlösung zeigt einen nicht zu Ende geführten symbolischen Begründungsversuch, der von der richtigen Idee zeugt.

Geben Sie ein Beispiel einer Funktion, welche an einer Stelle nicht differenzierbar ist (Skizze oder Term)	korrekt 71%	nicht korrekt 29%

Beispiel einer Schülerlösung:

$f(x) = |x|$



Etwa 2/3 der Schüler können diese Frage richtig beantworten, in den Augen des Autors ein Hinweis auf das sichere Beherrschen der Vorstellung der Diferenzierbarkeit. Das häufigste Beispiel war in der Tat die in der Schülerlösung gezeigte Betragsfunktion, das dynamische Vergrößern der Umgebung des Ursprungs blieb den Schülern im Gedächtnis, dies zeigte ein Nachfragen bei den Schülern.

11.23.13 Aufgaben/Prüfungsaufgaben:

Aufgabe 1: Erläutern Sie anhand einer Skizze der Forderung $\lim_{h\to 0}\frac{r(h)}{h}$.

Aufgabe 2: Erläutern Sie die Äquivalenz folgender Bedingungen:

a. $f(x_0+h) = f(x_0) + L\cdot h + r(h)$ mit $\lim_{h\to 0}\frac{r(h)}{h}$

b. $\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ existiert

Aufgabe 3: Bestimmen Sie mithilfe der Eigenschaft der lokalen Approximierbarkeit die Steigung der Tangente der folgenden Funktionen an der jeweils angegebenen Stelle. Weisen Sie jeweils auch die Eigenschaft $\lim_{h\to 0}\frac{r(h)}{h}$ nach. Zeichnen Sie zur Bestätigung Ihre Ergebnisse am Rechner in ein Grafikfenster.

a. $f(x) = 5x - 8; x_0 = -3$

b. $f(x) = 7x^2 - 3x + 5; x_0 = 5$

c. $f(x) = 5x^5 + 7x^4 - 2x^3 + 8x^2 - 1; x_0 = 7$

Aufgabe 4: Beweisen Sie die Differenzenregel $\frac{d}{dx}(f(x) - g(x)) = \frac{d}{dx}f(x) - \frac{d}{dx}g(x)$ mithilfe der Definition der lokalen Approximierbarkeit.

Aufgabe 5: Für eine Funktion f gilt an der Stelle (2|45): $f(2+h) = 45 + 2h - 11h^2 + 16h^4$. Welche Informationen können Sie daraus ablesen?

Aufgabe 6: Geben Sie ein Beispiel einer Funktion f und einer Stelle x_0 so, dass f an der Stelle x_0 nicht lokal linear approximierbar ist. Weisen Sie dies rechnerisch nach und veranschaulichen Sie es anhand einer Skizze.

Aufgabe 7: Zeigen Sie durch Anwendung der Definition, dass die Funktion $f(x) = sgn(x)$ an der Stelle 0 nicht lokal linear approximierbar ist. Begründen Sie weiterhin, dass sie dort ebenso nicht stetig ist.

Aufgabe 8: Beweisen Sie die Kettenregel mithilfe der linearen Approximation. Nehmen Sie bei Ihren Überlegungen folgendes Schaubild zu Hilfe:

$$\begin{array}{ccccc} x & \to & y & \to & z \\ x & \to & f(x) & \to & f(g(x)) \end{array}$$

11.24 Material für die Lehrkräfte (Jgst. 11): Extremwertaufgabe – verschiedene Lösungswege

In den Projekttreffen wurde den Lehrkräften der Jahrgangsstufe 11 Material zur Verfügung gestellt, welches anhand einer Extremwertaufgabe exemplarisch aufzeigt, wie viele verschiedene Lösungswege durch den TC ermöglicht werden.

Dieses Material wurde den Lehrkräften auf einer CD ROM zur Verfügung gestellt.

Das Material ist verknüpft mit Bildschirmvideos, welche am TC „TI Nspire CAS“ aufzeigen, wie die einzelnen Schritte erzeugt werden.

An dieser Stelle kann das Material „nur“ abgedruckt werden, auf die Bildschirmvideos kann man nur elektronisch zugreifen.

Für den Abdruck im Anhang musste das Material in der Formatierung abgeändert werden. Dadurch ergaben sich an einigen Stellen ungünstige Umbrüche.

11.24.1 Grundsätzliche Überlegungen

Als Anwendung der Differentialrechnung werden gerne Extremwertaufgaben behandelt, deren Ablauf sich wie folgt darstellen kann:

1. Aufstellen einer Funktion f , welche die zu optimierende Größe beschreibt
2. „Standardvorgehen“ zur Ermittlung von Extremwerten
3. Interpretation der Ergebnisse

Bei 1. ist oft auch nur eine Funktion vorgegeben, auf 3. wird in einer Vielzahl von Aufgaben verzichtet.

Ein Einsatz von CAS kann folgende Verschiebungen bewirken:

- Das Aufstellen einer „Zielfunktion“ rückt in den Vordergrund
- Die Interpretation der Ergebnisse nimmt mehr Gewicht ein
- Die Situation kann aus mehr Blickwinkeln betrachtet werden (z.B. unter Hinzunahme der Geometriewerkzeuge)
- Es kann sogar Ziel der Lerneinheit sein, verschiedene Blickwinkel einzunehmen

Gerade bei dem Einsatz eines Handhelds kann die Unterrichtsgestaltung sehr flexibel (bezüglich des Rechnereinsatzes) gestaltet werden. So besteht stets die Möglichkeit für die Schülerinnen und Schüler, selbsttätig zu „forschen“ und ihren Gedanken nachzugehen. Man kann Gruppen bilden. Diese Gruppen könne alle die gleiche Aufgabenstellung bearbeiten, oder aber unterschiedliche. So könnte eine Gruppe eine rein graphisch-experimentelle Methode zur Lösung benutzen, eine andere eine rein analytische, wobei jeweils verschiedene Größen als Funktionsargumente benutzt werden können (wie später gezeigt wird). Teile von Rechnungen können an das CAS ausgelagert werden, Teile können explizit von Hand gefordert werden. Ein Weg kann im Unterricht beschritten werden, ein anderer in der Hausaufgabe.

Man sieht: Es gibt eine Vielzahl an Gestaltungsmöglichkeit für die Lehrkraft.

Diese gilt es auszunutzen und mithilfe des gewinnbringenden Einsatzes des CAS den Unterricht zu bereichern.

11.24.2 Hinweise zur folgenden Darstellung

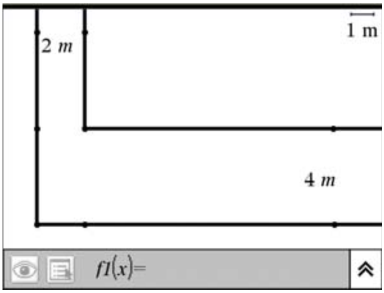
Zu einigen Bildschirmkopien gibt es Bildschirmvideos, welche ausführlich zeigen, wie dies konkret am Rechner gemacht wird. Ebenso stehen einige Nspire CAS Dateien zur Verfügung. Überall dort, wo dies der Fall ist, ist eine grau hinterlegte Zeile aufgeführt, die einen Hinweis enthält sowie einen Link, der unter Microsoft Word oder in der HTML Version angeklickt werden kann.

Leiter um die Ecke

11.24.3 Aufgabenstellung (Leiter um die Ecke):

Um die Ecke von zwei aneinander stoßenden Korridoren der Breiten 2m und 4m soll eine Leiter transportiert werden.

Wie lang kann die längste Leiter sein, die sich gerade noch transportieren lässt?

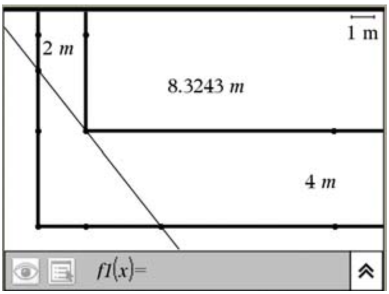


Bildschirmvideo: Skizze erzeugen
Nspire Datei: Skizze

11.24.4 Geometrischer Zugang:

Obige Datei kann (mit Versiertheit im Umgang mit dem Geometrieprogramm) selbst erzeugt oder den Schülerinnen und Schülern elektronisch zur Verfügung gestellt werden.

11.24.4.1 Extremwert durch „Trial & Error“:

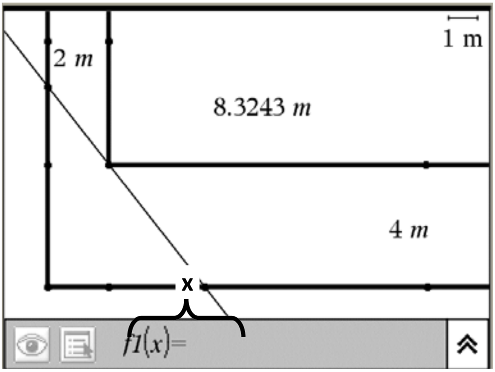


Mit dem Geometriewerkzeug „Gerade“ und dem Werkzeug zum Messen von Längen kann die gesuchte Länge experimentell am Rechner ermittelt werden:

Das experimentelle „Rumprobieren“ liefert einen Näherungswert der maximalen Leiterlänge von ca. 8,3 (m).

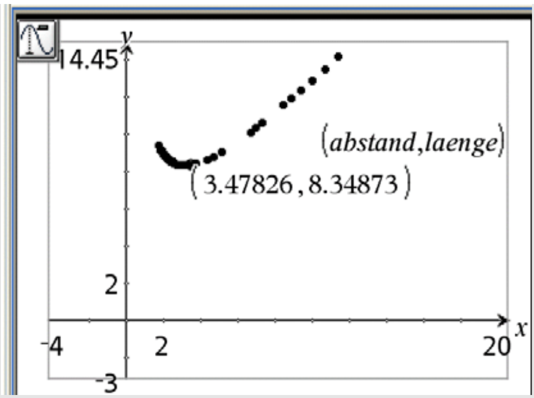
Bildschirmvideo: „Rumprobieren“
Nspire Datei

11.24.5 Tabellarisch/graphischer Zugang zum funktionalen Zusammenhang:



Die Gestalt des Graphen der Funktion, welche die Länge der gesuchten Leiter beschreibt, kann experimentell ermittelt werden. Hierzu lässt man während des Vorgangs des „Verziehens“ der Leiter deren Länge in ein Tabellenblatt übertragen. Bevor man dies jedoch durchführt, ist zu überlegen, welches Argument diese Funktion haben soll. Es bietet sich der Abstand des unteren Leiterendes vom Ende des Korridors an, wollen wir ihn x nennen. Dieser muss zusätzlich gemessen und in das Tabellenblatt übertragen werden.

Es ergibt sich folgendes Bild:



Bildschirmvideo: Erzeugung der graphischen Darstellung

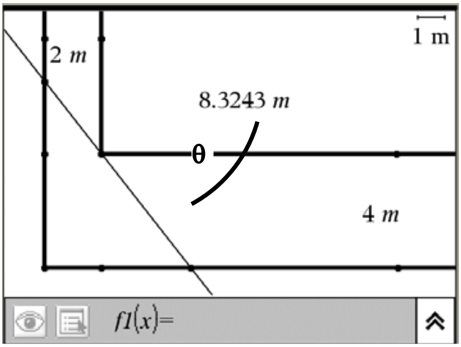
Nspire Datei

Näherungsweise wird die maximale Länge der Leiter zu 8,3 (m) bestimmt.

11.24.6 Tabellarisch/graphischer Zugang: Wechsel des Arguments

Eine interessante Fragestellung ist die nach dem Argument der betrachteten Funktion. Es lässt sich diskutieren, ob dies nicht geändert werden kann.

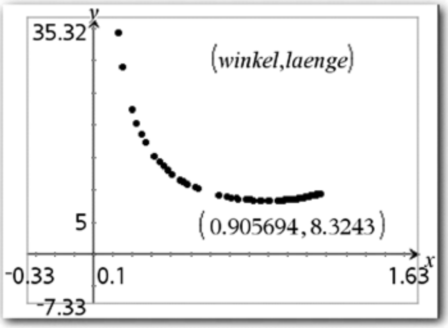
Man könnte z.B. auch den Winkel θ betrachten, den die gesuchte Leiter mit der Wand des Korridors an der Ecke einschließt.



Bildschirmvideo: Messen des Winkels

Nspire Datei

Auch dies lässt sich mit dem Rechner realisieren und man erhält analog zur vorherigen Vorgehensweise eine Darstellung eines Funktionsgraphen sowie einen Näherungswert der maximalen Leiterlänge:

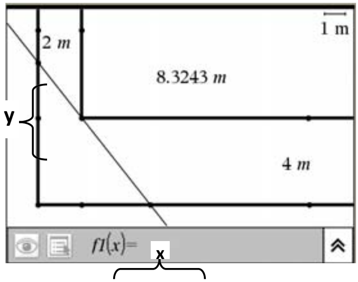


Bildschirmvideo: Erzeugung der graphischen Darstellung

Nspire Datei

11.24.7 Analytische Lösung

11.24.7.1 Der „Wandabstand" als Argument

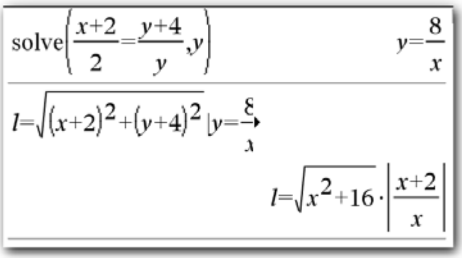


Mithilfe des Satzes von Pythagoras ergibt sich für die Länge *l* der Leiter offensichtlich:

$$(x+2)^2 + (y+4)^2 = l^2$$

Der Zusammenhang zwischen x und y kann über den Strahlensatz erhalten werden:

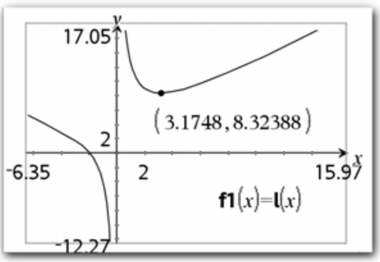
$$\frac{x+2}{2} = \frac{y+4}{y}$$



Man eliminiert aus beiden Gleichungen y und erhält:

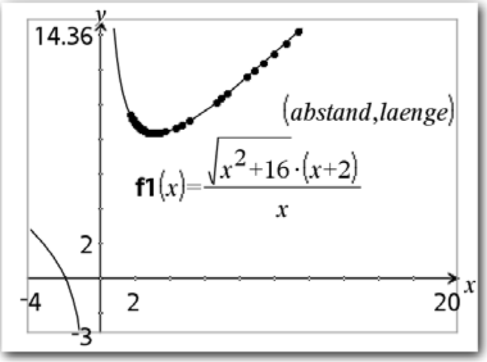
$$l(x) := \frac{x+2}{x} \cdot \sqrt{x^2+16}$$

Der Graph dieser Funktion lässt sich zeichnen und das Minimum dadurch bestimmen, dass man einen Punkt auf den Funktionsgraphen setzt (Werkzeug „Point On") und ihn so lange verzieht, bis der Rechner ein „m" anzeigt um zu signalisieren, dass er ein Minimum gefunden hat.



Bildschirmvideo: Zeichnen des Graphen und Ablesen des Minimums

Zeichnet man den Graphen in das Grafikfenster mit den vorher experimentell gewonnenen Werten, so werden die Überlegungen bestätigt:



11.24.7.2 Berechnung der maximalen Leiterlänge mithilfe der Analysis („Wandabstand“ als Argument)

$$l(x):=\frac{\sqrt{x^2+16}\cdot(x+2)}{x} \qquad \textit{Done}$$

$$\frac{d}{dx}(l(x)) \qquad \frac{x+2}{\sqrt{x^2+16}}-\frac{2\cdot\sqrt{x^2+16}}{x^2}$$

$$ls(x):=\frac{x+2}{\sqrt{x^2+16}}-\frac{2\cdot\sqrt{x^2+16}}{x^2}$$

Mit Unterstützung durch den Rechner kann man nun das „Standardverfahren“ anwenden.

$$\text{solve}(ls(x)=0,x) \qquad x=2\cdot 2^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(l(x))|x=2\cdot 2^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{2^{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt{2^{\frac{1}{3}}+2}}{8}-\frac{2^{\frac{5}{6}}}{4\cdot\left(2^{\frac{1}{3}}+2\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{\sqrt{2}}{2\cdot\left(2^{\frac{1}{3}}+2\right)}$$

Ein einfaches Einsetzen in die zweite Ableitung kann für Schülerinnen und Schüler jedoch verwirrend werden:

Ein Näherungswert reicht aus, man kann dazu den Befehl „`approx`“ anwenden oder in der Eingabe eine Dezimalzahl erzwingen:

$$\text{approx}\left(\frac{d^2}{dx^2}(l(x))|x=2\cdot 2^{\frac{2}{3}}\right) \qquad .587452$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(l(x))|x=2.\cdot 2^{\frac{2}{3}} \qquad .587452$$

Es liegt also ein Minimum vor:

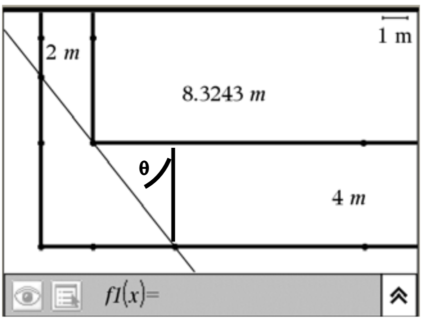
$l(x)\|x=2\cdot 2^{\frac{2}{3}}$	$2^{\frac{5}{6}}\cdot\sqrt{2^{\frac{1}{3}}+2\cdot\left(2^{\frac{2}{3}}+1\right)}$
$l(x)\|x=2.\cdot 2^{\frac{2}{3}}$	8.32388
$2.\cdot 2^{\frac{2}{3}}$	3.1748

Bemerkung:
Der von Schülerinnen und Schülern oftmals gerne benutzte Befehl „`fmin`“ zur (vermeintlichen) Bestimmung eines Minimums liefert in diesem Fall unreflektiert benutzt den Wert 0. Es bietet sich eine Diskussion mit den Schülerinnen und Schülern darüber an, welches Verfahren wohl hinter diesem Befehl steckt und warum es diesen (falschen) Wert liefert.

Eine entsprechende Zusatzbedingung beseitigt diesen „Fehler“:

$l(x):=\frac{\sqrt{x^2+16}\cdot(x+2)}{x}$	*Done*
$\mathrm{fMin}(l(x),x)$	$x=0$
$\mathrm{fMin}(l(x),x)\|x>0$	$x=2\cdot 2^{\frac{2}{3}}$

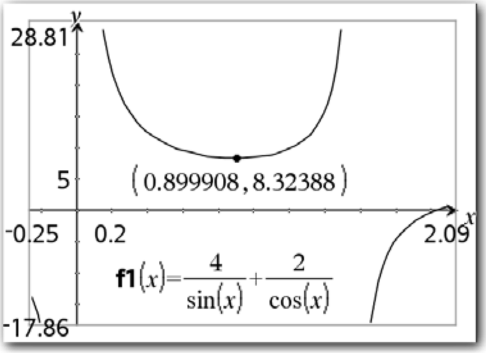
11.24.7.3 Analytische Lösung mit dem Winkel als Argument:



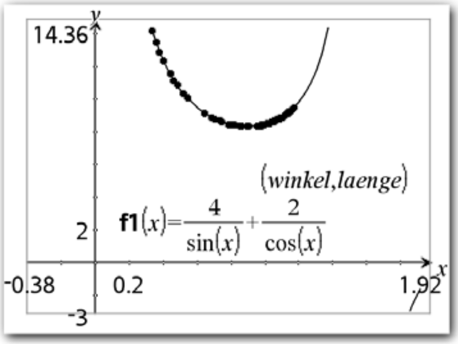
Betrachtung der beiden eingezeichneten rechtwinkligen Dreiecke ergibt für die Leiterlänge:

$$l(\theta) = \frac{4}{\sin\theta} + \frac{2}{\cos\theta}$$

Der Graph dieser Funktion lässt eine näherungsweise Bestimmung des Minimums zu sowie eine Bestätigung der experimentell gewonnen Werte:



Bildschirmvideo: Graph zeichnen und Minimum ablesen



11.24.7.4 Analytische Bestimmung (Winkel als Argument)

Die Methoden der Analysis liefern:

$$l(\theta):=\frac{4}{\sin(\theta)}+\frac{2}{\cos(\theta)} \qquad \textit{Done}$$

$$\frac{d}{d\theta}(l(\theta)) \qquad \frac{-2\cdot\left(2\cdot(\cos(\theta))^3-(\sin(\theta))^3\right)}{(\sin(\theta))^2\cdot(\cos(\theta))^2}$$

$$ls(\theta):=\frac{-2\cdot\left(2\cdot(\cos(\theta))^3-(\sin(\theta))^3\right)}{(\sin(\theta))^2\cdot(\cos(\theta))^2}$$

Nun wird der Schüler vermutlich gerne mithilfe des Rechners fortfahren, wird aber – falls er dies unreflektiert macht – vor Probleme gestellt:

$$\text{solve}(ls(\theta)=0,\theta)$$
$$\theta=-61.9319 \text{ or } \theta=-39.9408 \text{ or } \theta=-5.3832\blacktriangleright$$

Die betrachtete Funktion ls(θ) ist natürlich periodisch und hat somit mehr als eine Lösung. Geeignete Überlegungen führen zu:

$$\text{solve}(ls(\theta)=0,\theta)|0<\theta<\frac{\pi}{2} \qquad \theta=.899908$$

Bestätigung des Vorliegens eines Minimums und Berechnung des Minimalwerts liefert die bereits bekannten Werte:

$$\frac{d^2}{d\theta^2}(l(\theta))|\theta=.89990834808239 \qquad 24.9716$$

$$l(\theta)|\theta=.89990834808239 \qquad 8.32388$$

Bemerkung:

Auch hier ist der Befehl „`fmin`" erwähnenswert. Naiv verwendet stellt er Schülerinnen und Schüler vor Probleme:

$l(\theta):=\frac{4}{\sin(\theta)}+\frac{2}{\cos(\theta)}$	*Done*
$\text{fMin}(l(\theta),\theta)$	$\theta=15.708$

Hier bietet sich eine eingehendere Untersuchung an. Die Schülerinnen und Schüler erkennen (Betrachtung des Graphen, Wertetabelle), dass –welcher Algorithmus auch immer dahinter steckt- hier eine Polstelle von l gefunden wird.

$\text{fMin}(l(\theta),\theta)\vert 0<\theta<\frac{\pi}{2}$	$\theta=.899908$

11.24.8 Analytische Betrachtung ohne konkrete Zahlenangaben:

Die Breite der beiden Gänge sei nun a (waagrechter Gang) und b (senkrechter Gang). Wir betrachten die erste Variante allgemein:

Dann gilt offenbar: $l(x)=\frac{x+b}{x}\cdot\sqrt{x^2+a^2}$

Und für das Minimum folgt $x_{min}=\sqrt[3]{a^2b}$ mit dem Funktionswert $\sqrt[3]{\left(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{b^2}\right)^2}$.

$l(x):=\frac{x+b}{x}\cdot\sqrt{x^2+a^2}$	*Done*
$\frac{d}{dx}(l(x))$	$\frac{x+b}{\sqrt{x^2+a^2}}-\frac{b\cdot\sqrt{x^2+a^2}}{x^2}$
$ls(x):=\frac{x+b}{\sqrt{x^2+a^2}}-\frac{b\cdot\sqrt{x^2+a^2}}{x^2}$	*Done*
$\text{solve}(ls(x)=0,x)$	$x=a^{\frac{2}{3}}\cdot b^{\frac{1}{3}}$
$\frac{d^2}{dx^2}(l(x))\vert x=a^{\frac{2}{3}}\cdot b^{\frac{1}{3}}$	$\frac{2\cdot\sqrt{a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}}}{a^{\frac{4}{3}}}-\frac{2\cdot b^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{4}{3}}\cdot\left(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}\cdot\left(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}}$
$\text{comDenom}\left(\frac{2\cdot\sqrt{a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}}}{a^{\frac{4}{3}}}-\frac{2\cdot b^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{4}{3}}\cdot\left(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}\cdot\left(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}}\right)$	$\frac{3}{a^{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}}}$
$l\left(a^{\frac{2}{3}}\cdot b^{\frac{1}{3}}\right)$	$\left(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$

Natürlich muss auch beim Einsatz des Rechners der Nachweis nachvollziehbar geführt werden, dass ein Minimum vorliegt.

11.25 Material für die Lehrkräfte (Jgst. 11): Dokumentation von Lösungen

In den Projekttreffen wurde den Lehrkräften der Jahrgangsstufe 11 Material zur Verfügung gestellt, welches anhand der vorher behandelten Extremwertaufgabe exemplarisch aufzeigt, welche Fragen sich bei der Dokumentation von Lösungen stellen.

Dieses Material wurde den Lehrkräften auf einer CD ROM zur Verfügung gestellt.

In den Projekttreffen wurde das Material als Anregung genutzt, um eine Diskussion und einen Austausch anzustoßen. In diesem Sinne die drei aufgeführten Dokumentationen und die aufgelisteten Fragen als Diskussionspapiere zu sehen.

Als Resultat ergaben sich grundlegende Forderungen für die Dokumentation von Lösungen, nämlich:

11.25.1 Grundsätze für die Dokumentation von Lösungen

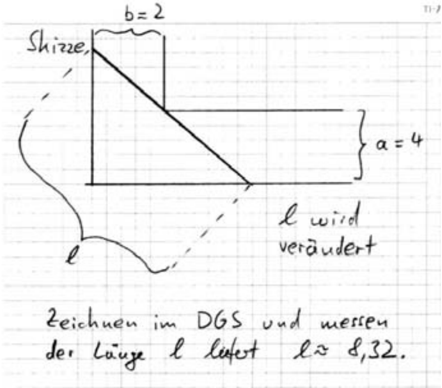
Grundlegendes über die Dokumentation von Lösungen

Auch wenn der CAS-Rechner in Prüfungen verwendet werden darf, wird der Lösungsweg doch immer noch auf Papier dokumentiert. Dabei stellt sich die Frage, was von den Schülerinnen und Schülern als Dokumentation zu erwarten ist. Dies ist im Vorfeld mit den Schülerinnen und Schülern im Unterricht zu klären. Hierbei gibt es natürlich einen gewissen Spielraum, da – wie auch bisher – Schülerlösungen selten der Musterlösung entsprechen.

Eine generelle Anweisung, wie welches CAS-Verfahren zu dokumentieren ist, lässt sich nicht geben. Es seien hier nur folgende Grundsätze angeführt, die sich im Modellversuch als wichtig herausgestellt haben:

- Dokumentationen von Lösungen müssen im Unterricht thematisiert werden.
- Dokumentationen müssen nachvollziehbar sein. Dies ist ein Aspekt, den die Lehrkraft mit der Klasse festlegen und besprechen muss.
- Die Dokumentationen sollen nicht aufwändiger und umfangreicher sein als bei einer händischen Lösung.
- Dokumentationen beschreiben mathematische Vorgehensweisen und nicht herstellerabhängige Syntax.
- Dokumentationen erfolgen wie üblich auf Papier.
- Es muss ersichtlich sein, bei welchen Lösungsschritten der CAS-Rechner wie benutzt worden ist.

11.25.2 Lösung der „Leiteraufgabe" – graphisch experimentell

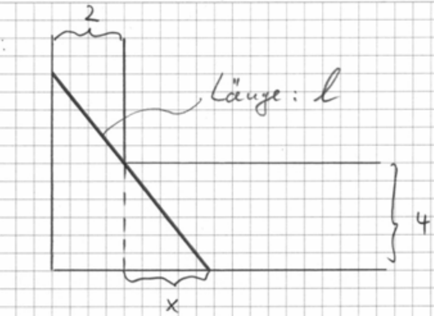


Fragen:

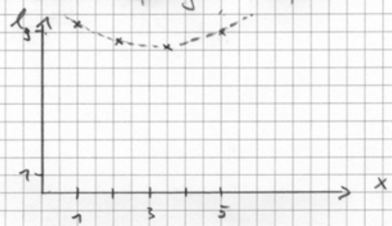
- Reicht diese Darstellung aus?
- Wo sind die Nachteile?
- Wo sind Vorteile?
- Ist eine schriftliche Prüfung hier überhaupt die geeignete Prüfungsform?

11.25.3 Lösung der Leiteraufgabe – graphisch-tabellarisch

Skizze:



Im DGS wird l gemessen in Abhängigkeit von x.
Graphisches Auftragen liefert:



Ablesen des Minimums der Werte:

$l_{min} \approx 8{,}35$

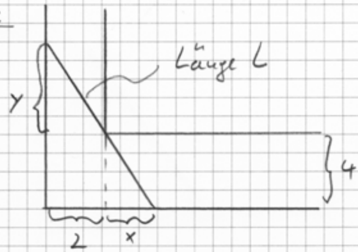
$x_{min} \approx 3{,}48$

Fragen:

- Reicht diese Darstellung aus?
- Wo sind die Nachteile?
- Wo sind Vorteile?
- Ist eine schriftliche Prüfung hier überhaupt die geeignete Prüfungsform?

11.25.4 Lösung der Leiteraufgabe – symbolisch

Skizze:



Pythagoras: $l = \sqrt{(x+2)^2 + (y+4)^2} \quad (*)$

Strahlensatz: $\frac{x+2}{2} = \frac{y+4}{y}$

Auflösen nach y (TC): $y = \frac{8}{x}$

In $(*)$ $l(x) = \sqrt{x^2+16}\cdot\frac{x+2}{x}$ (TC)

$$\frac{dl}{dx} \overset{TC}{=} \frac{x+2}{\sqrt{x^2+16}} - \frac{2\sqrt{x^2+16}}{x^2}$$

Nullstellen von l': $l'(x) = 0$

Lösen nach x: $\underline{\underline{x_0 = 2\cdot\sqrt[3]{4}}}$

$l''(x_0) \overset{TC}{\approx} 0{,}59 > 0 \Rightarrow$ TIP

$$l(x_0) \overset{TC}{=} 2^{\frac{5}{6}}\cdot\sqrt{\sqrt[3]{2}+2}\cdot\left(\sqrt[3]{4}+1\right)$$

$$\overset{TC}{\approx} \underline{\underline{8{,}32}}$$

Fragen:

- Reicht diese Darstellung aus?
- Wo sind die Nachteile?
- Wo sind Vorteile?
- Ist eine schriftliche Prüfung hier überhaupt die geeignete Prüfungsform?

11.26 Minute Made Math – MMM

11.26.1 Bemerkungen zu MMM

Minute Made Math Einheiten kombinieren Unterrichtsvorschläge, didaktische Hinweise und Bedienung in Form von Bildschirmvideos.
Dieses Materialformat wurde im Laufe des M³ Projektes entwickelt und bereits im Projekt eingesetzt. Unterrichtsbeispiele in Form von MMM-Einheiten wurden auch bereits der Öffentlichkeit zugänglich gemacht.
Die MMM – Einheiten sind zugänglich unter der website www.minute-made-math.com bzw. www.ti-unterrichtsmaterialien.net.
Seit 2008 arbeitet ein Team unter Leitung des Autors dieser Arbeit an der Erstellung von MMM-Beispielen.
Bei den deutschsprachigen TC „TI Nspire CAS“ des Herstellers Texas Instruments werden Minute Made Math - Beispiele im Auslieferungszustand vom Hersteller vorinstalliert.

11.26.2 MMM im Modellversuch M^3

Die Lehrkräfte erhielten auf den Projekttreffen die Materialien auf einer CD ROM. Den Lehrkräften wurden zu folgenden Themen MMM-Beispiele zur Verfügung gestellt:

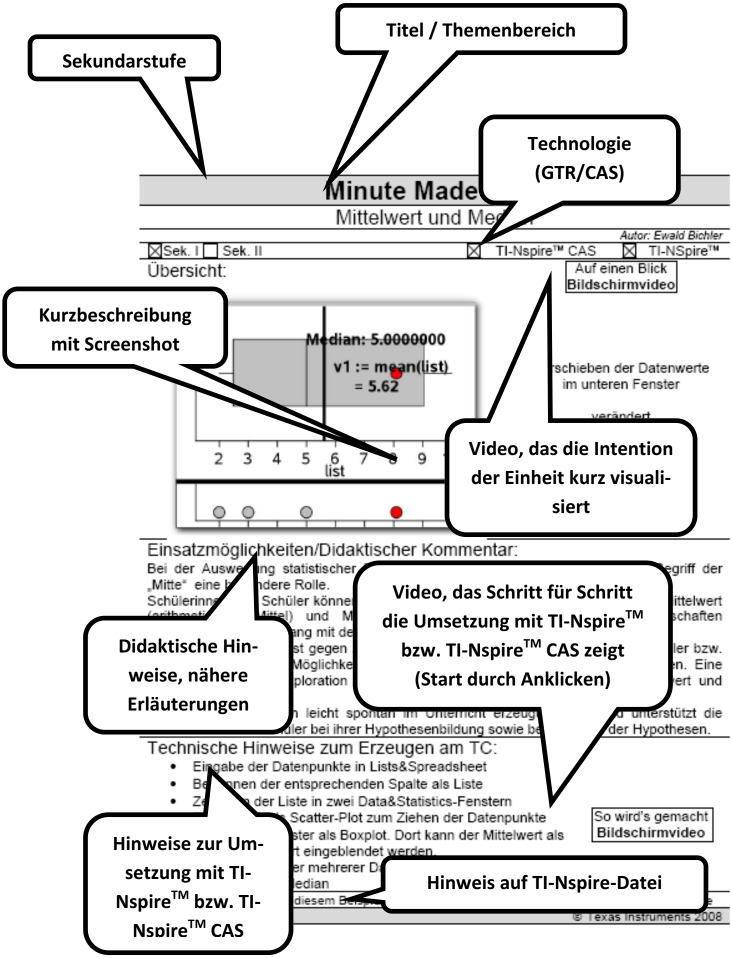
- Grenzwerte gegen unendlich (3 Einheiten)
- Grenzwert an einer Stelle
- Monotonie
- Symmetrie zum Koordinatensystem
- Achsensymmetrie zu einer beliebigen Achsen
- Punktsymmetrie zu einem beliebigen Punkt
- Umkehrbarkeit
- Ableitung aus dem Graphen
- Nullstellensatz

11.26.3 Hinweise (für die Lehrkräfte) zu MMM

Minute Made Math Einheiten möchten Ihnen in möglichst kompakter Form Vorschläge und Unterstützung zur schnellen Umsetzung in Ihrem Unterricht bieten.

Sie bestimmen dabei selbst, in welcher Tiefe Sie diese Unterstützung benötigen, d.h. ob Ihnen der kompakte einseitige Text genügt, oder ob Sie darüber hinaus erklärende Videos möchten (deren Ablauf Sie selbst steuern können) oder eine fertige Datei. Die Beschreibung einer Einheit fasst je maximal eine DIN A4 Seite. Dadurch sehen Sie in kurzer Zeit, um welches Thema und um welchen Einsatz es sich handelt und ob dieses Beispiel für Sie von Interesse ist. Diese Beschreibungen können Sie als PDF-Dateien plattformunabhängig ausdrucken und dadurch „offline“ sammeln. Die Videos stehen Ihnen natürlich nur zur Verfügung, wenn Sie die PDF-Datei am PC öffnen. Alles befindet sich aber in nur einer einzigen PDF-Datei.
Zur Anzeige der PDf Datei benötigen Sie den Adobe Reader Version 8 oder 9.

11.26.4 Übersicht zur Nutzung einer MMM-Einheit



Im Folgenden findet sich eine Auswahl an MMM – Einheiten. An dieser Stelle kann natürlich nur die Beschreibungsseite abgedruckt werden, die Bildschirmvideos und die Datei für den TC finden sich in der PDF-Datei. Diese PDF-Dateien sowie alle verfügbaren Einheiten finden sich online unter der in 11.26.1 genannten Internet – Adresse.

11.26.5 Beispiel: Einfluss von Verschiebungen am Graphen auf die Ableitungsfunktion

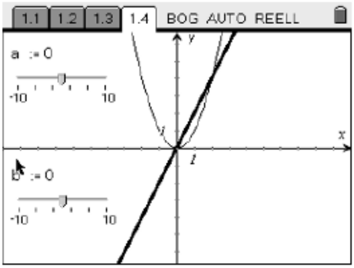
Minute Made Math

Graphen von Funktion und Ableitung

Autor: Ewald Bichler

☐ Sek. I ☒ Sek. II ☒ TI-Nspire™ CAS ☐ TI-Nspire™

Übersicht:



Auf einen Blick
Bildschirmvideo

Der Graph von $f : x \mapsto x^2$ sowie der Graph der Ableitung.

Mit den Schiebereglern lässt sich der Graph von f parallel zu den Koordinatenachsen verschieben, der Graph der Ableitung ändert sich entsprechend.

Einsatzmöglichkeiten/Didaktischer Kommentar:

Verschiebungen des Graphen in y-Richtung verursachen keine Veränderungen am Graphen der Ableitungsfunktion, Verschiebungen in x-Richtung dagegen schon.
Dies kann vielfältig im Unterricht eingesetzt werden: Zur Vertiefung des Ableitungsbegriffes, zu, graphischen Transfer der Ableitung, zur Verifikation gewonnener Überlegungen, als explorativer Zugang zur Thematik.
Besonders gewinnbringend ist die Möglichkeit, den Term der Funktion f ändern zu können und auf diese Weise leicht verschiedene Funktionstypen betrachten bzw. untersuchen zu können.

Technische Hinweise zum Erzeugen am TC:

- Eingabe des Funktionsterms $f(x)$ im Calculator
- Einfügen zweier Schieberegler für die Variablen a und b in Graphs&Geometry
- Zeichnen des Graphen von $f(x+a)+b$ und des Graphen der Ableitungsfunktion in Graphs&Geometry
- Veränderung der Schieberegler und/oder Veränderung des Funktionsterms

So wird's gemacht
Bildschirmvideo

Eine TI-Nspire™ - Datei zu diesem Beispiel finden Sie unter www.ti-unterrichtsmaterialien.de/

11.26.6 Beispiel: Erzeugen des Graphen der Ableitungsfunktion aus den Steigungen der Tangenten

Minute Made Math

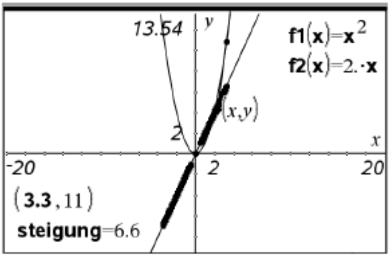
Die Ableitungsfunktion

Autor: Frank Fritsche

☐ Sek. I ☒ Sek. II ☒ TI-Nspire™ CAS ☒ TI-NSpire™

Übersicht:

Auf einen Blick
Bildschirmvideo



Zeichnen der Tangente, Messen der Tangentensteigung, Darstellen der lokalen Änderungsrate und Ermitteln der Ableitungsfunktion.

Einsatzmöglichkeiten/Didaktischer Kommentar:

Die Schülerinnen und Schüler sollen mit Hilfe der Maßübertragung die Ableitungsfunktion entdecken.
Mit Hilfe des TI-Nspire™ kann die Tangente in einem Punkt an einen Graphen gezeichnet und die Tangentensteigung gemessen werden. Diese Werte werden, zusammen mit der zugehörigen x-Koordinate, in eine Tabelle übertragen. Die graphische Auftragung der Tangentensteigungen liefert den Übergang von der lokalen Änderungsrate einer Funktion an der Stelle x_0 zur Ableitungsfunktion.
Anschließend kann die Ableitungsfunktion eingezeichnet werden und die Schülerinnen und Schüler können ihre Vermutungen überprüfen. Auf diese Weise wird deutlich, dass die lokale Änderungsrate durch eine Funktion, die Ableitungsfunktion, beschrieben werden kann.
Durch Betrachtung verschiedener Ausgangsfunktionen und deren Ableitungsfunktion kann der Zusammenhang zwischen beiden Funktionen erforscht werden.

Technische Hinweise zum Erzeugen am TC:

So wird's gemacht
Bildschirmvideo

- Zeichnen eines Funktionsgraphen, Einzeichnen einer Tangente in einem Punkt des Graphen und Messen der Tangentensteigung.
- Speichern der Tangentensteigung und der x-Koordinate des Graphenpunktes in dynamischen Variablen.
- Automatische Übertragung der Messwerte in eine Tabelle in Lists & Spreadsheet.
- Einzeichnen des Scatter-Plots zu diesen Messwerten.
- Einzeichnen und Anpassen der Ableitungsfunktion.

Eine Nspire™ - Datei zu diesem Beispiel finden Sie unter www.ti-unterrichtsmaterialien.de

11.26.7 Beispiel: Abschnittsweise definierte Funktionen

Minute Made Math

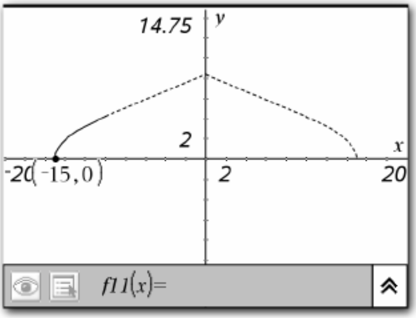
Abschnittsweise definierte Funktionen

Autor: Hubert Langlotz

☐ Sek. I ☒ Sek. II ☒ TI-Nspire™ CAS ☐ TI-NSpire™

Übersicht:

Auf einen Blick
Bildschirmvideo



Der Profil einer Halle wird im Intervall [-15; -10] durch $y=\sqrt{3,5x+52,5}$ beschrieben. Im Intervall [-10;0] soll das Dach geradlinig verlaufen und ohne Knick anschließen. Bestimmen Sie die Querschnittsfläche der Halle.

Einsatzmöglichkeiten/Didaktischer Kommentar:

Abschnittsweise definierte Funktionen kommen oft in Anwendungssituationen vor und spielen auch bei der Behandlung der Begriffe Stetigkeit und Differenzierbarkeit eine wesentliche Rolle. Oft ist es dabei günstig, den gesamten Graphen als eine Funktion definieren zu können.
Bei der Arbeit mit dem TI-Nspire™ kann man zur Definition dieser Funktionen vorhandene Vorlagen verwenden.

Technische Hinweise zum Erzeugen am TC:

- Definition der Teilfunktionen
- Auswahl der Vorlage
- Definition der Teilfunktionen in entsprechenden Intervallen
- Nutzung der abschnittsweise definierten Funktion

So wird's gemacht
Bildschirmvideo

Eine Nspire™ - Datei zu diesem Beispiel finden Sie unter www.ti-unterrichtsmaterialien.de

11.26.8 Beispiel: Extremalproblem

Minute Made Math

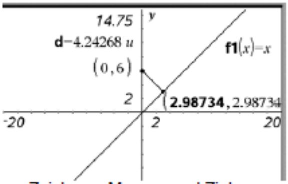
Extremalproblem: Abstand eines Punktes zur Geraden $y = x$

Autor: Ewald Bichler

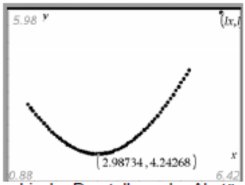
☒Sek. I ☒ Sek. II ☒ TI-Nspire™ CAS ☒ TI-Nspire™

Übersicht:

Auf einen Blick **Bildschirmvideo**



Zeichnen, Messen und Ziehen des Punktes auf der Geraden



Graphische Darstellung der Abstände

Einsatzmöglichkeiten/Didaktischer Kommentar:

Ausgangspunkt ist eine klassische Aufgabenstellung:
Man bestimme die Entfernung des Punktes (0|6) vom Graphen der Funktion $y = x$ und stelle diese Entfernung graphisch dar. Aus dieser Darstellung lässt sich ein Extremwert ablesen, der Abstand.
Mithilfe von TI-Nspire™ kann man dieses Problem rein graphisch angehen, indem man die entsprechenden Entfernungen misst und in einer Datentabelle aufträgt.
Natürlich ist ebenso eine rein rechnerische Behandlung möglich, oder man bestätigt auf diese Weise das geometrisch verifizierte Ergebnis.
Auch die geometrische Tatsache des Lotes lässt sich verifizieren. (vgl. Bildschirmvideo)
Die so erzeugte Datei kann auch als Vorlage für Abstandsprobleme zu anderen Funktionsgraphen dienen, man ändert dazu einfach den Funktionsterm (die restlichen Konstruktionen bleiben erhalten).
Auf diese Weise eröffnet dieses zunächst einfach erscheinende Problem eine Vielzahl unterschiedlicher Blickwinkel.

Technische Hinweise zum Erzeugen am TC:

- Zeichnen des Funktionsgraphen, Einzeichnen der entsprechenden Punkte samt Koordinaten und der Verbindungstrecke
- Messen der Streckenlänge (=Entfernung)
- Speichern der Streckenlänge und der x-Koordinate des Graphenpunktes in dynamischen Variablen
- Automatische Übertragung der Messwerte in eine Tabelle in Lists & Spreadsheet
- Einzeichnen des Scatter-Plot zu diesen Messwerten und Ablesen des Minimums
- Rechnerisch:
  Definition der Entfernungsfunktion im Calculator und Anwendung des Befehls „`fmin`" zur Bestimmung des Minimums

So wird's gemacht **Bildschirmvideo**

Eine TI-Nspire™ - Datei zu diesem Beispiel finden Sie unter www.ti-unterrichtsmaterialien.de/

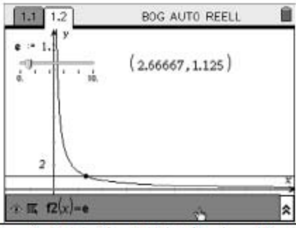
11.26.9 Beispiel: Grenzwert

Texas Instruments MinuteMadeMath

Verhalten von Funktionen im Unendlichen – Grenzwert 0
Ewald Bichler

☐ Sek I ☒ Sek II ☒ TI-Nspire™ ☒ TI-Nspire™ CAS (Version 1.6)

Übersicht:



Auf einen Blick

Der Graph der Funktion $x \mapsto \frac{3}{x}$ verlässt für $x > 2.66$ den Streifen der Breite 1.125 nicht mehr.

Einsatzmöglichkeiten/Didaktischer Kommentar:

Der Grenzwert 0 für x gegen Unendlich wird wie folgt definiert:
Eine Funktion f mit rechtsseitig unbeschränkter Definitionsmenge hat für x gegen ∞ den Grenzwert 0, wenn es zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $r(\varepsilon) \in ID_f$ gibt so, dass $|f(x)| < \varepsilon$ ist für alle $x > r(\varepsilon)$.
Diese Definition lässt sich mithilfe der Möglichkeiten von TI-Nspire™ veranschaulichen bzw. erarbeiten.
Besonders eignet sich hier ein exploratives Vorgehen. So kann man etwa (wie im Bild gezeigt) zunächst nur mit einem „ε-Streifen" in positiver y-Richtung starten. Ändert man den Funktionsterm in $f(x) = \frac{3}{x} \cdot \sin(x)$, so wird die Notwendigkeit eines symmetrisch um die x-Achse liegenden Streifens der Gesamtbreite 2ε offensichtlich. (Realisierung durch Eingabe einer weiteren Funktion $y = -\varepsilon$) Auch die Betragstriche in der Definition erhalten so ihre Notwendigkeit.
Weiterhin ist durch eine Verschiebung entlang der y-Achse ein Übergang der Definition auf einen Grenzwert $a \neq 0$ möglich.
Eine Betrachtung in negativer x-Richtung schließlich lässt die Definition auf $x \to -\infty$ erweitern.

Technische Hinweise zum Erzeugen am TC:

- Funktionsterm im Calculator definieren
- In Graphs&Geeometry zeichnen
- Schieberegler (epsilon) einfügen
- Funktionsterm y = epsilon eingeben
- Schnittpunkt der Graphen bilden
- Schieberegler verändern, Funktionsterm verändern

So wird's gemacht

Erweiterung des Streifens

11.26.10 Beispiel: Der Linearisierungsaspekt der Ableitung

Minute Made Math

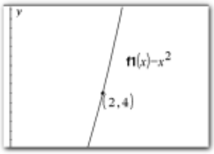
Der Linearisierungsaspekt der Ableitung

Autor: Ewald Bichler

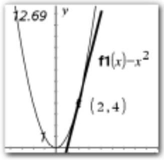
☐ Sek. I ☒ Sek. II ☒ TI-Nspire™ CAS ☒ TI-NSpire™

Übersicht:

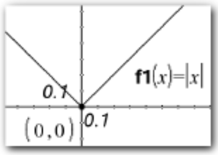
Auf einen Blick
Bildschirmvideo



Die Normalparabel lässt sich in einer Umgebung der Stelle (2|4) durch eine lineare Funktion annähern.



Diese Näherungsgerade scheint Tangente zu sein



Die Betragsfunktion weist an der Stelle (0|0) diese Eigenschaft nicht auf

Einsatzmöglichkeiten/Didaktischer Kommentar:

Der „Standardweg" zum Begriff der Ableitung ist der Weg über die Sekanten- und Tangentensteigung, also über die mittlere und lokale Änderungsrate. Daneben gibt es aber noch den Weg über die lokal lineare Approximationseigenschaft, d.h. eine in x_0 differenzierbare Funktion lässt sich in einer Umgebung von x_0 durch eine lineare Funktion annähern. Diese Tatsache kann als Zugang zum Begriff der Ableitung gesehen werden, genau so aber auch als zusätzliche Anwendung des Begriffs der Ableitung.
Mithilfe des Rechners können die SchülerInnen diese Tatsache schnell verifizieren und für verschiedene Funktionen untersuchen. Es wäre auch denkbar, sich in Graphs&Geometry die Gleichung der so erhaltenen Näherungsgerade anzeigen zu lassen. Auf diese Weise kann ein Zusammenhang zur Ableitung hergestellt werden oder untersucht werden (je nachdem, ob der Begriff bereits bekannt ist oder nicht).
Der dynamische Zugmodus in Graphs&Geometry ermöglicht gerade bei der Betragsfunktion an der Stelle (0|0) ein eindrucksvolles Erlebnis der Tatsache, dass die Funktion dort nicht lokal linear approximierbar ist. (vgl. dieses Video)

Technische Hinweise zum Erzeugen am TC:

- Graphs&Geometry öffnen und Normalparabel zeichnen
- Punkt auf Parabel setzen und die Koordinaten (2|4) wählen
- Mit dem Vergrößerungswerkzeug „Zoom In" schrittweise an der Stelle (2|4) vergrößern
- Gerade zeichnen
- Vergrößerung rückgängig machen („Zoom Out")
- Funktionsterm verändern (etwa zur Betragsfunktion)

So wird's gemacht
Parabel und Tangente
Bildschirmvideo

So wird's gemacht
Parabel und Betragsfunktion
Bildschirmvideo

Eine Nspire™- Datei zu diesem Beispiel finden Sie unter www.ti-unterrichtsmaterialien.de

11.26.11 Beispiel: Der Nullstellensatz

Minute Made Math

Nullstellenbestimmung mithilfe des Nullstellensatzes

Autor: Ewald Bichler

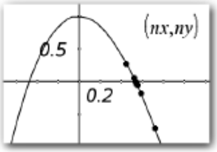
☐ Sek. I ☒ Sek. II ☒ TI-Nspire™ CAS ☒ TI-Nspire™

Übersicht:

Auf einen Blick
Bildschirmvideo

	A	B	C nx	D	E ny
◆					
1	-.1	1	.45	.269...	.281...
2	.45	1	.725	-.20...	-.72...
3	.45	.725	.5875	-.04...	-.17...
4	.45	.5875	.518...	.017...	.063...
5	.518...	.5875	.553...	-.00...	-.05...

Intervallhalbierungsverfahren
in der Tabellenkalkulation



Darstellung der Folge
der Nullstellennäherungen
im Graphen

Einsatzmöglichkeiten/Didaktischer Kommentar:

Eine in einem abgeschlossenen Intervall stetige Funktion, welche an den Intervallenden unterschiedliche Vorzeichen hat, besitzt im Intervall mindestens eine Nullstelle.
Dieser „Nullstellensatz“ wird verwendet, um durch das bekannte Intervallhalbierungsverfahren systematisch näherungsweise Nullstellen einer Funktion zu bestimmen. In Lists & Spreadsheet ist dieses Verfahren leicht umgesetzt (völlig analog zu einer Tabelle, welche man im Heft gemeinsam mit den SchülerInnen entwickelt). Zudem können die in den einzelnen Schritten gewonnenen Näherungen für die gesuchte Nullstelle graphisch dargestellt werden.
Dies eröffnet die Möglichkeit, weitergehende Fragen zu stellen und explorativ zu untersuchen, wie etwa: Wenn im Intervall mehr Nullstellen sind, welche Nullstelle findet das Verfahren? Wann findet es welche Nullstelle? Wie „schnell“ wird eine Nullstelle gefunden? Kann das Verfahren auch zum Ziel führen, wenn die betrachtete Funktion an den Intervallenden nicht verschiedene Vorzeichen hat? (vgl. hierzu dieses Video)

Technische Hinweise zum Erzeugen am TC:

- Entwickeln der Tabelle in Lists&Spreadsheet (Hierzu ist der „when“-Befehl nötig, vgl. Video)
- Bezeichnung der Intervallmitten und der Funktionswerte an diesen Stellen als Listen (hier: nx, ny)
- Zeichnen des Graphen der Funktion sowie des Scatter-Plots der beiden Listen nx und ny
- Abändern des Startintervalls in Lists&Spreadsheet
- Abändern des Funktionsterms

So wird's gemacht
Bildschirmvideo

Eine TI-Nspire™ - Datei zu diesem Beispiel finden Sie unter www.ti-unterrichtsmaterialien.de

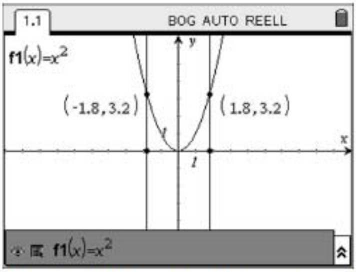
11.26.12 Beispiel: Symmetrie zum Koordinatensystem

TEXAS INSTRUMENTS MinuteMadeMath

Symmetrie zum Koordinatensystem
Frank Fritsche

☐ Sek I ☒ Sek II ☒ TI-Nspire™ ☒ TI-Nspire™ CAS (Version 1.4)

Übersicht:



Auf einen Blick
Bildschirmvideo

Konstruktion zweier bzgl. der y-Achse symmetrischer Punkte;
Anzeigen der Koordinaten;
Entdeckung einfacher Symmetrien

Einsatzmöglichkeiten/Didaktischer Kommentar:
Der rein rechnerische Nachweis der Symmetrie zum Koordinatensystem ist nicht für alle Schülerinnen und Schüler so leicht nachvollziehbar. Mit Hilfe des TI-Nspire™ kann sowohl die Symmetrie zur y-Achse als auch die Symmetrie zum Ursprung visualisiert werden.
Nach der „Konstruktion" zweier bzgl. der y-Achse symmetrischer Punkte auf einem beliebigen Funktionsgraphen in Graphs & Geometrie können die Symmetrien beliebiger Funktionen überprüft werden. Hierbei besteht die Möglichkeit, dass die Beziehungen „f(-x) = f(x)" und „f(-x) = -f(x)" von den Schülerinnen und Schülern eigentätig entdeckt werden.
Am Ende kann noch zusätzlich eine rechnerische Überprüfung der Symmetrie im Calculator vorgenommen werden..

Technische Hinweise zum Erzeugen am TC:

- Zeichnen eines Funktionsgraphen.
- Erstellen einer Parallelen zur y-Achse.
- Koordinaten eines Schnittpunktes mit dem Funktionsgraphen anzeigen.
- Erstellen einer bzgl. der y-Achse symmetrischen Geraden.
- Variation des Funktionsterms.
- Rechnerische Kontrolle im Calculator.

So wird's gemacht

11.26.13 Beispiel: Umgekehrte Zuordnung

Minute Made Math

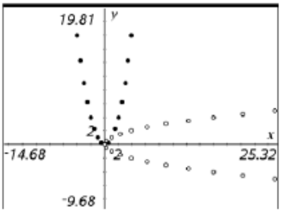
Umgekehrte Zuordnung - Umkehrfunktion

Autor: Ewald Bichler

☒Sek. I ☒ Sek. II ☒ TI-Nspire™ CAS ☒ TI-Nspire™

Übersicht:

Auf einen Blick Bildschirmvideo



Anhand der Koordinaten konkreter Wertepaare lässt sich der Begriff der umgekehrten Zuordnung und der Umkehrfunktion untersuchen und veranschaulichen

Einsatzmöglichkeiten/Didaktischer Kommentar:

Eine wichtige Vorstellung beim Begriff der Umkehrbarkeit einer Funktion $x \mapsto y$ ist die umgekehrte Zuordnung $y \mapsto x$.
Die Diskussion dieser Zuordnung eröffnet erst das Verständnis für den Begriff der Umkehrfunktion. Anhand der Koordinaten konkreter Zahlenpaare können jeweils für verschiedene Zuordnungen/Funktionen leicht Zuordnung und umgekehrte Zuordnung gezeichnet werden. Dabei werden unmittelbar $x \mapsto y$ und $y \mapsto x$ benutzt.
Auf diese Weise lässt sich der Begriff der Relation, der umgekehrten Zuordnung und der Umkehrfunktion mit Leben füllen. Dies ist hervorragend zur Exploration durch die SchülerInnen geeignet, zum gemeinsamen Visualisieren und zum Anstoßen von mathematischen Diskussionen.

Technische Hinweise zum Erzeugen am TC:

- Funktionsterm definieren
- Tabellenkalkulation öffnen und eine Spalte mit x-Koordinaten und eine mit y-Koordinaten erzeugen
- Beide „Koordinaten-Listen" als Scatter-Plot darstellen
- Variation des Funktionsterms

So wird's gemacht Bildschirmvideo

Eine Nspire™ - Datei zu diesem Beispiel finden Sie unter www.ti-unterrichtsmaterialien.de

Aus unserem Verlagsprogramm:

Anja Göhring
Selbstbestimmtes Lernen im naturwissenschaftlichen Unterricht
Eine empirische Interventionsstudie
Hamburg 2010 / 334 Seiten / ISBN 978-3-8300-4852-7

Wolfgang Weigel
Mathematik und E-Learning
Zur Integration von virtueller Lehre (E-Learning) und Neuen Technologien in die Mathematik-Lehramtsausbildung
Hamburg 2009 / 368 Seiten / ISBN 978-3-8300-4204-4

Klaus Frieler
Mathematik und kognitive Melodieforschung
Grundlagen für quantitative Modelle
Hamburg 2009 / 328 Seiten / ISBN 978-3-8300-4143-6

Susanne Heidenreich
Pädagogische Anforderungen an das Lernhandeln im E-Learning
Dimensionen von Selbstlernkompetenz
Hamburg 2009 / 352 Seiten / ISBN 978-3-8300-4601-1

Angela Bezold
Förderung von Argumentationskompetenzen durch selbstdifferenzierende Lernangebote
Eine Studie im Mathematikunterricht der Grundschule
Hamburg 2009 / 416 Seiten / ISBN 978-3-8300-4455-0

Silke Ladel
Multiple externe Repräsentationen (MERs) und deren Verknüpfung durch Computereinsatz
Zur Bedeutung für das Mathematiklernen im Anfangsunterricht
Hamburg 2009 / 248 Seiten / ISBN 978-3-8300-4665-3

Markus Kuhn
Integration digitaler, kollaborativer Lernwerkzeuge in den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht
Hamburg 2008 / 366 Seiten / ISBN 978-3-8300-3595-4

Andreas Kaun
Didaktik der Statistik
Eine fachdidaktische Grundlegung
Hamburg 2008 / 292 Seiten / ISBN 978-3-8300-3299-1

Julia Kronenberger
Kooperatives Lernen im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht der Primarstufe
Lernerfolg, Lernfreude und Elaborationsniveau im Gruppenpuzzle
Hamburg 2004 / 208 Seiten / ISBN 978-3-8300-1661-8